

УДК 621.372.54

М.Ю. Матвийчук, бакалавр,
 А.Н. Пацарь, бакалавр,
 В.С. Ситников, д-р техн. наук, проф.,
 Одес. нац. политехн. ун-т

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ НЕПОЛИНОМИАЛЬНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА ПЕРВОГО ПОРЯДКА НА СВОЙСТВА АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

М.Ю. Матвийчук, О.М. Пацар, В.С. Ситников. Аналіз впливу коефіцієнтів передатної функції не-поліноміального цифрового фільтра першого порядку на властивості амплітудно-частотної характеристики. Розглянуто неpolіноміальні фільтри Чебишева першого порядку і еліптичного. Проведено аналіз управління характеристиками даних фільтрів, що дає можливість лінійного управління коефіцієнтами в деякій області з деякою похибкою.

М.Ю. Матвийчук, А.Н. Пацарь, В.С. Ситников. Анализ влияния коэффициентов передаточной функции неpolіноміального цифрового фильтра первого порядка на свойства амплитудно-частотной характеристики. Рассмотрены неpolіноміальные фильтры Чебишева первого порядка и эллиптический. Проведен анализ управления характеристиками данных фильтров, что дает возможность линейного управления коэффициентами в некоторой области с некоторой погрешностью.

M.Yu. Matviychuk, A.N. Patsar, V.S. Sitnikov. Analysis of the influence of transfer-function coefficients nonpolynomial first-order digital filter on the properties of gain-frequency characteristic. The nonpolynomial second-order Chebyshev filters are considered, as well as an elliptic one. The analysis of managing the descriptions of these filters is conducted, that enables linear coefficients management in some area with some error.

При проектировании специализированных компьютерных систем различного назначения возникает задача фильтрации и первичной обработки сигналов от датчиков, когда помеха может меняться в широких пределах как по амплитуде, так и по частоте. В этих условиях традиционные методы проектирования канала фильтрации приводят к необходимости подстройки его параметров непосредственно на объекте эксплуатации. Для корректной подстройки требуется анализировать влияние коэффициентов передаточной функции цифрового фильтра на свойства амплитудно-частотной характеристики (АЧХ), поскольку управление последними возможно и раздельное, и комплексное [1, 2]. Подобная задача возникает при использовании перестраиваемых и адаптивных фильтров [3, 4].

Для неpolіноміальных цифровых фильтров, например, Чебышева и эллиптического (фильтра Золотарева-Кауэра), характерны более высокая крутизна спада АЧХ и колебательность в полосе пропускания [2].

Анализ влияния коэффициентов передаточной функции неpolіноміального цифрового фильтра на свойства его характеристик проведен на передаточной функции первого порядка вида [2]

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1}}{1 + b z^{-1}}, \quad (1)$$

где a_0, a_1, b — соответственно действительные коэффициенты числителя и знаменателя.

При этом фильтру нижних частот (ФНЧ) соответствует передаточная функция (1) при коэффициенте числителя $a_1 > 0$, а фильтру верхних частот (ФВЧ) — $a_1 < 0$. Следует отметить, что коэффициенты числителя нормированных цифровых фильтров первого порядка равны, т.е.

$$|a_0| = |a_1|. \quad (2)$$

Тогда передаточную функцию (1) можно записать в виде

$$H(z) = a_0 \frac{1 \pm z^{-1}}{1 + bz^{-1}}, \quad (3)$$

где в числителе “+” соответствует ФНЧ, а “-” — ФВЧ.

За счет подстановки в (3) $z^{-1} = e^{-j\bar{\omega}}$ или, по формуле Эйлера [1],

$$z^{-1} = \cos \bar{\omega} - j \sin \bar{\omega},$$

где $\bar{\omega}$ — нормированная угловая частота;

$$\bar{\omega} = 2\pi \frac{f}{f_d}, \quad \bar{\omega} \in [0, \pi];$$

f_d — частота дискретизации,

получим комплексный коэффициент передачи, а на его основе АЧХ и ФЧХ.

Анализ АЧХ неполиномиальных фильтров первого порядка показал, что они имеют одинаковые АЧХ вне зависимости от параметров колебательности в полосе задержания.

В общем виде для фильтра нижних частот коэффициент передачи описывается выражением

$$H(\bar{\omega}) = \sqrt{\frac{(a_0 + a_1)^2 - 2a_0a_1(1 - \cos \bar{\omega})}{(1 + b)^2 - 2b(1 - \cos \bar{\omega})}}$$

или с учетом (2)

$$H(\bar{\omega}) = a_0 \sqrt{\frac{2(1 + \cos \bar{\omega})}{(1 + b)^2 - 2b(1 - \cos \bar{\omega})}}. \quad (4)$$

На нулевой частоте коэффициент передачи будет определяться соотношением

$$H(0) = a_0 \frac{2}{1 + b}. \quad (5)$$

Поскольку для нормированного неполиномиального цифрового фильтра первого порядка $H(0)=1$ [2], то действительный коэффициент числителя (5)

$$a_0 = \frac{1 + b}{2}. \quad (6)$$

Из (4) определим частоту среза фильтра на уровне c , где $0 < c < 1$,

$$\bar{\omega}_c = \arccos \left(\frac{1 - 2c^2 \frac{1 + b^2}{(1 + b)^2}}{1 - 4c^2 \frac{b}{(1 + b)^2}} \right). \quad (7)$$

При этом уровень c частоты среза $\bar{\omega}_c$ для неполиномиальных фильтров задается показателем пульсаций в полосе пропускания ε [2], т.е.

$$c = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}}. \quad (8)$$

Для неполиномиальных ФНЧ первого порядка получена формула определения по частоте среза $\bar{\omega}_c$ и по уровню c коэффициента знаменателя передаточной функции (3) (рис. 1)

$$b = - \left\{ 1 - \frac{2c^2(1 - \cos \bar{\omega}_c)}{2c^2 - (1 + \cos \bar{\omega}_c)} \left(1 - \sqrt{\frac{(1 + \cos \bar{\omega}_c)(1 - c^2)}{(1 - \cos \bar{\omega}_c)c^2}} \right) \right\}.$$

В общем виде для нормированных ФВЧ характерна передаточная функция из (3) вида

$$H(z) = a_0 \frac{1 - z^{-1}}{1 + bz^{-1}}.$$

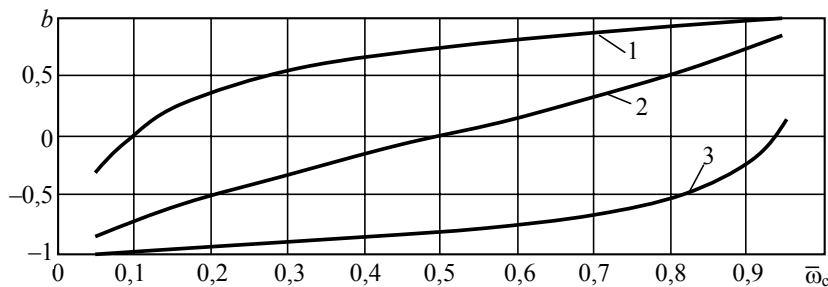


Рис. 1. График зависимости коэффициента знаменателя b передаточной функции неполиномиального ФНЧ первого порядка от частоты среза фильтра $\bar{\omega}_c$ при значениях пульсаций в полосе пропускания $\varepsilon = -0,03db$ (1), $-5db$ (2), $-20db$ (3)

При этом коэффициент передачи ФВЧ с учетом (2) в общем виде описывается выражением

$$H(\bar{\omega}) = a_0 \sqrt{\frac{2(1 - \cos \bar{\omega})}{(1 + b)^2 - 2b(1 - \cos \bar{\omega})}} \tag{10}$$

На частоте π коэффициент передачи $H(\pi)$ будет определяться соотношением

$$H(\pi) = a_0 \frac{2}{1 - b} \tag{11}$$

Поскольку на частоте π коэффициент передачи нормированного неполиномиального фильтра первого порядка $H(\pi)=1$ [2], то действительный коэффициент числителя из (11)

$$a_0 = \frac{1 - b}{2} \tag{12}$$

Из (10) определим частоту среза фильтра на уровне c , где $0 < c < 1$,

$$\bar{\omega}_c = \arccos \left(\frac{1 - 2c^2 \frac{1 + b^2}{(1 - b)^2}}{1 + 4c^2 \frac{b}{(1 - b)^2}} \right) \tag{13}$$

При этом уровень c частоты среза $\bar{\omega}_c$ задается для неполиномиальных фильтров показателем пульсаций ε (8).

Получена также формула определения по частоте среза $\bar{\omega}_c$ и по уровню c коэффициента знаменателя передаточной функции неполиномиального ФВЧ первого порядка (3) (рис. 2)

$$b = 1 - \frac{2c^2(1 + \cos \bar{\omega}_c)}{2c^2 - (1 - \cos \bar{\omega}_c)} \left(1 - \sqrt{\frac{(1 - \cos \bar{\omega}_c)(1 - c^2)}{(1 + \cos \bar{\omega}_c)c^2}} \right)$$

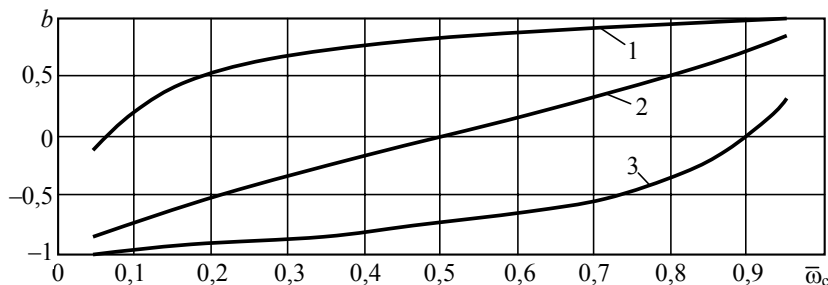


Рис. 2. График зависимости коэффициента знаменателя b передаточной функции неполиномиального ФВЧ первого порядка от частоты среза фильтра $\bar{\omega}_c$ при значениях пульсаций в полосе пропускания $\varepsilon = -0,03db$ (1), $-5db$ (2), $-20db$ (3)

Анализ влияния коэффициентов передаточной функции неполиномиального цифрового фильтра первого порядка на свойства амплитудно-частотной характеристики показывает, что возможно как комплексное управление частотой среза $\bar{\omega}_c$, так и управление значением коэффициента усиления, роль которого выполняет коэффициент a_0 числителя (3).

Из соотношений (4) и (10) следует, что управление коэффициентом усиления возможно линейным способом за счет изменения действительного коэффициента числителя a_0 , что характерно для адаптивных фильтров.

При изменении действительного коэффициента b знаменателя осуществляется перестройка как коэффициента усиления, так и частоты среза. Однако для изменения частоты среза при неизменной амплитуде необходима коррекция значения коэффициента усиления действительным коэффициентом a_0 передаточной функции числителя при новом значении действительного коэффициента b знаменателя в соответствии (6) и (12).

На графиках зависимости коэффициента b знаменателя передаточной функции ФНЧ и ФВЧ от частоты среза $\bar{\omega}_c$ имеются линейные участки, на которых возможно линейное управление фильтрами Чебышева и эллиптическим за счет их аппроксимации.

Литература

1. Справочник по расчету и проектированию ARC-схем / С.А. Букашкин, В.П. Власов, Б.Ф. Змий и др.; под ред. А.А. Ланнэ. — М.: Радио и связь, 1984. — 368 с.
2. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко. — СПб.: Питер, 2006. — 751 с.
3. Малахов, В.П. Адаптивная перестройка цифрового фильтра в системе автоматического управления / В.П. Малахов, В.С. Ситников, И.Д. Яковлева // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы (ААЭКС). — Херсон, 2008. — № 1(21). — С. 158 — 161.
4. Брус, А.А. Диапазон регулирования частотно-зависимых компонентов компьютерной системы автомобиля / А.А. Брус, В.П. Малахов, В.С. Ситников // Электромашинобудовання та електрообладнання — Одесса, 2009. — Вип. 72. — С. 139 — 142.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Анташук С.Г.

Поступила в редакцию 30 июня 2010 г.