

УДК 621.372.54

Ю.К. Филипский, д-р техн. наук, проф.,
А.Р. Агаджанян, магистр,
Одес. нац. политехн. ун-т.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННЫХ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Ю.К. Филипський, А.Р. Агаджанян. Порівняльний аналіз частотно-часових методів обробки сигналів. Використовуючи поняття поточного і миттєвого спектрів та динамічного коефіцієнта передачі, показано відмінність у обробці сигналів та кіл у частотному та частотно-часовому просторах. Даються приклади частотно-часового аналізу послідовності радіоімпульсів та АЧХ селективного кола. Отримано ізокліни для радіоімпульсу за допомогою вейвлет-перетворення. Проведено порівняння зазначених методів та дано оцінку застосування їх в різних радіотехнічних задачах.

Ю.К. Филипский, А.Р. Агаджанян. Сравнительный анализ частотно-временных методов обработки сигналов. Используя понятие текущего и мгновенного спектров и динамического коэффициента передачи, показано различие в обработке сигналов и цепей в частотном и временном пространствах. Даются примеры частотно-временного анализа последовательности радиоимпульсов и АЧХ селективной цепи. Получены изоклины для радиоимпульса с помощью вейвлет-преобразования. Проведено сравнение упомянутых методов и дана оценка использования их в различных радиотехнических задачах.

Y.K. Filipsky, A.R. Agadzhanyan. Comparative analysis of frequency-time methods of signal processing. Using the concept of current and instantaneous spectrums and dynamic gain the difference of processing signals and circuits in frequency and frequency-time spaces is shown. Some examples of frequency-time analysis of pulse sequence and amplitude frequency characteristics of selective circuits are given. Isoclinals are obtained for a radio pulse by wavelet-transforms. The above-mentioned methods are compared and the estimation of their application to different tasks in the radio engineering is given.

Электрический сигнал по своей природе, как правило, является нестационарным процессом, поскольку его параметры — амплитуда, частота и фаза — могут изменяться во времени заранее неизвестным образом.

Частотный и временной методы [1] анализа сигналов не позволяют получать полную информацию о характере сигнала в процессе его формирования. Методами частотно-временного анализа для различных сигналов определяются параметры нестационарных процессов: метод динамического коэффициента передачи [1] и метод вейвлет – преобразований [2], которые дают информацию о сигнале в любой момент времени.

Предлагается исследование и сравнительный анализ алгоритмов [1, 2] методов частотно-временного анализа применительно к различным электрическим сигналам.

В теории сигналов для определения отклика цепи делается предположение о стационарности параметров такого сигнала, более того, эта стационарность предполагается на всем временном интервале $-\infty \dots +\infty$. В таких случаях используются преобразования Фурье, определяется амплитудный спектр на входе и выходе цепи [2].

На практике в любом случае время обработки сигнала конечно. Поэтому в интеграле Фурье пределы интегрирования всегда ограничены временем существования сигнала T_c , т.е. от идеального преобразования Фурье делается переход к оконному [2]. Причем, в качестве окна чаще всего берется прямоугольная функция длительностью T_c . Наглядным примером этого является расчет спектра ограниченной последовательности прямоугольных радиоимпульсов, спектральная плотность которой

$$S_n(j\omega) = S_1(j\omega)\gamma(j\omega), \quad (1)$$

где $S_1(j\omega)$ — спектральная плотность одиночного радиоимпульса;

$S_n(j\omega)$ — спектральная плотность сигнала, содержащего n радиоимпульсов;

$\gamma(j\omega)$ — множитель пачки.

Получены спектральные плотности и соответственно модули нормированной спектральной плотности сигналов, содержащих один, два, три импульса при скважности $q = T/\tau = 2$, где τ — длительность импульса, T — период следования импульсов (рис. 1).

По мере увеличения количества импульсов при увеличении T_c ширина лепестков в спектре уменьшается, а их высота растет. В идеале при $T_c = \infty$ график переходит в набор дельта-функций с бесконечно малой шириной. При конечном T_c каждая гармоника приобретает конечную ширину спектральной линии $2\pi/T_c$. Множитель пачки [2]

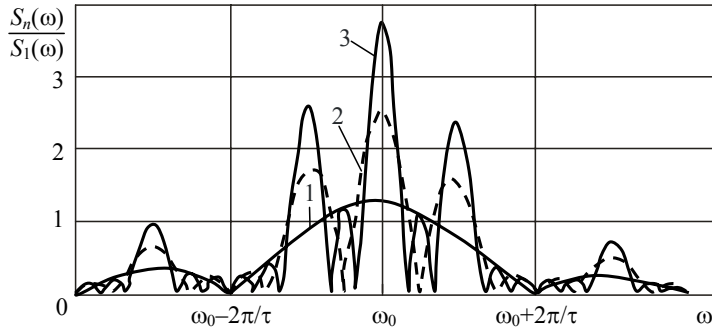


Рис. 1. Модуль нормированной спектральной плотности одного (1), двух (2), трех (3) радиоимпульсов (частота заполнения радиоимпульсов $\omega_0 = 5$ Гц)

$$\gamma(j\omega) = \frac{\sin\left(\frac{N\omega T}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)} \tag{2}$$

отображает суммарную спектральную плотность $S_n(j\omega)$ каждого из сигналов.

Таким образом, спектральная плотность $S_n(j\omega)$ становится функцией не только частоты, но и времени, т.к. величина интервала T_c изменяется — в него может входить один импульс, два импульса с периодом следования T и т.д.

В качестве оконной функции часто используется гауссов импульс с длительностью a [2]

$$v(t) = e^{-\frac{at^2}{2}}, \tag{3}$$

что объясняется более гладкой формой окна, вследствие чего устраняются боковые лепестки, присутствующие в П-образном окне (см. рисунок 1).

С помощью такого окна построены время-частотные зависимости, отображающие спектральные плотности каждого импульса во время его существования (рис. 2). Интегрирование каждого импульса производится отдельно, без накопления спектров. По мере увеличения количества импульсов происходит накопление спектров.

Текущий и мгновенный спектры определяются соответственно как [3]

$$S(j\omega, t) = \int_0^t f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau; \tag{4}$$

$$S(j\omega, \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \tag{5}$$

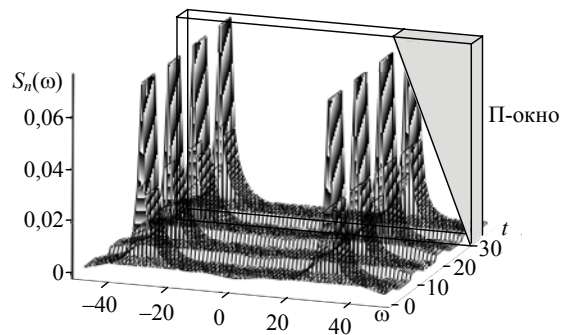


Рис. 2. Двумерная частотно-временная спектрограмма четырех радиоимпульсов

По аналогии с текущим спектром введен текущий коэффициент передачи, названный динамическим, т.к. он отображает инерционные свойства цепи [1], т.е.

$$K(j\omega, t) = \int_0^t h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \text{ и его модуль } K(\omega, t) = \left| \int_0^t h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \right|. \quad (6)$$

В процессе развития теории сигналов возникла необходимость от частотной обработки сигналов перейти к методам частотно-временного анализа, поскольку характер спектра сигналов, как правило, изменяется во времени.

Так, метод динамического коэффициента передачи (ДКП) позволил решать задачи динамического характера, а именно, определение отклика цепи при однократных и многократных скачках амплитуды, частоты или фазы [1].

Метод определения отклика цепи при линейном изменении частоты позволяет определять частотную характеристику цепи [4]

$$K_d(\omega) = \left| \int_0^\infty h(\tau) e^{-j\omega\tau} e^{j\frac{1}{2}\beta\tau^2} d\tau \right|, \quad (7)$$

где β — скорость перестройки частоты.

Приведено семейство амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) колебательного контура при разной скорости перестройки частоты β (рис. 3, а), отличающихся от стационарной при $\beta=0$.

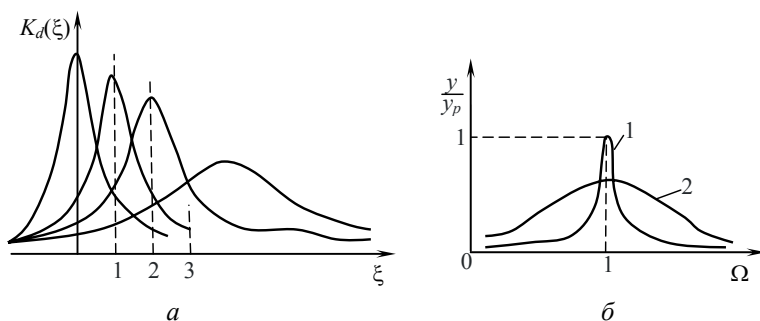


Рис. 3. Семейство АЧХ колебательного контура при разной скорости перестройки частоты (а); нормированный модуль ДКП при скачке амплитуды сигнала на входе цепи в динамике $y = 0,5$ (1) и в стационарном режиме $y = 10$ (2) (б)

Здесь α — коэффициент затухания цепи, ξ — расстройка, $y = t/\tau$ — нормированное время, $\Omega = \omega/\omega_p$ — нормированная частота.

Отличается от стационарной АЧХ и модуль ДКП (б) при скачке амплитуды сигнала на входе контура (рис. 3, б).

В радиотехнике и теоретической физике широко внедрен

новый подход к частотно-временному анализу сигналов — вейвлет-преобразование [2].

Если в преобразованиях Фурье в качестве ядра используется гармоническая функция $e^{j\omega t}$, то в вейвлет-преобразованиях ядром являются другие функции, которые называются материнскими, применение некоторых из них зависит от стоящей при обработке сигнала задачи. Наиболее часто используются материнские функции типа “мексиканская шляпа”, Марле, Хаара, Паула и др. [2].

Прямое вейвлет-преобразование позволяет определять вейвлет-спектры и имеет вид

$$R(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) W\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (8)$$

где материнская функция “мексиканская шляпа” описывается выражением

$$W\left(\frac{t-b}{a}\right) = W(x) = (x^2 - 1)e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad (9)$$

которое является второй производной от гауссовой функции

$$v(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}. \quad (10)$$

Параметр b в (8) предназначен для сдвига вейвлета $W(x)$ во времени t , а параметр a обратен частоте и дает возможность проследить характер спектра по оси частот.

Анализ выполняется на частотно-временной плоскости, причем ось частот в герцах путем обратного перехода преобразована в ось масштабов в секундах.

В качестве примера рассмотрен одиночный радиоимпульс, в качестве ядра использована материнская функция (9). Приведены результаты анализа для радиоимпульса, с использованием (9), в виде трехмерного изображения и в виде изоклин (рис. 4), даны сечения изображений по времени и по масштабу, т.е. по частоте (рис. 5).

Обе оси (a, t) должны иметь одинаковые временные размерности. Например на рисунке. 4 по осям приведены величины, которые в равной степени могут быть секундами (частота в герцах), миллисекундами (килоггерцы), микросекундами (мегагерцы) и т.д.

Сканирование по частоте выполняется в реальном масштабе времени, причем временной отрезок сигнала должен быть зафиксирован T_c . При этом каждая строка, соответствующая определенной величине a , отображает развитие этой составляющей сигнала во времени.

Трехмерное частотно-временное изображение сигнала можно представить в виде двух графиков, взяв сечения по времени t либо по масштабу a (см. рисунок 5).

Сравнивая рассмотренные методы (8) и (6) частотно-временной обработки сигналов, необходимо отметить следующее.

Оконное преобразование Фурье является промежуточным переходом от традиционного преобразования Фурье $S(j\omega)$ к вейвлет-преобразованию $R(a,b)$. Так, на полученных трехмерных изобра-

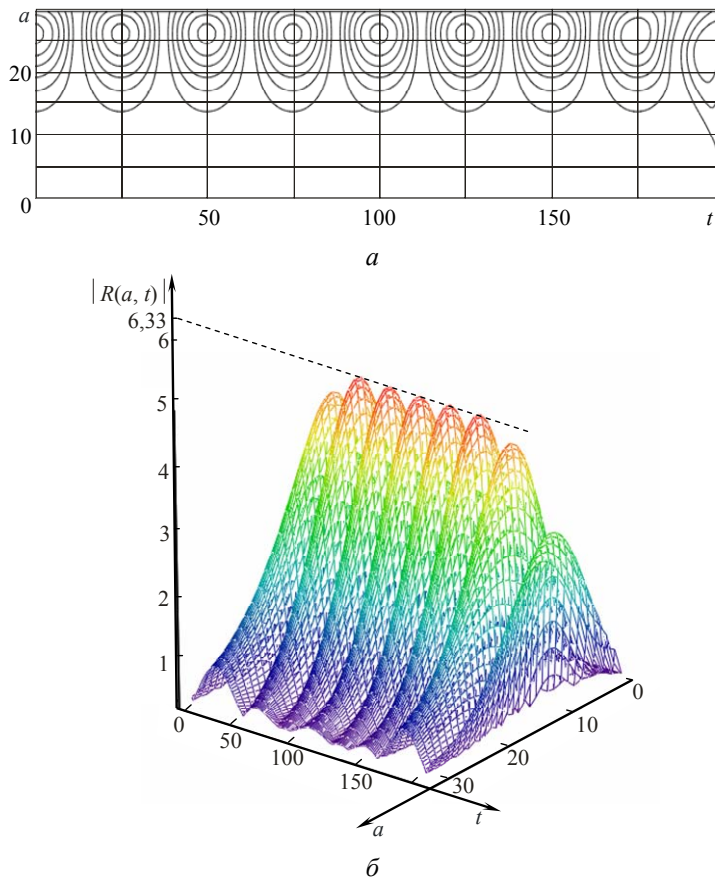


Рис. 4. Обработка радиосигнала с помощью вейвлет-преобразования: изоклины одиночного радиоимпульса с материнской функцией (а); трехмерное изображение частотно-временной характеристики (б)

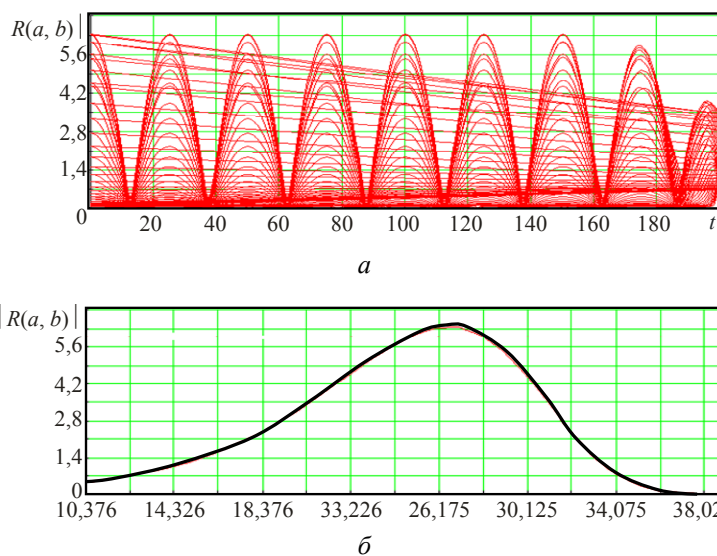


Рис. 5. Сечения радиосигнала по времени (а) и масштабу (б)

жениях спектральной плотности ограниченной ($n = 4$) последовательности прямоугольных радиоимпульсов при скважности $q = 2$, при ширине П-окна, равной периоду следования импульсов T_c , видно, что каждый следующий импульс отображен своей спектральной плотностью $S(j\omega)$ (см. рисунок 2). Увеличение ширины окна по мере увеличения числа импульсов (во времени) приводит к накоплению спектров, можно перейти к спектральной плотности (1) (см. рисунок 1).

Основные результаты работы:

— вейвлет-преобразование по своей природе не дает накопления спектров; основная его задача — получение информации о развитии сигнала во времени, поэтому частотное представление сигнала оказывается размытым, а ширина спектральной линии $2\pi/T_c$ остается на уровне одиночного импульса; в связи с этим вейвлет-преобразование чаще всего используют при анализе широкополосных сигналов в таких задачах, как медицинская диагностика, исследование природных процессов, при анализе географических данных [2] и др.

— при частотно-временной обработке радиочастотных сигналов, которые чаще всего являются узкополосными, наиболее приемлем метод ДКП, т.к. позволяет анализировать сигналы в широком частотном диапазоне (6).

Литература

1. Филипский, Ю.К. К вопросу о динамическом коэффициенте передачи / Ю.К. Филипский // Радиотехника. — 1976. — № 5. — С. 18 — 22.
2. Короновский, А.А. Храмов А.Е. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения / А.А. Короновский, А.Е. Храмов. — М.: Физматлит, 2003. — 175 с.
3. Харкевич, А.А. Спектры и анализ / А.А. Харкевич. — М.: Физматлит, 1956. — 192 с.
4. Турбович, И.Т. Метод близких систем и его применение / И.Т. Турбович. — М.: АН СССР, 1961. — 251 с.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Баранов П.Е.

Поступила в редакцию 17 марта 2010 г.