ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line)

УДК 532.55

Б.А. Коротаев, специалист,
А.А. Буров, канд. техн. наук,
В.Я. Гамолич, математик,
Одес. нац. политехн. ун-т

ДИССИПАЦИЯ ЭНЕРГИИ ВЯЗКОЙ ЦИРКУЛИРУЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ

Б.О. Коротаєв, О.О. Буров, В.Я. Гамолич. **Дисипація енергії в'язкої циркулюючої рідини.** Досліджено дисипативну функцію циркулюючого потоку в'язкої рідини. Знайдено максимальний час нагрівання до заданої температури тороїдального потоку рідини, циркулюючої в замкнутому контурі.
Ключові слова: в'язка рідина, дисипативна функція, спіральний насос, спіраль архімедова, механічна енергія.

Б.А. Коротаев, А.А. Буров, В.Я. Гамолич. **Диссипация энергии вязкой циркулирующей жидкости.** Исследована диссипативная функция циркулирующего потока вязкой жидкости. Найдено максимальное время нагрева до заданной температуры тороидального потока жидкости, циркулирующей в замкнутом контуре.
Ключевые слова: вязкая жидкость, диссипативная функция, спиральный насос, спираль архимедова, механическая энергия.

B.A. Korotaev, A.A. Burov, V.Ya. Gamolich. **Energy dissipation in a viscous circulatory liquid.** The dissipative function of a circulatory flow of viscid liquid is investigated. The maximum time of heating the toroidal stream of liquid circulating in a closed contour up to the preset temperature is found.
Keywords: viscous liquid, dissipative function, volute pump, spiral of Archimedes (Archimedean spiral), mechanical energy.

Диссипация — переход механической энергии макроскопического движения несжимаемой сплошной среды в тепловую энергию хаотического движения ее молекул — осуществляется, в конечном счете, молекулярным переносом импульса, то есть вязким трением [1]. Она определяет необратимые потери напора потока жидкости в технических устройствах, например, в насосах и теплогенераторах [2]. Поэтому представляет теоретический и практический интерес анализ диссипативных функций циркулирующих потоков вязкой несжимаемой жидкости.

Простейшая диссипативная функция движения вязкой несжимаемой жидкости содержит десять производных и представляется в декартовой системе координат [3] в виде

$$\Phi(x,y,z)=\mu\left(2\left(\left(\frac{\partial V_x}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial V_y}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)^2\right)+\left(\frac{\partial V_x}{\partial y}+\frac{\partial V_y}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial V_x}{\partial z}+\frac{\partial V_z}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial V_z}{\partial x}+\frac{\partial V_x}{\partial z}\right)^2\right), \quad (1)$$

где μ — динамический коэффициент вязкой жидкости,

V_x, V_y, V_z, — проекции скорости жидкости на координатные оси, соответственно .

Диссипация уменьшается при эквидистантных траекториях частиц жидкости в потоке. Условие минимизации диссипативной функции

$$\frac{\partial V_z}{\partial x}=\frac{\partial V_z}{\partial y}=\frac{\partial V_z}{\partial z}=0.$$

Нижняя оценка диссипативной функции в таком случае определяется неравенством

$$\Phi>\mu\left(2\left(\left(\frac{\partial V_x}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial V_y}{\partial y}\right)^2\right)+\left(\frac{\partial V_x}{\partial y}+\frac{\partial V_y}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial V_z}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial V_y}{\partial z}\right)^2\right). \quad (2)$$

Нагнетание жидкости ускоряется при замене ламинарного режима турбулентным режимом ее течения. Турбулентное течение сопровождается переходом механической энергии от усредненного к пульсационному движению, как суперпозиция этих движений. Положительный радиальный градиент центробежной силы инерции, возникающей в криволинейном потоке, стабилизирует течение жидкости. Отрицательный градиент делает его неустойчивым [4].

Связь между проекциями скорости жидкой частицы в декартовых и криволинейных координатах представлены в общем случае уравнением

$$V_x i + V_y j V_z k = V_\sigma l_\sigma + V_\tau l_\tau + V_\varphi l_\varphi, \tag{3}$$

где k, i, j, l_σ, l_τ, l_φ — криволинейные координаты. Скалярное умножение обеих частей равенства (3) на соответствующие декартовые орты приводит к системе уравнений:

$$\begin{cases} V_x = V_\sigma \dfrac{1}{\sqrt{g_{11}}}\dfrac{\partial x}{\partial \sigma} + V_\sigma \dfrac{1}{\sqrt{g_{22}}}\dfrac{\partial x}{\partial \tau} + V_\sigma \dfrac{1}{\sqrt{g_{33}}}\dfrac{\partial x}{\partial \varphi}; \\ V_y = V_\sigma \dfrac{1}{\sqrt{g_{11}}}\dfrac{\partial y}{\partial \sigma} + V_\sigma \dfrac{1}{\sqrt{g_{22}}}\dfrac{\partial y}{\partial \tau} + V_\sigma \dfrac{1}{\sqrt{g_{33}}}\dfrac{\partial y}{\partial \varphi}; \\ V_z = V_\sigma \dfrac{1}{\sqrt{g_{11}}}\dfrac{\partial z}{\partial \sigma} + V_\sigma \dfrac{1}{\sqrt{g_{22}}}\dfrac{\partial z}{\partial \tau} + V_\sigma \dfrac{1}{\sqrt{g_{33}}}\dfrac{\partial z}{\partial \varphi}, \end{cases} \tag{4}$$

где g_{ii} — компоненты матричного тензора ($g_{11}=g_{\sigma\sigma}$, $g_{22}=g_{\tau\tau}$, $g_{33}=g_{\varphi\varphi}$).

Уравнения (2) и (4) дают криволинейные координаты для диссипативной функции.

Поверхность тора — простейшая форма границ циркулирующей жидкости. Изображение диссипационной функции при преобразовании внутри тора

$$\begin{cases} x = \cos\alpha(a + r\cos\beta); \\ r = \sin\alpha(a + r\cos\beta); \\ z = r\sin\beta, \end{cases} \tag{5}$$

где a — радиус центральной линии тора,
r — расстояние точки потока от центральной линии тора,
α — полярный угол точки центральной линии тора,
β — центральный угол внутри поперечного сечения тора.

Связи между (3) и (5) представлены равенствами:

$$r=\sigma,\quad \alpha=\varphi \quad \text{и} \quad \beta=\tau, \quad \text{при} \quad a>0,\quad 0\le r\le r_0,\quad -2\pi\le\alpha\le 2\pi \quad \text{и} \quad -2\pi\le\beta\le 2\pi,$$

где r_0 — радиус сечения тора.

Компоненты метрического тензора в системе криволинейных координат r, α и β определяются равенствами $g_{11}=1$, $g_{22}=(a+r\cos\beta)$ и $g_{33}=r^2$ при условии ортогональности $g_{12}=g_{13}=g_{23}$. С учетом (5) из (4) следует система уравнений:

$$\begin{cases} V_x = V_r\cos\alpha\sin\beta + V_\alpha\sin\alpha + V_\beta\cos\alpha\cos\beta; \\ V_y = V_r\cos\alpha\sin\beta + V_\alpha\sin\alpha + V_\beta\cos\alpha\cos\beta; \\ V_y = V_r\cos\alpha + V_\beta\sin\beta. \end{cases} \tag{6}$$

Уравнения (5) и (6) позволяют определить диссипативную функцию тороидального циркулирующего потока несжимаемой вязкой жидкости и производные в зависимости (1). Каждая из этих производных представляется в системе криволинейных координат r, α, β дробным рациональным выражением, составленным из громоздких тригонометрических комплексов в числителе и знаменателе. Их анализ упрощается при эквидистантных траекториях движения жидких частиц циркулирующего потока и справедливости условий

 ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line)

$$V_r = V_\alpha = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial V_\beta}{\partial \alpha} - \frac{\partial V_\alpha}{\partial \beta} = 0. \tag{7}$$

Если в плоскости симметрии тора при β=0

$$V_\alpha = \frac{2q}{\pi R^2}\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right),$$

то

$$\frac{\partial V_\alpha}{\partial r} \frac{4q}{\pi R^2}$$

и значения производных в оценке (2) при α=0 определяются как

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial V_x}{\partial y} \frac{2q(R^2 - r^2)}{\pi a R^2} \frac{\partial V_x}{\partial z} = \frac{4qr}{\pi R^2};$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial V_y}{\partial y} \frac{2q(R^2 - r^2)}{\pi a R^2} \frac{\partial V_y}{\partial z} = \frac{8qr}{\pi R^2},$$

где q — расход циркулирующего потока,

R — средний радиус площади его поперечного сечения.

С их учетом неравенство (2) принимает вид

$$\Phi_0 > \mu\left(\frac{2q}{\pi R^4}\right)^2 \left(20r^2 + 3\left(\frac{R^2 - r^2}{a}\right)^2\right),$$

а нижняя оценка диссипативной функции тороидального циркулирующего потока определяется равенством

$$\Phi_0 > \frac{4\mu}{\pi^2}\left(\frac{2q}{\pi R^4}\right)^2 \left(20r^2 + 3\left(\frac{R^2 - r^2}{a}\right)^2\right). \tag{8}$$

Согласно (8) оценка выделяемой за одну секунду теплоты равна

$$Q_0 = 4\pi^2\alpha \int_0^P \Phi_0 r dr$$

или

$$Q_0 = \frac{8\mu q^1 (10a^2 - R^2)}{aR^4}. \tag{9}$$

Если m — масса изолированной циркулирующей жидкости, ρ и c — ее плотность и теплоемкость, то необходимая для нагрева жидкости теплота

$$Q = mc(T - T_0), \tag{10}$$

где T_0 и T — температура жидкости до и после нагревания, соответственно.

С учетом (9) и (10) оценочное время нагревания циркулирующей жидкости в результате диссипации ее механической энергии

$$t = \frac{\pi^2 \alpha^2 R^2 \rho c \Delta T}{4\mu q^2 (10a - R^2)}, \tag{11}$$

где $\Delta T = T - T_0$,

ρ — плотность исследуемой жидкости,

μ — вязкость жидкости.

Обобщение полученной для тороидальных потоков зависимости на потоки иной формы имеет вид

$$t = \frac{pc\Delta TP^2S^2}{8\pi\mu q^2(5P^2 - 2\pi S)}, \qquad (12)$$

где P — периметр контура средней линии циркулирующего потока,

S — площадь поперечного сечения потока.

Полученные зависимости пригодны для расчетов параметров гидродинамических теплогенераторов с циркулирующими теплоносителями.

Литература

1. Тананаев, А.В. Течение в каналах МГД-устройств / А.В. Тананаев. — М.: Атомиздат, 1979. — 364 с.
2. Потапов, Ю.С. Вихревая энергетика и холодный ядерный синтез с позиции теории движения. / Ю.С. Потапов, Л.П. Фоминский. — Кишинёв, Черкассы: Око-Плюс, 2000. — 387 с.
3. Яворский, Б.М. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов / Б.М. Яворский, А.А. Детлаф, А.К. Лебедев. — М.: Мир и образование, 2006. — 1056 с.
4. Щукин, В.К. Теплообмен и гидравлика внутренних потоков в полях массовых сил / В.К. Щукин. — М.: Машиностроение, 1970. — 432 с.

References

1. Tananaev, A.V. Techenie v kanalakh MGD-ustroystv [The Flow in MHD-Devices Channels] / A.V. Tananaev. — Moscow, 1979. — 364 p.
2. Potapov, Yu.S. Vikhrevaya energetika i kholodnyy yadernyy sintez s pozitsii teorii dvizheniya. [Vortex Power Engineering and Cold Nuclear Fusion from the Position of Theory of Motion] / Yu.S. Potapov, L.P. Fominskiy. — Kishinyov, Cherkassy, 2000. — 387 p.
3. Yavorskiy, B.M. Spravochnik po fizike dlya inzhenerov i studentov vuzov [Physics Handbook for Engineers and Higher Education Students] / B.M. Yavorskiy, A.A. Detlaf, A.K. Lebedev. — Moscow, 2006. — 1056 p.
4. Shchukin, V.K. Teploobmen i gidravlika vnutrennikh potokov v polyakh massovykh sil [Heat Transfer and Hydraulics in Internal Flows of Mass Force Fields] / V.K. Shchukin. — Moscow, 1970. — 432 p.

Рецензент канд. техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Кишневский В.А.

Поступила в редакцию 25 августа 2011 г.