

УДК 517.977.52

Н.А. Соколова, д-р тех. наук, проф,  
С.Н. Иванов, магистр, Херс. нац., техн. ун-т

## ПРИМЕНЕНИЕ ЭНТРОПИЙНОГО ПРИНЦИПА МАКСИМУМА ПРИ ФОРМИРОВАНИИ СУБЪЕКТИВНЫХ ПРЕДПОЧТЕНИЙ, ОСНОВАННЫХ НА СУБЪЕКТИВНОЙ ИНФОРМАЦИИ

*Н.А. Соколова, С.М. Иванов.* Застосування ентропійного принципу максимуму при формуванні суб'єктивних переваг, що базуються на суб'єктивній інформації. Розглянуто можливість застосування ентропійного принципу максимуму при формуванні суб'єктивних переваг. Наведені функції суб'єктивної ефективності та суб'єктивної активності. Отримана функція переваг, яка залежить від суб'єктивної інформації й ендогенного параметра.

*Ключові слова:* ентропійний принцип, суб'єктивні переваги, суб'єктивна інформація.

*Н.А. Соколова, С.Н. Иванов.* Применение энтропийного принципа максимума при формировании субъективных предпочтений, основанных на субъективной информации. Рассмотрена возможность применения энтропийного принципа максимума при формировании субъективных предпочтений. Приведены функции субъективной эффективности и субъективной активности. Получена функция предпочтений, которая зависит от субъективной информации и эндогенного параметра.

*Ключевые слова:* энтропийный принцип, субъективные предпочтения, субъективная информация.

*N.A. Sokolova, S.M. Ivanov.* Application of the entropy maximum principle in the formation of subjective preferences based on subjective information. The possibility of using the principle of maximum entropy in the formation of subjective preferences is considered. The functions of subjective efficiency and subjective activity are given. The preference function depending on the subjective information and endogenous parameter is obtained.

*Keywords:* entropy principle, subjective preferences, subjective information.

В области активных систем (АС) одной из актуальных является проблема определения предпочтений субъектов — активных элементов (АЭ). Исторически, первым способом представления предпочтений субъектов (АЭ) были функции полезности и целевые функции, затем применяли бинарные и нечеткие отношения для моделирования функции предпочтений [1,2]. При формировании функции предпочтений субъектов (АЭ) обычно исходят из принципа рационального (индивидуального и коллективного) поведения субъектов (АЭ) [2]. Но сейчас ведется поиск новых подходов к формированию функции предпочтений.

К относительно новым решениям представления функции предпочтений субъектов (АЭ) можно отнести применение принципа максимума Гиббса-Джейнса [3,4]. В [1] рассматриваются функции предпочтений, которые зависят как от функции полезности (вредности), так и некоторых психических факторов, присущих субъекту (АЭ), а также постулируется энтропийный принцип формирования субъективных предпочтений.

Однако, все рассмотренные модели не учитывают, каким образом субъект (АЭ) формирует предпочтения (по полезности или вредности). Кроме того, нужно подчеркнуть, что существование разнородных альтернатив приводит к неприменимости одной и той же функции предпочтений в силу изменения функции полезности (вредности).

Поэтому эти модели требуют дальнейшего усовершенствования. В частности, модель функции предпочтений, учитывающая как полезность (вредность), так и некоторые психические факторы, может быть уточнена за счет учета субъективной информации.

Под субъективной информацией будем понимать такую информацию, которой обладают субъекты (АЭ) об альтернативах на момент принятия решений. В дальнейшем, при расчете

субъективной информации, будем использовать хартлиевскую информацию [5].

**Цель данной статьи** состоит в том, чтобы показать возможность применения энтропийного принципа при формировании предпочтений субъектов (АЭ), основанных на субъективной информации о возможных альтернативах.

Пусть существует  $n$ -альтернатив  $\sigma_i, i = (\overline{1..n})$ , между которыми субъект устанавливает бинарные отношения вида:  $\succ, \prec, \sim$ . Эти отношения описывает функция предпочтений  $\pi(\sigma_i)$ . Функция  $\pi(\sigma_i)$  всегда положительна для  $\forall \sigma_i \in S_a$  и ограничена, где  $S_a$  — множество альтернатив  $\sigma_i$  [3].

Обычно полагают, что все функции предпочтения нормированы (1). Это обстоятельство следует не только из условий математического удобства, но и отражает определенное свойство психики субъекта, состоящее в том, что если в некотором ограниченном наборе альтернатив  $S_a$  “интерес” субъекта к одной из альтернатив возрастает, то “интерес” в отношении других альтернатив должен уменьшаться [3].

Если  $S_a$  является конечным или счетным, то:

$$\sum_{i=1}^{N,\infty} \pi(\sigma_i) = 1; (\forall \sigma_i \in S_a). \quad (1)$$

Требуется применить энтропийный принцип при формировании предпочтений субъектов (АЭ), основанных на субъективной информации.

Введем в рассмотрение такие понятия как субъективная эффективность и субъективная активность.

Под субъективной эффективностью будем понимать следующую модель:

$$\varepsilon(\pi(\sigma), I(\sigma)) = \sum_{i=1}^n \pi(\sigma_i) \cdot I(\sigma_i), \quad (2)$$

где  $I(\sigma_i)$  — субъективная информация об альтернативе  $\sigma_i, i = (\overline{1..n})$ .

Смысл этой функции (2) заключается в том, что чем большей информацией субъект (АЭ) владеет об альтернативе, тем эффективность принятия решений такого субъекта выше в “пользу” этой альтернативы.

Под субъективной активностью будем понимать следующую модель:

$$Y = \sum_{i=1}^n \pi(\sigma_i) \ln I(\sigma_i). \quad (3)$$

Смысл этой функции (3) заключается в том, что когда  $I(\sigma_i) > 1$ , субъективная активность  $Y$  монотонно возрастает, а когда  $0 < I(\sigma_i) \leq 1$ , то  $Y \leq 0$  и такой субъективной информации об альтернативе не достаточно, чтобы субъект (АЭ) принял решение в “пользу” этой альтернативы и более того, недостаточные знания об этой альтернативе скорее приведут субъекта к ликвидации этой альтернативы из возможного их числа, чем и объясняется отрицательный знак субъективной активности ( $Y \leq 0$ ). Этому предположению соответствует следующий пример. Пусть преподавателю математики со стажем 20 лет предложены две альтернативы: читать математику или биологию. В этом случае, скорее всего предпочтение будет отдано первой альтернативе, а вторую субъект (АЭ) не станет даже рассматривать и более того, недостаточные знания в области биологии приводят субъекта к ликвидации (исключению) этой альтернативы из их числа.

Изобразим график субъективной активности (рис. 1).

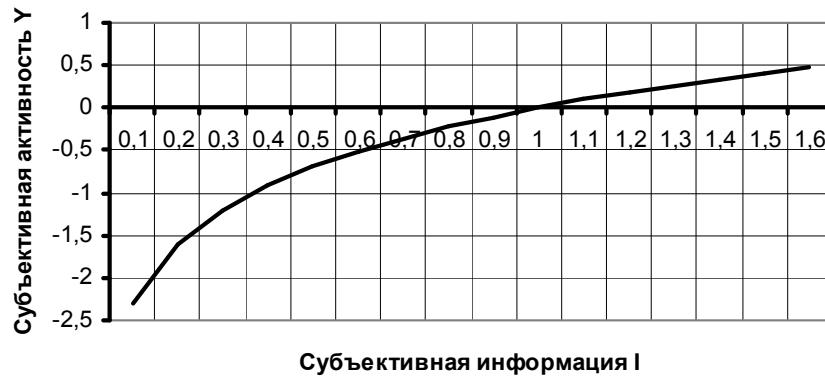


Рис. 1. Графік суб'єктивної активності

Предполагается, что предпочтения субъекта (АЭ) распределены на множестве альтернатив  $S_a$  таким образом, что критерий, описываемый некоторым функционалом, который содержит функции предпочтения, приобретает экстремальное значение.

В функциональном анализе известно, что каждому сопряженному оператору можно поставить в соответствие такой функционал, что уравнение, отвечающее оператору, является уравнением Эйлера-Лагранжа [3, 5, 6].

Пусть этот функционал состоит из четырёх компонент: энтропии предпочтений, субъективной эффективности, субъективной активности, условия нормировки и имеет вид:

$$\Phi_{\pi} = \alpha H_{\pi} + \beta \varepsilon + \omega Y + \gamma N, \quad (4)$$

где  $H_{\pi} = -\sum_{i=1}^n \pi(\sigma_i) \ln \pi(\sigma_i)$  — субъективная энтропия [3],  $\varepsilon = \sum_{i=1}^n \pi(\sigma_i) I(\sigma_i)$  — функция

субъективной эффективности,  $Y = \sum_{i=1}^n \pi(\sigma_i) \ln I(\sigma_i)$  — функция субъективной активности,

$N = \sum_{i=1}^n \pi(\sigma_i)$  — нормирующее условие [3]. Структурные параметры  $\alpha, \beta, \omega, \gamma$  — могут рассматриваться в различных ситуациях как коэффициенты Лагранжа, либо как весовые коэффициенты [3, 6].

Вариационная задача, связанная с критерием (4), является задачей на условный экстремум.

Найти распределение предпочтений, доставляющее экстремальное значение субъективной энтропии при условиях:

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_0, \\ N(\pi) = A_0, \\ Y = Y_0, \\ \pi_{extr}(\cdot) = \arg \text{extr}_{\pi(\cdot) \in \Pi} H_{\pi}; \end{cases} \quad (5)$$

где  $\Pi$  — класс функций предпочтения, из которого выбирается экстремальное распределение  $\pi_{extr}(\cdot)$ ,  $A_0$  — нормировочная константа (мы будем считать, что  $A_0 = 1$ ),  $\varepsilon_0$  — значение задаваемой эффективности (поскольку память субъекта (АЭ) является ограниченной, то и субъект (АЭ) не может знать максимально возможную субъективную информацию),  $Y_0$  — значение задаваемой активности, которое рассчитывается по формуле (3).

Будем считать, что  $\alpha = 1$  и  $\omega = 1$ .

В более подробном виде функционал приобретает следующий вид:

$$\Phi_{\pi} = -\sum_{i=1}^n \pi(\sigma_i) \ln \pi(\sigma_i) + \beta \sum_{i=1}^n \pi(\sigma_i) I(\sigma_i) + \sum_{i=1}^n \pi(\sigma_i) \ln I(\sigma_i) + \gamma \sum_{i=1}^n \pi(\sigma_i) \rightarrow \text{extr} . \quad (6)$$

Из необходимого условия экстремума  $\frac{\partial \Phi_{\pi}}{\partial \pi(\sigma_i)} = 0, \forall i = \overline{1..n}$  находим

$$\pi(\sigma_i) = \frac{I(\sigma_i) e^{\beta I(\sigma_i)}}{\sum_{i=1}^n I(\sigma_i) e^{\beta I(\sigma_i)}} . \quad (7)$$

Пусть  $\beta$  представляет собой эндогенный фактор [3], который назовем коэффициентом притяжения-непритяжения субъектом альтернативы  $\sigma_i$ ,  $\beta = \frac{1}{\psi}$ ,  $\psi \in [0,1]$ .

Изобразим график функции предпочтений (рис. 2).

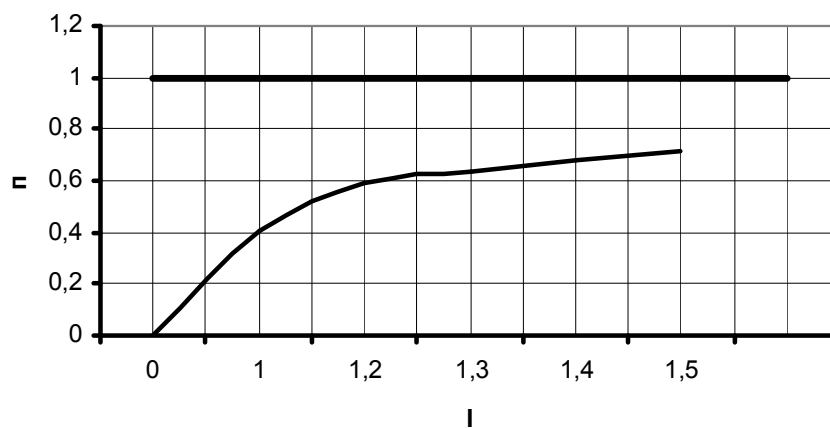


Рис. 2. График функции предпочтений

Исходя из принципа максимума энтропии Гиббса-Джейнса, была составлена функция предпочтений, которая зависит как от субъективной информации, так и эндогенного параметра, отражающего определенные свойства психики субъекта (АЭ).

Полученные результаты могут быть использованы при создании интеллектуальных систем моделирования предпочтений и поддержки принятия решений субъектов в различных предметных областях.

Дальнейшие исследования могут посвящаться усовершенствованию модели функции предпочтений, а также модели субъективной информации и их проверке на реальных данных.

## Литература

1. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. М.: Синтег, 1999. — 128 с.
2. Бурков В.Н., Ириков В.А. Модели и методы управления организационными системами. М.: Наука, 1994. — 270 с.
3. Касьянов В. О. Суб'єктивний аналіз: Монографія. — К.: НАУ, 2007. — 512 с.
4. Касьянов В. А. Элементы субъективного анализа: Монография. — К.: НАУ, 2003. — 224 с.
5. Стратонович Р.Л. Теория информации. — М.: Сов. радио, 1975. — 424 с.
6. Трухаев Р. И. Модели принятия решений в условиях неопределенности. М.: Наука, 1981, — 258 с.

---

**References**

1. Burkov V.N., Novikov D.A. Teoriya aktivnykh sistem: sostoyanie i perspektivy [The Theory of Active Systems: Status and Prospects]. Moscow, 1999. — 128 pp.
2. Burkov V.N., Irikov V.A. Modeli i metody upravleniya organizatsionnymi sistemami [Models and Methods for Managing Organizational Systems]. Moscow, 1994. — 270 pp.
3. Kasianov V. O. Subiektyvnyi analiz: Monografiia. [Subjective Analysis: Monograph]. — Kyiv, 2007. — 512 pp.
4. Kas'yanov V. A. Elementy subektivnogo analiza: Monografiya [The Elements of Subjective Analysis: Monograph]. — Kyiv, 2003. — 224 pp.
5. Stratonovich R.L. Teoriya informatsii [Information Theory]. — Moscow, 1975. — 424 pp.
6. Trukhaev R. I. Modeli prinyatiya resheniy v usloviyakh neopredelennosti [Models of Decision Making under Uncertainty]. Moscow, 1981, — 258 pp.

Рецензент д-р екон. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Соколовская З.Н.

Поступила в редакцию 23 сентября 2011 г.