

УДК 539.435+621.86.065

И.М. Чаюн, д-р техн. наук, проф.,
А.В. Непомнящий, инженер,
Одес. нац. политехн. ун-т

ЖЕСТКОСТИ КАРОТАЖНОГО КАБЕЛЯ И ЕГО ДЕФОРМИРОВАННО-НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

И.М. Чаюн, О.В. Непомнящий. **Жорсткості каротажного кабеля та його деформовано-напружений стан.** Розроблено комплексну методику визначення жорсткостей каротажного кабеля, які проявляються при розтяганні з крученням і гідростатичним тиском в свердловині, та обчислення деформацій і напруження в його елементах при вказаному навантаженні.

Ключові слова: кабель, жорсткість, деформація, напруження.

И.М. Чаюн, А.В. Непомнящий. **Жесткости каротажного кабеля и его деформированно-напряженное состояние.** Разработано комплексную методику определения жесткостей каротажного кабеля, проявляющихся при растяжении с кручением и гидростатическим давлением в скважине, а также вычисления деформаций и напряжений при указанном нагружении.

Ключевые слова: кабель, жесткость, деформация, напряжение.

I.M. Chayun, A.V. Nepomnyashchy. **The rigidity of the hoist cable and its deformed stressed state.** An integrated methodology is developed for detecting rigidities of hoist cable that are shown when the tension with the torsion and hydrostatic pressure in the hole take place, as well as for calculating deformations and strains under the stated loading.

Keywords: rigidity, deformation, strain.

В нефтяной и газовой промышленности важное место занимают исследовательские и технологические операции каротажа скважин. Комплекс оборудования каротажных станций включает различные механизмы и приборы, а также каротажный кабель, обеспечивающий линии связи скважинных приборов с наземной аппаратурой, измерение глубин залегания продуктивных пластов и выполнение других операций, которые требуют знания точных прочностных и жесткостных характеристик кабеля.

Предлагается методика исследования деформированного и напряженного состояния каротажного бронированного кабеля в комплексе с его жесткостными характеристиками. Исследования позволяют, в том числе, раскрыть некоторые неопределенности и существенные неточности, допущенные в предыдущих работах [1, 2].

Каротажный кабель состоит из трех основных частей (рис. 1). Предметом исследования в работе является грузонесущая броня из двух слоев стальных проволок, повитых вокруг сердечника (совокупность токоведущей жилы и изоляционных слоев из резины, ткани). Механико-математической моделью для исследования брони является винтовой элемент ds (рис. 2).

Уравнения, связывающие деформации растяжения \bar{e} , кручения \bar{t} , изгиба \bar{b} винтового элемента ds с продольной ϵ , крутильной θ и поперечной ω деформациями сердечника базового цилиндра представим в виде

$$e = \epsilon \kappa_{e\epsilon} + \theta \kappa_{e\theta} + \omega \kappa_{e\omega}; \quad (1)$$

$$t = \epsilon \kappa_{t\epsilon} + \theta \kappa_{t\theta} + \omega \kappa_{t\omega}; \quad (2)$$

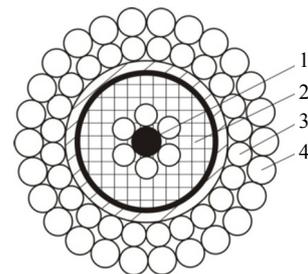


Рис. 1. Сечение кабеля:
1 — токопроводящая жила;
2 — изоляционные слои;
3, 4 — слои брони

$$b = \varepsilon \kappa_{b\varepsilon} + \theta \kappa_{b\theta} + \omega \kappa_{b\omega}, \quad (3)$$

где $\varepsilon = \frac{du}{dx}$; $\theta = \frac{dv}{dx}$; $\omega = \frac{\Delta r}{r}$; u ; v ; Δr — перемещения сечения базового цилиндра от растяжения, кручения, поперечного сужения;

$\kappa_{\varepsilon\varepsilon}$; $\kappa_{\varepsilon\theta}$; ...; $\kappa_{b\omega}$ — удельные деформации винтового элемента.

На основании геометрических уравнений [3, 4]

$$\begin{aligned} \kappa_{\varepsilon\varepsilon} &= \cos^2 \alpha; \quad \kappa_{\varepsilon\theta} = 0,5r \sin 2\alpha; \\ \kappa_{\varepsilon\omega} &= \Psi \sin^2 \alpha; \quad \kappa_{\theta\varepsilon} = r^{-1} \cos \alpha \sin^2 \alpha; \\ \kappa_{\theta\theta} &= \cos^4 \alpha; \quad \kappa_{\theta\omega} = \Psi r^{-1} \cos \alpha \sin^3 \alpha; \\ \kappa_{b\varepsilon} &= -0,5r^{-1} \sin^2 2\alpha; \quad \kappa_{b\theta} = 0,5(+\cos^2 \alpha) \sin 2\alpha; \\ \kappa_{b\omega} &= \Psi 0,5r^{-1} \sin^2 2\alpha, \end{aligned} \quad (4)$$

где α и r — угол и радиус свивки слоев брони, а также слоев токопроводящей жилы;

$\Psi = \omega/\omega_i$ — отношение поперечной деформации по радиусу свивки наружного слоя брони к поперечной деформации слоя i -го элемента.

Получим взаимосвязь поперечной деформации наружного слоя брони с поперечными деформациями ниже расположенных элементов. Считаем 1-м элементом центральную проволоку токопроводящей жилы, а шесть проволок ее повива считаем 2-м элементом (см. рисунок 1). Совокупность защитных слоев из резины и пряжи нумеруем 3-м элементом; внутренний слой брони считаем 4-м, а наружный слой 5-м элементом. Такой же принцип нумерации элементов следует принимать и при других конструкциях каротажных кабелей.

Для 2-го элемента, т.е. слоя из шести проволок жилы, поперечную деформацию представим аналогично [4]

$$\omega_2 = -\frac{\Delta r_2}{r_2} = -0,5(\mu_1 \delta_1 \varepsilon + \mu_2 \delta_2 e_2) / r_2, \quad (5)$$

где δ_1 , δ_2 — диаметры проволок;

μ_1 и μ_2 — коэффициенты Пуассона материала проволок.

Деформация растяжения проволок 2-го слоя согласно (1)

$$e_2 = \varepsilon \kappa_{\varepsilon\varepsilon_2} + \theta \kappa_{\varepsilon\theta_2} + \omega \kappa_{\varepsilon\omega_2}, \quad (6)$$

где μ_{ε_2} и μ_{θ_2} — удельные поперечные деформации по радиусу слоя 2-го элемента:

$$\begin{aligned} \mu_{\varepsilon_2} &= 0,5(\mu_1 \delta_1 + \mu_2 \delta_2 \kappa_{\varepsilon\varepsilon_2}) / \gamma_2; \\ \mu_{\theta_2} &= 0,5\mu_2 \delta_2 \kappa_{\varepsilon\theta_2} / \gamma_2; \\ \gamma_2 &= r_2 + 0,5\mu_2 \delta_2 \kappa_{\varepsilon\omega_2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Поперечная деформация 3-го элемента, т.е. сердечниковой части, определяется главным образом коэффициентом Пуассона резины

$$\omega_3 = -\frac{\Delta r_3}{r_3} = -0,5\mu_3 \delta_3 \varepsilon. \quad (8)$$

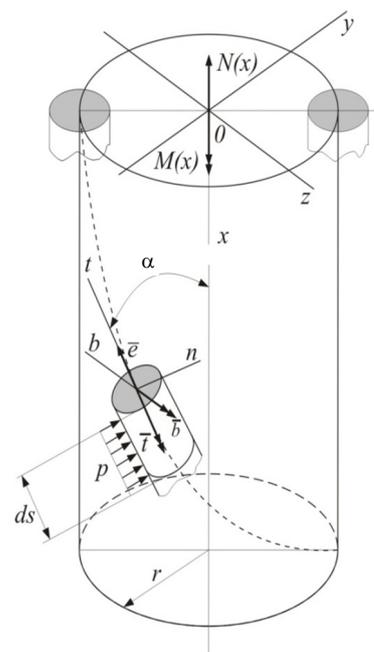


Рис. 2. Модель нагружения: $N(x)$ — продольная сила, $M(x)$ — крутящий момент, p — нагрузка от гидростатического давления

Поперечная деформация 4-го элемента, т.е. внутреннего слоя брони,

$$\omega_4 = -\frac{\Delta r_4}{r_4} = -0,5(\mu_3 \delta_3 \varepsilon + \mu_4 \delta_4 e_4) / r_4, \quad (9)$$

где μ_4 — коэффициент Пуассона стальных проволок внутреннего слоя брони.

Деформация растяжения проволок 4-го слоя согласно (1)

$$e_4 = \varepsilon \kappa_{e\varepsilon_4} + \theta \kappa_{e\theta_4} + \omega \kappa_{e\omega_4}. \quad (10)$$

На основании (8) и (9)

$$\omega_4 = -(\varepsilon \mu_{\varepsilon_4} + \theta \mu_{\theta_4}), \quad (11)$$

где μ_{ε_4} и μ_{θ_4} — удельные поперечные деформации по радиусу слоя 4-го элемента:

$$\mu_{\varepsilon_4} = 0,5(\mu_3 \delta_3 + \mu_4 \delta_4 \kappa_{e\varepsilon_4}) / \gamma_4;$$

$$\mu_{\theta_4} = 0,5\mu_4 \delta_4 \kappa_{e\theta_4} / \gamma_4; \quad (12)$$

$$\gamma_4 = r_4 + 0,5\mu_4 \delta_4 \kappa_{e\omega_4}.$$

Поперечная деформация 5-го элемента, т.е. наружного слоя брони,

$$\omega_5 = -\frac{\Delta r_5}{r} = -(0,5(\mu_3 \delta_3 \varepsilon + \mu_5 \delta_5 e_5) + \mu_4 \delta_4 e_4) / r_5, \quad (13)$$

где μ_5 — коэффициент Пуассона стальных проволок наружного слоя брони.

Используя в (13) выражения e_4 и аналогичное e_5 , получаем

$$\omega_5 = -(\varepsilon \mu_{\varepsilon_5} + \theta \mu_{\theta_5}),$$

где $\mu_{\varepsilon_5} = 0,5(\mu_4 \delta_4 + \mu_5 \delta_5 \kappa_{e\varepsilon_5}) / \gamma_5;$

$$\mu_{\theta_5} = 0,5\mu_5 \delta_5 \kappa_{e\theta_5} / \gamma_5;$$

$$\gamma_5 = r_4 + 0,5\mu_5 \delta_5 \kappa_{e\omega_5}.$$

Деформации кабеля — продольную ε , крутильную θ и поперечную ω (это относительное изменение радиуса свивки наружного слоя брони) — определяем аналогично [5], используя метод конечных элементов,

$$|\mathbf{DK}| = |\mathbf{G}|^{-1} \cdot |\mathbf{F}|, \quad (14)$$

где $|\mathbf{DK}| = |\varepsilon \theta \omega|^T$ — вектор деформаций кабеля;

$$|\mathbf{G}| = \begin{vmatrix} G_{\varepsilon\varepsilon} & G_{\varepsilon\theta} & G_{\varepsilon\omega} \\ G_{\theta\varepsilon} & G_{\theta\theta} & G_{\theta\omega} \\ G_{\omega\varepsilon} & G_{\omega\theta} & G_{\omega\omega} \end{vmatrix} \quad \text{— матрица жесткости кабеля;} \quad (15)$$

$G_{\varepsilon\varepsilon}$, $G_{\theta\theta}$, $G_{\omega\omega}$ — продольная, крутильная и поперечная жесткости кабеля;

$G_{\varepsilon\theta} = G_{\theta\varepsilon}$, $G_{\varepsilon\omega} = G_{\omega\varepsilon}$, $G_{\theta\omega} = G_{\omega\theta}$ — жесткости влияния;

$|\mathbf{F}|$ — вектор, определяемый внешними нагрузками.

Для составления компонентов матрицы $|\mathbf{G}|$ воспользуемся теоремой: вторая частная производная от удельной потенциальной энергии деформирования стержневой системы по деформации представляет соответствующую жесткость сечения (в данном случае жесткости сечения кабеля) [5, 6].

Удельная потенциальная энергия упругой деформации элемента ds , т.е. накапливаемая в проволоке в пределах единичной длины базового цилиндра (рис. 2), равна

$$u = 0,5 \cos^{-1} \alpha (\Phi_p e^2 + \Phi_t t^2 + \Phi_n b^2), \quad (16)$$

где $\Phi_p = EA$; $\Phi_t = 0,4EJ_0$ и $\Phi_n = 0,5EJ_0$ — продольная, крутильная и изгибная жесткости проволоки; E — модуль упругости материала проволоки при растяжении;

$A = \pi\delta^2/4$, $J_0 = \pi\delta^4/32$ — площадь и полярный момент инерции сечения проволоки.

На основании указанной теоремы компоненты матрицы жесткости имеют следующий физико-математический смысл.

Основные жесткости (продольная, крутильная, поперечная):

$$G_{\varepsilon\varepsilon} = \frac{\partial^2 u}{\partial \varepsilon^2}; \quad G_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}; \quad G_{\omega\omega} = \frac{\partial^2 u}{\partial \omega^2}. \quad (17)$$

Жесткости влияния (продольно крутильная, продольно-поперечная, крутильно поперечная):

$$G_{\varepsilon\theta} = \frac{\partial^2 u}{\partial \varepsilon \partial \theta}; \quad G_{\varepsilon\omega} = \frac{\partial^2 u}{\partial \varepsilon \partial \omega}; \quad G_{\theta\omega} = \frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial \omega}. \quad (18)$$

Выражения (17), (18), записанные для одного элемента, справедливы для всех s элементов кабеля. Конечно, преобладающее значение имеет броня из двух слоев проволок. Раскрыв формулы (17), (18) путем использования (16) с учетом деформаций элементов (1)...(3), выражения жесткостей кабеля в целом, необходимые для описания его деформированного состояния при действии растягивающей нагрузки и гидростатического давления, получают вид:

$$G_{\varepsilon\varepsilon} = \sum_1^s \Lambda (\Phi_p \kappa_{\varepsilon\varepsilon}^2 + \Phi_t \kappa_{t\varepsilon}^2 + \Phi_n \kappa_{b\varepsilon}^2); \quad (19)$$

$$G_{\theta\theta} = \sum_1^s \Lambda (\Phi_p \kappa_{\varepsilon\theta}^2 + \Phi_t \kappa_{t\theta}^2 + \Phi_n \kappa_{b\theta}^2); \quad (20)$$

$$G_{\omega\omega} = \sum_1^s \Lambda (\Phi_p \kappa_{\varepsilon\omega}^2 + \Phi_t \kappa_{t\omega}^2 + \Phi_n \kappa_{b\omega}^2); \quad (21)$$

$$G_{\varepsilon\omega} = \sum_1^s \Lambda (\Phi_p \kappa_{\varepsilon\varepsilon} \kappa_{\varepsilon\omega} + \Phi_t \kappa_{t\varepsilon} \kappa_{t\omega} + \Phi_n \kappa_{b\varepsilon} \kappa_{b\omega}); \quad (22)$$

$$G_{\varepsilon\theta} = \sum_1^s \Lambda (\Phi_p \kappa_{\varepsilon\varepsilon} \kappa_{\varepsilon\theta} + \Phi_t \kappa_{t\varepsilon} \kappa_{t\theta} + \Phi_n \kappa_{b\varepsilon} \kappa_{b\theta}); \quad (23)$$

$$G_{\theta\omega} = \sum_1^s \Lambda (\Phi_p \kappa_{\varepsilon\theta} \kappa_{\varepsilon\omega} + \Phi_t \kappa_{t\theta} \kappa_{t\omega} + \Phi_n \kappa_{b\theta} \kappa_{b\omega}), \quad (24)$$

где s — число элементов кабеля, т.е. равноценных в геометрическом, физическом и силовом отношениях групп проволок $\Lambda = m \cos^{-1} \alpha$ (m — количество проволок в одном элементе).

На основании уравнения (14) деформации кабеля

$$|\mathbf{DK}| = \begin{vmatrix} \varepsilon \\ \theta \\ \omega \end{vmatrix} = \frac{1}{|\mathbf{D}|} \begin{vmatrix} A_{\varepsilon\varepsilon} & A_{\varepsilon\theta} & A_{\varepsilon\omega} \\ A_{\theta\varepsilon} & A_{\theta\theta} & A_{\theta\omega} \\ A_{\omega\varepsilon} & A_{\omega\theta} & A_{\omega\omega} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} N(x) \\ M(x) \\ Q(x) \end{vmatrix}, \quad (25)$$

где $|\mathbf{D}|$ — определитель матрицы жесткости;

$A_{\varepsilon\varepsilon}, A_{\varepsilon\theta}, \dots, A_{\omega\omega}$ — алгебраические дополнения матрицы жесткости.

Связь деформаций проволок с деформациями кабеля представим в матричной форме [5]

$$|\mathbf{DP}| = |\mathbf{DK}| \cdot |\mathbf{K}|, \quad (26)$$

где $|\mathbf{K}|$ — матрица удельных деформаций проволок.

Матрица $|\mathbf{DП}|$ блочная размера $1 \times s$, где s — количество элементов кабеля. Компонентами каждого блока являются деформации растяжения e , кручения t , изгиба b проволоки. Для проволоки i -го элемента

$$|\mathbf{DП}_i| = | e \ t \ b |, \quad i=1, 2, \dots, s.$$

Матрица удельных деформаций проволок $|\mathbf{K}|$ блочная размера $1 \times s$. Каждый i -й элемент

$$|\mathbf{K}_i| = \begin{pmatrix} K_{e\varepsilon} & K_{t\varepsilon} & K_{b\varepsilon} & K_{n\varepsilon} \\ K_{e\theta} & K_{t\theta} & K_{b\theta} & K_{n\theta} \\ K_{e\chi} & K_{t\chi} & K_{b\chi} & K_{n\chi} \\ K_{e\zeta} & K_{t\zeta} & K_{b\zeta} & K_{n\zeta} \end{pmatrix}, \quad i=1, 2, \dots, s.$$

Компоненты вектора нагрузки $|\mathbf{F}|$ в (14) имеют следующее содержание:

$N(x)$ и $M(x)$ — продольное усилие и крутящий момент в сечении кабеля;

$Q(x)$ — компонент нагрузки, связанный с гидростатическим давлением бурового раствора или воды, или нефти в скважине.

Компонент $N(x)$ зависит от вида спуско-подъемных операций, скоростного режима, веса кабеля и его диаметра, состава бурового раствора и др.

Момент $M(x)$ представляет реакцию свободному раскручиванию кабеля. При отсутствии таких препятствий $M(x) = 0$. В случае полного препятствия раскручиванию

$$M(x) = -\frac{N(x)A_{\theta\varepsilon} + Q(x)A_{\theta\omega}}{A_{\theta\theta}}.$$

Компонент $Q(x)$ связан с гидростатическим давлением на единичную длину кабеля

$$Q(x) = \pi d_n \Delta q(x),$$

где d_n и Δ — наружный диаметр и единичная длина кабеля;

$$q(x) = p(x) - \lambda \omega(x);$$

$p(x)$ — гидростатическое давление, Нм⁻²;

λ — удельная реакция сердечника.

После определения деформаций кабеля по (25) вычисляются деформации проволок токопроводящей жилы и брони по матричной формуле (26).

Эквивалентные напряжения в контурных точках сечений проволок по третьей гипотезе

$$\sigma_{\text{эк}} = E \sqrt{(e + 0,5\delta b)^2 + 0,16\delta^2 t^2},$$

где E и δ — модуль упругости при растяжении и диаметр проволоки.

Таким образом, разработана методика вычисления жесткостных характеристик, деформаций и напряжений во всех элементах каротажного кабеля при его растяжении с кручением и гидростатическим давлением.

Литература

1. Шахназарян, Э.А. Влияние гидростатического давления в буровой скважине на напряженное состояние бронированного кабеля / Э.А. Шахназарян // Стальные канаты. Вып. 2. — К.: Техніка, 1965. — С. 155 — 157.
2. Шахназарян, Э.А. Теория расчета и конструирования каротажных кабель-канатов: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Э.А. Шахназарян. — Одесса, 1966. — 10 с.
3. Глушко, М.Ф. Стальные подъемные канаты / М.Ф. Глушко. — К.: Техніка, 1966. — 325 с.

4. Чаюн, И.М. Поперечное сужение канатов с металлическим сердечником / И.М. Чаюн // Стальные канаты. Вып. 3. — Одесса: Астропринт, 2003. — С. 49 — 56.
5. Чаюн, И.М. Несущая способность подъемных канатов и лент / И.М. Чаюн. — Одесса: Астропринт, 2003. — 233с.
6. Чаюн, И.М. Жорсткість конструкцій та їх елементів / И.М. Чаюн // Тр. Одес. политехн. ун-та. — Одесса, 2010. — Вип. 1(33) — 2(34). — С. 11 — 16.

References

1. Shakhnazaryan, E.A. Vliyanie gidrostaticheskogo davleniya v burovoy skvazhine na napryazhennoe sostoyanie bronirovannogo kabelya [Influence of the Hydrostatic Pressure in the Borehole on the Strained State of the Armored Cable] / E.A. Shakhnazaryan // The Steel Ropes. Iss. 2. — Kyiv, 1965. — pp. 155 — 157.
2. Shakhnazaryan, E.A. Teoriya rascheta i konstruirovaniya karotazhnykh kabel'-kanatov: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk [The Theory of the Calculating and Designing of Hoist Conductor-And-Support Cables: abstract thesis of candidate of science] / E.A. Shakhnazaryan. — Odessa, 1966. — 10 p.
3. Glushko, M.F. Stal'nye pod'emnye kanaty [The Flexible Lifting Cables] / M.F. Glushko / — Kyiv, 1966. — 325p.
4. Chayun, I.M. Poperechnoe suzhenie kanatov s metallicheskim serdechnikom [The Lateral Contraction of the Cables with the Metal Core] / I.M. Chayun // The Steel Ropes. Iss. 3. — Odessa, 2003. — pp. 49 — 56.
5. Chayun, I.M. Nesushchaya sposobnost' pod'emnykh kanatov i lent [Load Carrying Capacity of Hoisting Ropes and Tapes] / I.M. Chayun. — Odessa, 2003. — 233p.
6. Chaiun, I.M. Zhorstkist konstruktсии ta yikh elementiv [Rigidity of Structures and Their Elements] / I.M. Chaiun // Proc. of Polytechnic University of Odessa/ — Odessa, 2010 — Iss. 1(33) — 2(34). — pp. 11 — 16.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та, Малиновский В.А.

Поступила в редакцию 15 февраля 2012 г.