УДК 621.91.06

А.А. Оргиян, д-р техн. наук, проф.,
В.А. Ореховский, специалист,
Одес. гос. акад. стр-ва и архитектуры

ДИНАМИКА СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ МЕТАЛЛОРЕЖУЩИХ СТАНКОВ

О.А. Оргіян, В.О. Ореховський. **Динаміка стаціонарних систем металорізальних верстатів.** Розглянуто основи динаміки стаціонарних систем металорізальних верстатів. На прикладі замкнутої динамічної системи обробно-розточувального верстата вивчено передавальні функції ланок, динамічна характеристика процесу різання, а також критерії стійкості, вимушені коливання та автоколивання системи ВПІД.

Ключові слова: Замкнута динамічна система, передавальна функція, матриця переходу, процес різання, математична модель, амплітудно-фазова частотна характеристика.

А.А. Оргиян, В.А. Ореховский. **Динамика стационарных систем металлорежущих станков.** Рассмотрены основы динамики стационарных систем металлорежущих станков. На примере замкнутой динамической системы отделочно-расточного станка изучены передаточные функции цепей, динамическая характеристика процесса резания, а также критерии стойкости, вынужденные колебания и автоколебания системы СПИД.

Ключевые слова: замкнутая динамическая система, передаточная функция, матрица перехода, процесс резания, математическая модель, амплитудно-фазовая частотная характеристика.

A.A. Orgiyan, V.A. Orekhovsky. **Dynamics of stationary systems of machine-tools.** On the example of a closed dynamic system of a fine borer the chain transfer functions, the dynamic characteristics of the cutting process, as well as the criteria for stability, forced vibrations and oscillations of MTAD, are studied.

Keywords: closed dynamic system, transfer function, transition matrix, cutting process, mathematical model, the amplitude and phase frequency characteristic.

Металлорежущий станок (МС) рассматриваем в виде полной технологической системы “станок — приспособление — инструмент — деталь” (СПИД), в которой рабочие движения инструмента и детали формируют обрабатываемую поверхность. Для динамической системы СПИД, параметры которой постоянны во времени, введем основные определения и выполним обзор типичных задач динамики станков. Методы решения известных задач представим в форме, необходимой для их последующего преобразования и применения при исследовании нестационарных динамических систем.

Взаимные статические и динамические перемещения режущего инструмента и обрабатываемой детали влияют на отклонении от заданных рабочих движений в технологической системе и вследствие этого на точность обработки деталей. Таким образом, колебания, возникающие в упруго-диссипативно-инерционной системе (УДИС) станка, являются одним из основных факторов, препятствующих достижению необходимых значений показателей точности обрабатываемых поверхностей. Введенное понятие УДИС станка вполне конкретизирует часто используемое понятие — упругая система станка.

Рассмотрим структуру динамической системы СПИД, амплитудно-фазовые частотные характеристики элементов, динамические взаимодействия и процессы в системе СПИД, физические и математические модели элементов, а также изучим динамическую характеристику процесса резания.

ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line)

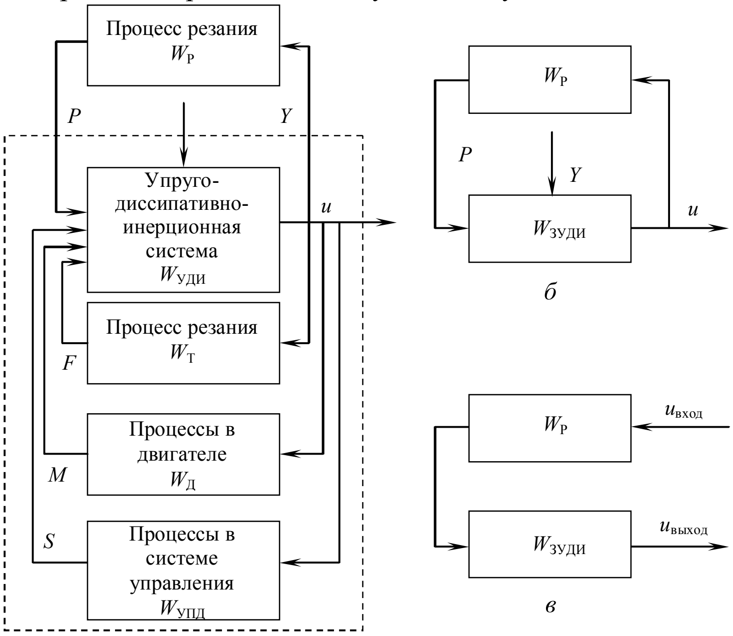
Динамическая система СПИД, структурная схема которой показана на рис. 1, является многоконтурной, замкнутой и обладает по предположению следующими свойствами:

— состояния УДИС и различных рабочих процессов (РП), входящих в состав динамической системы, описываются векторами, которые играют роль входных сигналов для одного элемента и выходных для другого;

— УДИС и РП подвержены управляющим и возбуждающим воздействиям, а также помехам;

— кроме силовых воздействий РП на УДИС, существуют также и более медленно изменяющиеся тепловые воздействия;

— взаимодействие рабочих процессов между собой осуществляется только через УДИС.



а

Рис. 1. Формирование эквивалентной одноконтурной структуры системы СПИД: а — исходная многоконтурная замкнутая система; б — эквивалентная одноконтурная замкнутая система; в — расчетная разомкнутая одноконтурная система

Воздействующие на УДИС векторы: сила резания P, сила трения F, момент электродвигателя M и управляющая сила S формируются в звеньях РП под действием перемещений. Совместное действие этих силовых факторов на звено УДИС порождает на выходе этого звена вектор обобщенного перемещения u. Матрицы перехода, определяющие зависимости выходных сигналов $x_{\text{вых}}$ от входных $x_{\text{вх}}$, описывают динамические свойства отдельных звеньев системы СПИД: УДИС — $W_{\text{УДИ}}$, процесса резания — $W_{\text{Р}}$, процесса трения — $W_{\text{Т}}$, процесса в электродвигателе — $W_{\text{Д}}$, процесса управления — $W_{\text{УПР}}$. Матрицы перехода входят в зависимости между преобразованиями Лапласа выходного и входного сигналов звеньев линейной системы

$$L[x_{\text{вых}}]=W(S)L[x_{\text{вх}}] \quad \text{или} \quad x_{\text{вых}}(S)=W(S)x_{\text{вх}} \quad \text{или} \quad x_{\text{вых}}(S)x_{\text{вх}}(S). \qquad (1)$$

В скалярном представлении

$$x_{\text{вых}j}(S)=W_{j1}(S)x_{\text{вх}1}(S)+W_{j2}(S)x_{\text{вх}2}(S)+\ldots+W_{jn}(S)x_{\text{вх}n}(S), \quad j=1,2,\ldots,m. \qquad (2)$$

Обозначим через $x_{\text{вых}jk}$ величину $x_{\text{вых}j}$ в случае, когда отлична от нуля только одна входная координата $x_{\text{вх}k}$. Тогда из (2) получаем выражение элемента матрицы перехода

$$W_{jk}(S)=\frac{x_{\text{вых}kj}(S)}{x_{\text{вх}kj}(S)}, \tag{3}$$

которое положим в основу экспериментального определения этой матрицы. Придавая комплексному аргументу S чисто мнимое значение $S=i\omega$, где ω — круговая частота колебаний, получаем выражение амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) элемента системы

$$W(i\omega)=W(S)\big|_{s=i\omega}. \tag{4}$$

При заданном внешнем воздействии на УДИС Y перемещение зависит от него и от силовых факторов

$$u=W_{\text{УДИ}}(Y+P+F+M+S), \tag{5}$$

которые, в свою очередь, зависят от перемещений

$$P=-W_{\text{Р}}u,\quad F=-W_{\text{Т}}u,\quad M=-W_{\text{Д}}u,\quad S=--W_{\text{УПР}}u. \tag{6}$$

Подставляя (6) в (5) и разрешая равенство относительно u, получаем

$$u=[I+W_{\text{УДИ}}(W_{\text{Р}}+W_{\text{Т}}+W_{\text{Д}}+W_{\text{УПР}})]^{-1}Y, \tag{7}$$

откуда следует выражение матрицы перехода замкнутой системы по входу Y

$$W_Y=[I+W_{\text{УДИ}}(W_{\text{Р}}+W_{\text{Т}}+W_{\text{Д}}+W_{\text{УПР}})]^{-1}W_{\text{УДИ}}. \tag{8}$$

Поскольку исследуются динамические процессы при резании в связи с их влиянием на точность обработки, целесообразно перейти от многоконтурной системы, показанной на рисунке 1, к одноконтурной системе: звено УДИС объединяется (рис. 1, *а*) со звеньями “процесс трения”, “процесс в электродвигателе” и “процесс управления” в одно звено —эквивалентная упруго-диссипативно-инерционная система (ЭУДИС), взаимодействующее (рис. 1, *б*) с “процессом резания” (ПР). Обозначая матрицу перехода звена ЭУДИС $W_{\text{ЭУДИ}}$, получаем вместо (8) выражение

$$W_Y=(I+W_{\text{ЭУДИ}}W_{\text{Р}})^{-1}W_{\text{ЭУДИ}}. \tag{9}$$

Отметим, что в полученное выражение входит матрица перехода, используемая в расчетах разомкнутой системы (рис. 1,в),

$$W_{\text{раз}}=W_{\text{ЭУДИ}}W_{\text{Р}}. \tag{10}$$

Учитывая (10), получаем вместо (9)

$$W_Y=(I+W_{\text{раз}})^{-1}W_{\text{ЭУДИ}}. \tag{11}$$

Соотношение (4) позволяет превратить все зависимости (8)…(11) между матрицами перехода в зависимости между частотными характеристиками звеньев и систем.

Рассмотрим динамические воздействия и процессы в системе СПИД.

Силовые факторы, воздействующие на систему СПИД, подразделяются на внутренние и внешние. Внутренние воздействия — величины P, F, M и S, формирующиеся в рабочих процессах. Параметры внутренних воздействий зависят от свойств входящих в конкретную динамическую систему УДИС и РП. Внешние воздействия характеризуются отсутствием зависимости их параметров от характеристик звеньев динамической системы СПИД: УДИС и РП.

Можно назвать ряд типичных источников силовых и кинематических воздействий на УДИС станка:

— работа виброактивного оборудования (молотов, прессов, транспортных средств и др.) вблизи станка;

— реверсирование возвратно-поступательно перемещающихся узлов;

— пульсация давления масла в системах гидропривода;

 ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line)

— работа кривошипно-шатунных, мальтийских и других подобных им механизмов;
— погрешности тел качения и дорожек подшипников;
— ошибки в шаге и профиле зубьев зубчатых колес;
— неоднородности клиновых ремней;
— неуравновешенность вращающихся деталей;
— применение вибровозбудителей (обычно высокочастотных) для улучшения условий резания либо трения в направляющих.

Следует отметить, что последние шесть факторов могут при определенных условиях нарушать стационарность динамической системы, создавая параметрические воздействия на УДИС.

Рассматривая другую группу источников динамических воздействий, связанную с переменностью параметров РП, обычно задают внешние воздействия на соответствующие рабочие процессы.

Рассмотрим некоторые типичные случаи возбуждения процессов с определенной временной формой. Неуравновешенность вращающихся деталей и смещение припуска при точении возбуждают гармонические колебания. Весьма близки к гармоническим и автоколебания при слабой нелинейности системы. Такие же колебания, но с наложенным на них случайным шумом, обычно возбуждаются при воздействиях от окружающего оборудования. Ступенчатые процессы возникают при разгоне, торможении и реверсировании движения узлов станка. Трапецеидально-ступенчатые процессы типичны для врезания и выхода режущего инструмента. Внешние воздействия типа удара порождают импульсные процессы. Случайные воздействия, помехи различной природы являются источниками шумов, узко- либо широкополосных. Как правило, по одной лишь временной форме невозможно определить физическую природу и источники колебаний в станках, для этого необходимо провести комплексное исследование процессов в системе СПИД.

Далее рассмотрим физические и математические модели элементов динамической системы.

Выбор физической модели реального объекта состоит в таком упрощении его свойств, при котором облегчается решение поставленной задачи, но с необходимой точностью сохраняются характеристики объекта. Упрощения могут состоять в типичных для сопротивления материалов допущениях о простоте формы тел, изотропности и однородности материала, а также в дискретизации системы, линеаризации характеристик, в пренебрежении переменностью параметров, переходе от вероятностной задачи к детерминированной, пренебрежении частью форм колебаний либо воздействий и др. В рассматриваемом случае система СПИД предполагается стационарной, детерминированной и линеаризуемой. Возможные нелинейности рассматриваются лишь в связи с возбуждением автоколебаний. Допускается локальный характер взаимодействия УДИС с процессом резания.

Переходим к моделям УДИС.

Детали и узлы, образующие систему СПИД, характеризуются распределенными параметрами упругого сопротивления, рассеяния энергии и инерционности. В состав УДИС входят корпусные детали, детали и узлы приводов главного движения и поступательных перемещений, инструмент и обрабатываемая деталь вместе с соответствующими приспособлениями, а также подвижные и неподвижные соединения элементов. Такой модели соответствуют уравнения движения в частных производных, численное решение которых иногда трудно проанализировать.

Переход к системам обыкновенных дифференциальных уравнений достигается дискретизацией физической модели системы, т.е. переходом к модели с сосредоточенными параметрами. Кроме классических методов математической дискретизации Галеркина и Рэлея, а также метода конечных разностей, в последнее время широкое применение нашел метод дискретизации физической модели — метод конечных элементов (МКЭ). УДИС в общем случае разбивают на конечные элементы, которые упруго деформируемы, рассеивают энергию и обладают инерционностью.

Как показывают экспериментальные исследования жесткости станков [1], часто податливость системы определяется преимущественно (вплоть до 90%) деформируемостью соединений элементов, например, направляющих поступательных перемещений и подшипников. В этом случае применима модель метода жестких конечных элементов.

Однородное дифференциальное уравнение движения стационарной системы

$$\mathbf{M}\ddot{u} + \mathbf{H}\dot{u} + \mathbf{V}u = 0\,, \tag{12}$$

где $\mathbf{M}$ — диагональная матрица инерций,
$\mathbf{H}$ — матрица демпфирования системы,
$\mathbf{V}$ — матрица жесткости системы,
имеет решения вида

$$u(t) = \mathbf{u}_0 e^{\lambda t}\,, \tag{13}$$

описывающие свободные колебания УДИС. Здесь $\mathbf{u}_0$ — вектор-столбец, комплексные числа λ — характеристические показатели, равные корням характеристического уравнения

$$\det(\mathbf{M}\lambda^2 + \mathbf{H}\lambda + \mathbf{V}) = 0\,. \tag{14}$$

Общее решение уравнения (12) имеет вид суммы частных решений типа (13)

$$u(t) = \sum_{j=1}^{2n} C_j \mathbf{u}_{0j} e^{\lambda jt}\,. \tag{15}$$

Пара комплексно-сопряженных характеристических показателей представима в виде

$$\lambda_j = -\varepsilon + i\omega_j; \quad \lambda_{n+j} = -\varepsilon + i\omega_j\,, \tag{16}$$

где введены положительные параметры: ε_j — коэффициент демпфирования и ω_j — собственная частота диссипативной системы. Используя эти обозначения, можно записать действительную часть общего решения в виде

$$u(t) = \sum_{j=1}^{2n} e^{-\varepsilon jt}(C_j a_j \cos\omega_j t + D_j b_j \sin\omega_j t)\,, \tag{17}$$

где a_j, b_j — действительные векторы-столбцы, а C_j, D_j постоянные, определяемые из начальных условий.

Достаточным условием возможности одновременного приведения к диагональной форме матриц $\mathbf{M}$, $\mathbf{H}$ и $\mathbf{V}$ является пропорциональность матрицы диссипации матрице инерции (внешнее демпфирование) либо матрице жесткости (внутреннее демпфирование) [2]. Выполнение этих условий означает возможность перехода к нормальным координатам γ_j, после которого уравнение (12) распадается на n независимых дифференциальных уравнений

$$m_j\ddot{\gamma}_j + h_j\dot{\gamma}_j + c_j\gamma_j = 0 \quad (j = 1, 2, \ldots, n)\,, \tag{18}$$

где m_j, h_j, c_j — приведенные значения массы, коэффициента демпфирования и жесткости j-го главного колебания УДИС.

Отметим также, что уравнение (14) можно привести к виду (18), если выполняется условие малости диссипации

$$\frac{\det[(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{H})^2]}{\det[(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{V})^2]} << 1\,, \tag{19}$$

которое при $n = 1$ соответствует условию $\varepsilon^2 << \omega^2$.

Известно, что при малой диссипации можно определять приближенные значения собственных частот не из (14), а из уравнения

$$\det(\mathbf{M}\lambda^2 + \mathbf{V}) = 0\,, \tag{20}$$

не содержащего матрицы диссипации.

ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line)

При заданном входном воздействии Y решаем задачу вынужденных колебаний

$$m_j\ddot{\gamma}_j + h_j\dot{\gamma}_j + c_j\gamma_j = k_{cj}Y_{cj} \quad (j = 1, 2, \ldots, n)\,, \tag{21}$$

где k_{cj} — коэффициент приведения внешней силы к j-й нормальной координате.

Решение каждого из уравнений (21) дает вклад в выходную координату u системы. В итоге

$$u(t) = \sum_{j=1}^{n} k_{kj}\gamma_j \tag{22}$$

Для системы с одной степенью свободы либо для одного из главных колебаний многомерной системы передаточную функцию с размерностью податливости (м/Н) найдем, вводя операционный символ дифференцирования p,

$$W_{\text{УДИ}} = \frac{u}{Y} = \frac{k_k k_c}{mp^2 + hp + c}\,. \tag{23}$$

Отсюда следуют выражения действительной и мнимой частей АФЧХ одномерной УДИС

$$\mathrm{Re}\,W_{\text{УДИ}} = \frac{k_k k_c (c - m\omega^2)}{(c - m\omega^2)^2 + h^2\omega^2}\,; \tag{24}$$

$$\mathrm{Im}\,W_{\text{УДИ}} = \frac{-k_k k_c h\omega}{(c - m\omega^2)^2 + h^2\omega^2}\,; \tag{25}$$

$$W_{\text{УДИ}} = \mathrm{Re}\,W_{\text{УДИ}} + i\,\mathrm{Im}\,W_{\text{УДИ}}\,. \tag{26}$$

Для графического представления удобно перейти к полярным координатам

$$W_{\text{УДИ}} = A_{\text{УДИ}}^{e^{i\varphi_{\text{УДИ}}}}\,, \tag{27}$$

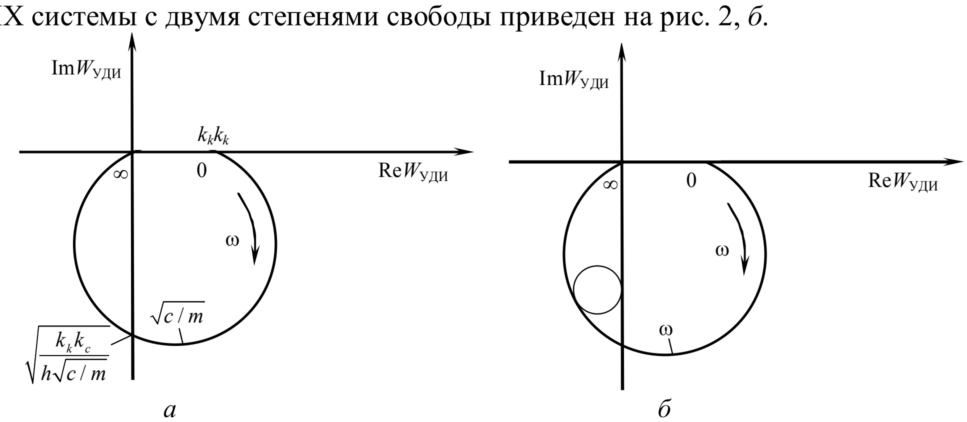
где $$A_{\text{УДИ}} = \frac{k_k k_c}{\sqrt{(c - m\omega^2)^2 + h^2\omega^2}} \tag{28}$$

определяется отношением амплитуды выходного перемещения к амплитуде воздействующей силы и имеет размерность $\text{м}/\text{Н}$, а безразмерная величина

$$\varphi_{\text{УДИ}} = \mathrm{arctg}\frac{h\omega}{c - m\omega^2} \tag{29}$$

является фазовым сдвигом перемещения относительно силы.

На рис. 2, *а* показана АФЧХ одномерной системы и помечены ее характерные точки. Пример АФЧХ системы с двумя степенями свободы приведен на рис. 2, *б*.



а *б*

Рис. 2. Амплитудно-фазовые частотные характеристики УДИС: с одной степенью свободы (а); с двумя степенями свободы (б)

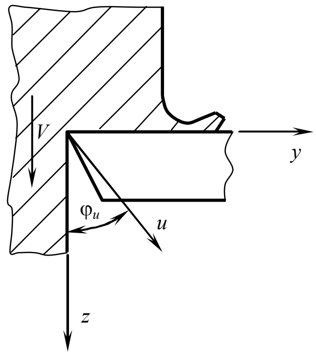


Рис. 3. Координаты в зоне резания

Определим динамическую характеристику процесса резания. Полагаем в дальнейшем, что процесс резания является собственно устойчивым, т.е. образование стружки происходит без нарушения ее сплошности и образования нароста. Простейшее допущение о зависимости изменения силы резания P от вызвавшей его изменения толщины среза a

$$P = K_P a \tag{30}$$

называют статической характеристикой резания, а K_P (Н/м) — жесткостью резания. Это соотношение, применимое в ряде задач динамики станков, не описывает, по крайней мере, два важных свойства процесса резания, которые должны быть отражены в динамической характеристике:

— инерционность процесса — отставание по фазе P от a;

— зависимость P от скорости изменений толщины среза.

Динамическую характеристику процесса резания можно получить, обобщая результаты эксперимента и постулируя зависимость между P и a [3], либо обосновать теоретическим рассмотрением процесса стружко-образования [4]. Объединяя представления двух этих направлений и основываясь на анализе результатов экспериментов [5],запишем дифференциальное уравнение для простой одномерной модели (рис. 3), где u — координата в направлении развивающихся в системе колебаний, а P — главная составляющая силы резания.

$$T_{\text{Р}} \frac{dP}{dt} + P = -k_P \sin\varphi_u u + k_S \cos\varphi_u \dot{u}\,. \tag{31}$$

Здесь постоянная времени стружкообразования $T_{\text{Р}}$ является мерой инерционности процесса резания. Угол φ_u проектирует направление колебаний на направление главного движения, происходящего со скоростью v. Сила $k_S \cos\varphi_u \dot{u}$ определяется как сумма изменения силы трения на задней поверхности резца — $k_{mp} \frac{dz}{dt}$ и изменения силы резания $k_P s \cos\varphi_u \frac{\dot{u}}{v}$, вызванного изменением сечения срезаемого слоя при изменении подачи s на один оборот. Поэтому справедливо соотношение

$$k_s = \frac{k_p s}{v} - k_{mp}\,, \tag{32}$$

из которого следует, что скоростной коэффициент резания может принимать значения любого знака в зависимости от соотношения между физическими и кинематическими параметрами процесса резания.

Уравнению (31) соответствует передаточная функция

$$W_{\text{Р}} = \frac{k_P k_{2p} - k_S k_{2s} p}{1 + T_p p}\,, \tag{33}$$

где $k_{2p} = \cos\varphi_u$ и $k_{2s} = \cos\varphi_u$ — проектирующие коэффициенты.

Запишем действительную и мнимую части АФЧХ процесса резания

$$\mathrm{Re}\, W_{\text{Р}}(i\omega) = \frac{k_P k_{2p} - k_S k_{2s} T_P \omega^2}{1 + \omega^2 T_P^2}\,, \tag{34}$$

ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line)

$$\operatorname{Im} W_{\text{P}}(i\omega)=\frac{-\omega(k_P k_{2p} T_P - k_S k_{2s}}{1+\omega^2 T_P^2}. \tag{35}$$

Эти уравнения задают параметрически кривую АФЧХ процесса резания в плоскости комплексного переменного. Исключая параметр ω, получаем уравнение кривой

$$\left(\operatorname{Re} W_{\text{P}} - \frac{k_P k_{2p}}{2} + \frac{k_S k_{2s}}{2T_P}\right)^2 + (\operatorname{Im} W_{\text{P}})^2 = \left(\frac{k_P k_{2p}}{2} - \frac{k_S k_{2s}}{2T_P}\right)^2, \tag{36}$$

все точки которой принадлежат окружности радиуса $\dfrac{k_P k_{2p} T_P + k_S k_{2s}}{2T_P}$ с центром, находящимся в точке $\left(\dfrac{k_P k_{2p} T_P - k_S k_{2s}}{2T_P},\ \ 0\right)$. В плоскости комплексного переменного АФЧХ процесса резания изображается обращенной вниз полуокружностью (рис. 4, *а*), поскольку $\operatorname{Im} W_{\text{P}} \le 0$. Отметим характерные точки на графике:

$$\operatorname{Re} W_{\text{P}}(0) = k_P k_{2p}, \quad \operatorname{Im} W_{\text{P}}(0) = 0, \quad \lim_{\omega\to\infty} \operatorname{Re} W_{\text{P}} = -\frac{k_S k_{2s}}{T_P}, \quad \lim_{\omega\to\infty} \operatorname{Im} W_{\text{P}} = 0. \tag{37}$$

Нижняя точка АФЧХ определяется из условия $d(\operatorname{Im}W_p)/d\omega=0$ и соответствует частоте

$$\varphi_{\min} = T_P^{-1}. \tag{38}$$

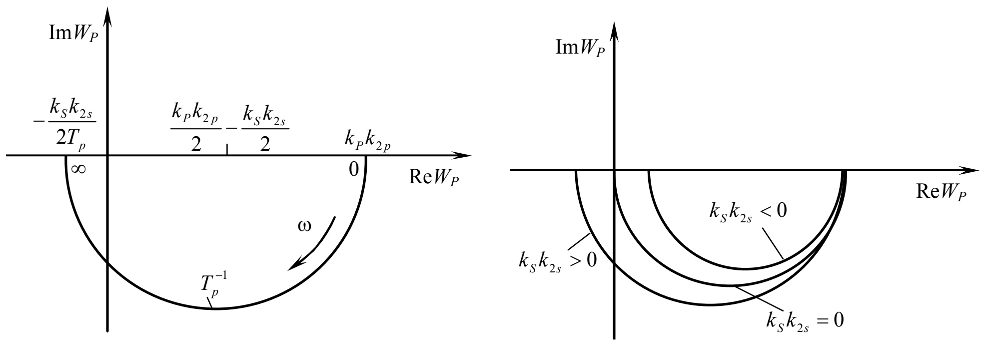


Рис. 4. АФЧХ процесса резания

В зависимости от знака $k_S k_{2s}$ проявляется стабилизирующее $k_S k_{2s} < 0$ либо дестабилизирующее $k_S k_{2s} > 0$ влияние изменений скорости колебаний в замкнутой динамической системе станка (рис. 4, *б*). Поскольку $0 < \varphi < \dfrac{\pi}{2}$, всегда $k_{2s} > 0$, и переменность скорости колебаний оказывает то или иное влияние на устойчивость в зависимости от знака k_S.

Задачи устойчивости, вынужденные колебания и автоколебания стационарных динамических систем с постановкой конкретных задач подлежат дальнейшему изучению.

Литература

1. Детали и механизмы металлорежущих станков / Решетов Д.Н., Каминская В.В. и др. под общ. ред. Д.Н. Решетова. — М.: Машиностроение, 1972. — 664 с.
2. Болотин, В.В. Неконсервативные автономные системы с постоянными параметрами / В.В. Болотин, Н.И. Шиншер // Вибрации в технике: Справ., т. 1. — М.: Машиностроение, 1978. — С. 89 — 100.

3. Tobias, S.A. Schwingungen an Werkzeugmashinen / S.A. Tobias. — München: Hanser Verlag, 1961. — 3325 с.
4. Кудинов, В.А. Динамика станков / В.А. Кудинов. — М.: Машиностроение, 1967. — 360 с.
5. Копелев, Ю.Ф. / Динамические частотные характеристики процесса тонкого точения чугуна и стали / Ю.Ф. Копелев, О.И. Рябцев // Станки и инструмент. — 1974. — № 2. — С. 28 — 30.

References

1. Detali i mekhanizmy metallorezhushschikh stankov [Parts and Mechanisms of Machine Tools] / Reshetov D.N., Kaminskaya V.V. and others, edited by D.N. Reshetov. — Moscow, 1972. — 664 p.
2. Bolotin V.V. Nekonservativnyie avtonomnye sistemy s postoyannymi parametrami [Non-Conservative Autonomous Systems with Constant Parameters] / V.V. Bolotin, N.I. Shinsher // [Vibrations in Engineering: A Handbook /V1/] — Moscow, 1978. — pp.89 — 100.
3. Tobias, S.A. Schwingungen an Werkzeugmashinen / S.A. Tobias. — München: Hanser Verlag, 1961. — 3325 p.
4. Kudinov V.A. Dinamika stankov [Dynamics of Machine Tools] / V.A. Kudinov. — Moscow, 1967. — 360 p.
5. Kopelev Yu.F. / Dinamicheskie chastotnye kharakteristiki protsessa tonkogo cherneniya chuguna I stali [Dynamic Frequency Characteristics of the Process of Fine Turning of Cast Iron and Steel] //[Machines and tools]. — 1974. — # 2. — pp. 28 — 30.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Оборский Г.А.

Поступила в редакцию 7 сентября 2011 г.