

УДК 532.595

А.И. Брунеткин, канд. техн. наук,
Т.С. Добровольская, магистр,
Одес. нац. политехн. ун-т

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ МЕЖДУ КОАКСИАЛЬНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ

О.І. Брунеткін, Т.С. Добровольська. **Експериментальне визначення частоти власних коливань рідини з вільною поверхнею між коаксіальними циліндрами.** На основі експериментальних даних визначено коефіцієнти апроксимаційної залежності для розрахунку власної частоти коливань рідини з вільною поверхнею між коаксіальними циліндрами. Визначено межу та ступінь впливу нижнього днища (глибини заповнення) на величину частоти власних коливань рідини. Проведено оцінку похибок отриманих результатів.

Ключові слова: коаксіальні циліндри, частота власних коливань, вільна поверхня, глибина заповнення.

А.И. Брунеткин, Т.С. Добровольская. **Экспериментальное определение частоты собственных колебаний жидкости со свободной поверхностью между коаксиальными цилиндрами.** На основании экспериментальных данных определены коэффициенты аппроксимационной зависимости для расчета собственной частоты колебаний жидкости со свободной поверхностью между коаксиальными цилиндрами. Определена граница и степень влияния нижнего днища (глибины заполнения) на величину частоты собственных колебаний жидкости. Проведена оценка погрешностей полученных результатов.

Ключевые слова: коаксиальные цилиндры, частота собственных колебаний, свободная поверхность, глубина заполнения.

A.I. Brunetkin, T.S. Dobrovolskaya. **Experimental determination of frequency of natural oscillations of a liquid with a free surface between coaxial cylinders.** On the basis of experimental data the factors of approximative dependence for calculation of natural frequency of oscillations of a liquid with a free surface between coaxial cylinders are determined. The border and the degree of influence of the lower bottom (depth of filling) on the frequency value of natural oscillations of the liquid is determined. The estimation of errors of the obtained results is carried out.

Keywords: coaxial cylinders, frequency of natural oscillations, a free surface, depth of filling.

Задачи, связанные с определением собственных частот колебаний жидкости со свободной поверхностью в емкостях различных форм, остаются актуальными на протяжении уже длительного времени. Решение подобных задач было рассмотрено на примерах транспортировки грузов [1], при действии на емкость сейсмических нагрузок [2], при проектировании авиационной и ракетной техники [3]. Исследовалось движение жидкости в емкостях в виде прямоугольных параллелепипедов, цилиндрических, конических, торообразных емкостях, при наличии центральных тел, в емкостях вращения с образующей произвольной формы и т.д. Использовались аналитические, численно-аналитические, численные, экспериментальные методы решения. Не потерял интерес к этим вопросам и в настоящее время, что проявляется в продолжающейся публикации статей [1, 4], защите диссертаций [5], выпуске книг [3]. Столь пристальное и длительное внимание к исследуемым явлениям свидетельствует об их важности. Изобилие же публикаций говорит о сложности решаемых задач и отсутствии до настоящего времени ответов на ряд, в первую очередь, практически важных вопросов.

Во многих работах описывается лишь метод, с помощью которого задача может быть решена. При появлении необходимости в результатах такого решения потребитель (исследова-

тель, проектировщик) вынужден самостоятельно решать задачу, используя непростые методы. Если же задача доведена до решения, то зачастую или результаты выступают лишь в качестве иллюстрации возможностей метода, или не выполнено сравнение полученных результатов и экспериментальных данных. В ряде работ сравнение результатов расчетов и экспериментальных данных проводится на качественном уровне без количественной оценки их адекватности.

К редкому исключению можно отнести экспериментальную работу [6], являющуюся библиографической редкостью, в которой указан метод проведения эксперимента, приведена аппроксимационная зависимость для обрабатываемых экспериментальных данных, указано среднее квадратичное отклонение экспериментальных значений от рассчитываемых по предлагаемой зависимости. К сожалению, в этой работе исследовалась только одна форма емкости и одно ее расположение. Кроме того, в основе аппроксимационной зависимости лежит статистическая модель, что затрудняет ее использование в экспериментальных исследованиях для других форм емкостей.

В практике исследований встречаются емкости и более сложных форм, нежели перечисленные. Так, приводится расчет частот собственных колебаний жидкости в емкости, образуемой коаксиальными цилиндрами [3]. Решение получено вариационным методом и приведено только для одного соотношения размеров цилиндров. Другой вариант размера емкости требует нового, отнюдь непростого решения. Кроме того, здесь отсутствуют экспериментальные данные, позволяющие оценить точность приведенных результатов расчета.

При проектировании технических систем в ряде случаев достаточно выполнить оценочные расчеты, не прибегая к дорогостоящему решению. В тоже время величина вносимой при таком расчете погрешности должна быть определена. Комплексно эти вопросы могут быть решены с помощью эксперимента при возможности аппроксимации полученных данных. Это и является целью работы применительно к определению собственной частоты колебаний жидкости со свободной поверхностью между коаксиальными цилиндрами.

Для обоснования используемой в дальнейшем аппроксимационной зависимости проанализируем расчетные данные [3] (рис. 1), полученные с помощью вариационного метода для одного из соотношений диаметров коаксиальных цилиндров ($R=1$ м, $r=0,4$ м), изображенных на рис. 2.

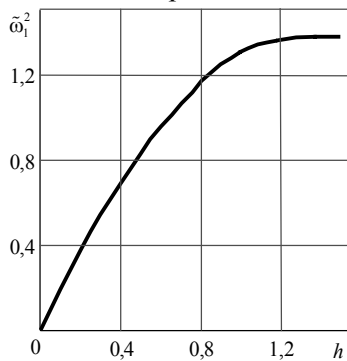


Рис. 1. Влияние глубины заполнения на частоту собственных колебаний жидкости между коаксиальными цилиндрами

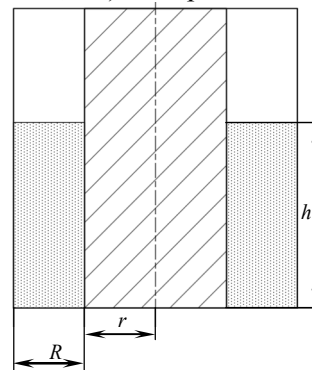


Рис. 2. Схема емкости

Следует, что глубина заполнения перестает оказывать влияние на частоту собственных колебаний, начиная с величины $\sim 1,4$ м. Предположим, что эта величина определяется суммой внешнего и внутреннего радиусов цилиндров $R+r$. С другой стороны известно, что собственная частота колебаний свободной поверхности пропорциональна величине

$$\omega \sim \sqrt{\frac{ng}{l}}, \quad (1)$$

где ng — вектор напряженности поля массовых сил;
 n — перегрузка;
 g — ускорение свободного падения, m/c^2 ;
 l — характерный размер емкости, м.

Для осесимметричной емкости в качестве характерного размера берется ее радиус. В рассматриваемом случае положим в качестве характерного размера величину $R+r$. Тогда безразмерную величину глубины заполнения емкости $h_{эф}$, начиная с которой днище емкости перестает оказывать влияние, запишем в виде

$$\bar{h}_{эф} = \frac{h_{эф}}{R+r}. \quad (2)$$

График зависимости влияния глубины заполнения на частоту свободных колебаний (см. рисунок 1) позволяет предположить ее экспоненциальный характер. В этом случае аппроксимационная зависимость для определения собственных частот колебаний жидкости между коаксиальными цилиндрами может иметь вид

$$\omega = \sqrt{\frac{ng}{(R+r)}} \cdot \bar{h} \cdot k_{\omega}, \quad (3)$$

$$\text{где } \bar{h} = \frac{h}{R+r} = \begin{cases} 1 - e^{-k_{\phi} \bar{h}}, & \text{при } \bar{h} < 1 \\ \bar{h}_{эф} = 1, & \text{при } \bar{h} \geq 1 \end{cases}, \quad (4)$$

k_{ω} — коэффициент, зависящий от формы емкости;

k_{ϕ} — коэффициент, зависящий от относительной глубины заполнения.

Экспериментальному определению подлежат эти два коэффициента.

Исследования выполнялись на емкости с $R = 0,113$ м и различными центральными телами. Соотношения радиусов r/R были выбраны из ряда: 0; 0,22; 0,485; 0,705. Соотношение $r/R = 0$ соответствует вертикальному цилиндру без центрального тела.

Для каждого соотношения радиусов коаксиальных цилиндров выполнялись измерения ω при относительных заполнениях $\bar{h} = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0; 1,2; 1,4$.

При каждом сочетании размера емкости и заполнения выполнялось по 5 опытов. В каждом опыте возбуждение свободных колебаний производилось за счет бокового воздействия на емкость (толчок, боковой сдвиг емкости). Для установления процесса колебаний свободной поверхности не учитывались первые 3...4 периода, а время следующих 10 периодов замерялось с помощью секундомера по колебанию светового блика, отраженного от свободной поверхности. Полученные после предварительной обработки (определение среднего значения и среднего квадратического отклонения) результаты приведены в таблице. Их анализ показывает, что, как и предполагалось при записи уравнения (4), глубина заполнения емкости перестает оказывать влияние на величину собственной частоты колебаний жидкости при $\bar{h} \geq 1$. После нормирования

вида $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\sqrt{ng/(R+r)}}$ из (3) следует, что

$$\bar{\omega} = \bar{h} \cdot k_{\omega}, \quad (5)$$

а из (4) для $\bar{h} = h_{эф} = 1$

$$\bar{\omega} = k_{\omega}. \quad (6)$$

Результаты нормирования приведены в таблице. Все значения $\bar{\omega}$ для различных величин r/R при $\bar{h} \geq 1$ близки, что позволяет, в соответствии с (6), определить k_{ω} как среднее значение $\bar{\omega}$ ($k_{\omega} \approx 1,39$).

Выполнив еще одно нормирование теперь с использованием найденной величины k_ω из (5), получим

$$\bar{\bar{\omega}} = \frac{\bar{\omega}}{k_\omega} = \bar{h}. \tag{7}$$

Обобщенные результаты экспериментальных исследований

r/R	\bar{h}	Среднее значение круговой частоты ω , 1/с	Среднее квадратич. отклонение СКО	$\bar{\omega}$	$\bar{\bar{\omega}}$
0	0,2	7,32	0,03	1,058	0,758
	0,4	9,80	0,01	1,262	0,905
	0,6	11,14	0,03	1,340	0,961
	0,8	11,85	0,03	1,371	0,983
	1,0	12,34	0,02	1,384	0,993
	1,2	12,38	0,04	1,390	0,997
	1,4	12,43	0,02	1,392	0,998
0,22	0,2	7,32	0,04	0,870	0,623
	0,4	9,79	0,02	1,163	0,834
	0,6	10,98	0,03	1,305	0,935
	0,8	11,57	0,02	1,375	0,986
	1,0	11,72	0,02	1,393	0,998
	1,2	11,73	0,02	1,394	0,999
	1,4	11,74	0,03	1,395	1,000
0,485	0,2	6,87	0,16	0,900	0,645
	0,4	9,18	0,04	1,203	0,863
	0,6	9,97	0,04	1,307	0,937
	0,8	10,50	0,04	1,376	0,987
	1,0	10,60	0,05	1,389	0,996
	1,2	10,63	0,04	1,393	0,999
	1,4	10,65	0,02	1,396	1,001
0,707	0,2	7,34	0,12	1,031	0,739
	0,4	8,90	0,06	1,250	0,896
	0,6	9,77	0,06	1,372	0,984
	0,8	9,94	0,06	1,396	1,001
	1,0	9,99	0,04	1,403	1,006
	1,2	9,98	0,04	1,402	1,005
	1,4	9,98	0,07	1,402	1,005

Результаты такого нормирования приведены в таблице и использованы путем их аппроксимации с помощью зависимости (4) для определения коэффициентов k_ϕ^i для каждой из них.

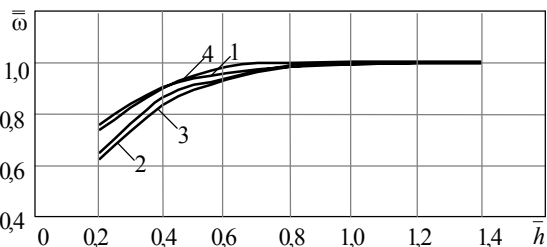


Рис. 3. Графическая зависимость собственной частоты колебаний от глубины относительного заполнения при соотношении радиусов r/R : 0,000 (1); 0,220 (2); 0,485 (3); 0,705 (4)

Изображение зависимостей для различных значений r/R приведено на графике (рис. 3). Эти зависимости близки, что позволяет предложить для расчетов единую величину, определенную как среднее между k_ϕ^i и равную $k_\phi = 4,3$. Рассчитанные при этом значения $\bar{\bar{\omega}}$ имеют среднее отклонение от соответствующих экспериментальных величин, равное 0,02 при среднем квадратичном отклонении 0,001 во всем диапазоне имеющихся экспериментальных данных.

Выводы:

— на основе выполненных экспериментальных исследований получена аппроксимационная зависимость для расчета собственной частоты колебаний свободной поверхности жидкости между коаксиальными цилиндрами

$$\omega = \sqrt{\frac{ng}{(R+r)}} \cdot \bar{h} \cdot k_{\omega},$$

$$\text{где } \bar{h} = \frac{h}{R+r} = \begin{cases} 1 - e^{-k_{\phi} \bar{h}}, & \text{при } \bar{h} < 1 \\ \bar{h}_{\text{эф}} = 1, & \text{при } \bar{h} \geq 1 \end{cases} \quad \text{при } k_{\omega} = 1,39 \text{ и } k_{\phi} = 4,3;$$

— рассчитанные при этом значения $\bar{\omega}$ имеют среднее отклонение от соответствующих экспериментальных величин, равное 0,02 при среднем квадратичном отклонении 0,001 во всем диапазоне имеющихся экспериментальных данных;

— в отличие от ранее использованных расчетных зависимостей, в полученной зависимости учтено влияние размера внутреннего цилиндра как на величину эффективной глубины заполнения, так и на собственную частоту колебаний.

Литература

1. Борисов, Д.И. Собственные колебания идеальной жидкости в сосудах с перфорированными перегородками / Д.И. Борисов, Ю.И. Руднев // Приклад. гідромеханіка / Харк. нац. ун-т. — 2010. — Т. 12, № 2. — С. 8 — 19.
2. Петров, А.А. Оценка сейсмической реакции резервуаров с жидкостью / А.А. Петров // Пром. и граждан. стр-во. — 1993. — № 5. — С. 31 — 36.
3. Колесников, К.С. Динамика ракет: учеб. для вузов / К.С. Колесников. — 2-е изд., исправл. и доп. — М.: Машиностроение, 2003. — 520 с.
4. Лимарченко, О.С. Нелинейная динамика конструкций с жидкостью / О.С. Лимарченко, В.В. Ясинский. — К.: НТУУ “КПІ”, 1997. — 338 с.
5. Штоколова, М.Н. Численное моделирование течений жидкости со свободной поверхностью методом граничных элементов: дис. ... канд. физ.-мат. наук / М.Н. Штоколова. — Томск, 2008. — 147 с.
6. Накозин, В.Н. Исследование собственной частоты колебаний жидкости в горизонтальной цилиндрической емкости методом рационального планирования эксперимента / В.Н. Накозин, Ю.К. Даурских, О.П. Иванов и др. // Колебания упругих конструкций с жидкостью: сб. науч. докл. IV симпозиума. — Новосибирск; М.: ЦНТИ “Волна”, 1980. — С. 108 — 110.

References

1. Borisov, D.I. Sobstvennyye kolebaniya ideal'noy zhidkosti v sosudakh s perforirovannymi peregordkami [Natural Fluctuations of an Ideal Liquid in Vessels with Punched Partitions] / D.I. Borisov, Ju.I. Rudnev // Prykladna hidromekhanika. Khark. nats. un-t. [Applied hydromechanics. Kharkov nat. university] — 2010. — T. 12, # 2. — pp. 8 — 19.
2. Petrov, A.A. Otsenka seysmicheskoy reaktzii rezervuarov s zhidkost'yu [Estimation of Seismic Reaction of Tanks with a Liquid] / A.A. Petrov // Prom. i grazhdan. str-vo [Indus. and civil eng.]. — 1993. — # 5. — pp. 31 — 36.
3. Kolesnikov, K.S. Dinamika raket: ucheb. dlya vuzov [Dynamics of Rockets: a textbook for higher education] / K.S. Kolesnikov — 2nd edition, revised and enlarged. — Moscow, 2003. — 520 p.
4. Limarchenko, O.S. Nelineynaya dinamika konstrukciy s zhidkost'yu [Nonlinear Dynamics of Designs with a Liquid] / O.S. Limarchenko, V.V. Jasinskiy — Kiev, 1997. — 338 p.
5. Shtokolova, M.N. Chislennoe modelirovanie techeniy zhidkosti so svobodnoy poverkhnost'yu metodom granichnykh elementov: dis. ... kand. fiz.-mat. nauk [Numerical Modeling of Fluid Flows with Free Surface by the Boundary Element Method: Dis. ... Candidate. Sci.] / M.N. Shtokolova. — Tomsk, 2008. — 147 p.

-
6. Nakozin, V.N. Issledovanie sobstvennoy chastoty kolebaniy zhidkosti v gorizontal'noy tsilindricheskoy emkosti metodom ratsional'nogo planirovaniya eksperimenta [Research of Own Frequency of Fluctuations of a Liquid in a Horizontal Cylindrical Tank with the Method of Rational Planning of Experiment] / V.N. Nakozin, Ju. K. Dauriskikh, O. P. Ivanov and others. // Kolebaniya uprugikh konstruktsey s zhidkost'yu: sb. nauch. dokl. IV simpoziuma [Vibrations of Elastic Structures with a Liquid: collection of scientific reports of the IV symposium]. Novosibirsk — Moscow, 1980. — pp. 108 — 110.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Королев А.В.

Поступила в редакцию 27 марта 2012 г.