

УДК 621.548

В.М. Корендій, магістр,  
І.В. Кузьо, д-р. техн. наук, проф.,  
Нац. ун-т "Львів політехніка"

## АНАЛІЗ КОРІОЛІСОВИХ СИЛ ІНЕРЦІЇ ПРИ СКЛАДНОМУ РУСІ ЛОПАТЕЙ ВІТРОКОЛЕСА

*В.М. Корендій, І.В. Кузьо. Аналіз коріолісових сил інерції при складному русі лопатей вітроколеса.* На основі виведених аналітичних залежностей для визначення коріолісових сил інерції, що виникають внаслідок обертання лопатей навколо трьох осей: вітроколеса (при взаємодії з повітряним потоком), башти (при зміні напрямку вітру) та лопаті (при зміні швидкості вітру), проаналізовано вплив кожної з них на елементарні ділянки лопатей. Подано відповідні графічні залежності та оцінено абсолютні величини коріолісових сил інерції в режимі розгону вітроколеса.

*Ключові слова:* лопаті вітроколеса, коріолісові сили інерції, складний рух, повітряний потік, елементарні ділянки лопатей.

*В.М. Корендий, И.В. Кузьо. Анализ кориолисовых сил инерции при сложном движении лопастей ветроколеса.* На основе выведенных аналитических зависимостей для определения кориолисовых сил инерции, возникающих в результате вращения лопастей вокруг трех осей: ветроколеса (при взаимодействии с воздушным потоком), башни (при изменении направления ветра) и лопасти (при изменении скорости ветра), проанализировано влияние каждой из них на элементарные участки лопастей. Поданы соответствующие графические зависимости и оценены абсолютные величины кориолисовых сил инерции в режиме разгона ветроколеса.

*Ключевые слова:* лопасти ветроколеса, кориолисовы силы инерции, сложное движение, воздушный поток, элементарные участки лопастей.

*V. Korendiy, I. Kuzyo. Analysis of Coriolis forces of inertia in compound motion of wind-wheel blades.* Based of the deduced analytical dependences for determining the Coriolis inertial forces resulting from blades' rotation round three axes — that of the windwheel (in interacting with the air stream), of the tower (in changing the wind bearing), and of the blade (in changing the wind speed), — the influence of each of them on elementary areas of blades is analyzed. The corresponding graphic dependences are presented and the absolute values of Coriolis inertial forces are appraised in the acceleration mode of the windwheel.

*Keywords:* blades of the windwheel, Coriolis forces of inertia, compound motion, air stream, elementary areas of blades.

В умовах постійного підвищення цін на енергоносії різко зростає потреба у заощадженні енергії і стає нагальною необхідність впровадження енергоощадних технологій в усіх сферах життя суспільства. Одним із шляхів розв'язання енергетичних проблем є удосконалення методик дослідження альтернативних екологічно чистих відновлюваних джерел енергії з метою максимального їх використання. Серед альтернативних джерел енергії особливе місце належить енергії повітряних мас, яка досить широко використовується у світовій практиці. Пристрої, що перетворюють енергію вітру в корисну механічну, електричну чи теплову енергію, називаються вітроустановками [1].

Зовнішні навантаження та різного роду сили, які виникають при роботі будь-яких вітроустановок, чинять суттєвий вплив на рух лопатей. До них відносяться коріолісові сили інерції, незбалансованість лопатей, дотичні і нормальні інерційні навантаження, зміна напрямку та швидкості вітру, гравітаційні сили тощо. В розрахунках динаміки вітроустановок коріолісовими силами інерції, як правило, нехтують. Однак, ці навантаження можуть спричинити циклічні коливання і вібрації лопатей, башти, опор й інших елементів установки та суттєво впливати на її міцність, довговічність, характеристики. Тому їх необхідно детально аналізувати при проектуванні вітроколес.

Питанням розрахунку динаміки і міцності лопатей та методам їх теоретичного моделювання присвячена численна наукова література [2...4]. Однак, як правило, головна увага в пуб-

лікаціях приділяється режимам обертання лопатей навколо однієї або двох осей (вітроколеса і башти), і залишаються поза увагою режими стабілізації кутової швидкості вітроколеса шляхом зміни кута атаки лопатей. При використанні такого методу стабілізації лопать має можливість обертатися навколо власної осі внаслідок зміни швидкості вітрового потоку, що набігає на неї. В таких випадках поведінка лопаті стає дуже складною для моделювання, оскільки поряд із силами інерції простого обертання на неї діють коріолісові сили інерції складного руху, що змінюються в часі за напрямом та абсолютною величиною. Окремі питання, пов'язані з дослідженням динаміки вітроколеса при використанні механізмів стабілізації його кутової швидкості, розглядалися раніше [5, 6]. Проте вони носять лише теоретичний характер, оскільки ні комп'ютерної реалізації отриманих математичних моделей, ні їх експериментальної перевірки не проведено.

Дослідження впливу коріолісових сил інерції, які виникають при обертанні лопатей навколо власних осей, осі вітроколеса та башти, на динаміку вітроустановки є досить актуальним, оскільки з розвитком вітроенергетики та збільшенням габаритів вітроколес гостро постають проблеми удосконалення математичних моделей вітроустановок та методик розрахунку міцності і надійності елементів їх конструкцій. Тому ставиться завдання комп'ютерної реалізації математичної моделі динаміки вітроколеса під дією коріолісових сил інерції та аналіз їх впливу на лопаті у порівнянні з іншими видами навантажень (аеродинамічними, гравітаційними тощо).

Кінематична схема вітроустановки при використанні механізму повороту лопатей навколо власних осей зображена на рис. 1. На схемі додатково подано напрямки коріолісових сил інерції  $\vec{\Phi}_{cor1}$ ,  $\vec{\Phi}_{cor2}$ ,  $\vec{\Phi}_{cor3}$ , які діють на елементарну ділянку лопаті та виникають при одночасному обертанні гондоли навколо осі башти і вітроколеса, гондоли навколо осі башти і лопаті навколо власної осі, вітроколеса і лопаті навколо власної осі, відповідно. Закони руху гондоли, вітроколеса і лопаті, відповідно, описуються рівняннями  $\varphi = \varphi(t)$ ,  $\psi = \psi(t)$ ,  $\theta = \theta(t)$ . Прийнемо інерційну систему координат  $Oxyz$ , вісь  $Oz$  якої співпадає з віссю башти, а осі  $Ox$  та  $Oy$  утворюють горизонтальну площину, в якій обертається гондола.

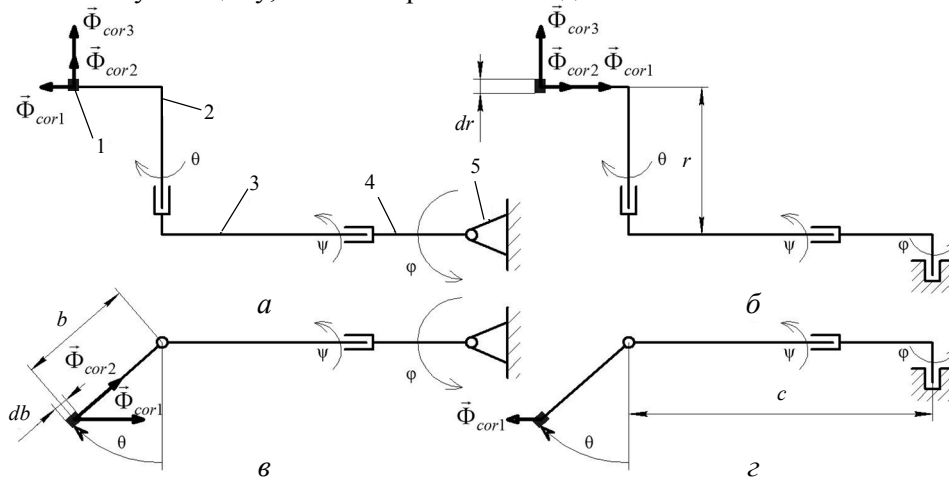


Рис. 1. Кінематична схема вітроустановки при горизонтальному (а, г) і вертикальному (б, в) розміщенні лопаті: вигляд зверху (а, в), вигляд збоку (б, г), 1 — елементарна ділянка, 2 — лопать, 3 — вітроколесо, 4 — гондола, 5 — башта

Аналітичні залежності, які дозволяють проаналізувати вплив коріолісових сил інерції на елементарні ділянки лопатей вітроколеса при їх одночасному обертанні навколо трьох осей, відомі [5, 6]. Запишемо проєкції на осі інерційної системи координат  $Oxyz$  сил  $\vec{\Phi}_{cor1}^i$ ,  $\vec{\Phi}_{cor2}^i$  і  $\vec{\Phi}_{cor3}^i$ , які прикладені до елементарної ділянки лопаті довжиною  $dr$  і шириною  $db$  [5]:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{cor1x}^i &= 2 \cdot \rho \cdot s \cdot d\varphi/dt \cdot d\psi/dt \cdot \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \cos \psi \cdot \cos \varphi \cdot dr \cdot db; \\
 \Phi_{cor1y}^i &= 2 \cdot \rho \cdot s \cdot d\varphi/dt \cdot d\psi/dt \cdot \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi \cdot dr \cdot db; \quad \Phi_{cor1z}^i = 0; \\
 \Phi_{cor2x}^i &= 2 \cdot \rho \cdot s \cdot d\varphi/dt \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot (\sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - \cos \theta \cdot \sin \varphi) \cdot dr \cdot db; \\
 \Phi_{cor2y}^i &= 2 \cdot \rho \cdot s \cdot d\varphi/dt \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot (\sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \cos \theta \cdot \cos \varphi) \cdot dr \cdot db; \quad \Phi_{cor2z}^i = 0; \\
 \Phi_{cor3x}^i &= -2 \cdot \rho \cdot s \cdot d\psi/dt \cdot \sin \varphi \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi \cdot dr \cdot db; \\
 \Phi_{cor3y}^i &= 2 \cdot \rho \cdot s \cdot d\psi/dt \cdot \cos \varphi \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi \cdot dr \cdot db; \\
 \Phi_{cor3z}^i &= -2 \cdot \rho \cdot s \cdot \left( \begin{aligned} &d\psi/dt \cdot \cos \varphi \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot (\sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - \cos \theta \cdot \sin \varphi) + \\ &+ d\psi/dt \cdot \sin \varphi \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot (\sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \cos \theta \cdot \cos \varphi) \end{aligned} \right) \cdot dr \cdot db,
 \end{aligned} \tag{1}$$

де  $b$  — відстань від осі лопаті до елементарної ділянки,  
 $\rho$  — густина матеріалу лопаті,  
 $s$  — товщина лопаті,  
 $r$  — радіус лопаті, на якому розміщена елементарна ділянка.

Запишемо аналітичні вирази для розрахунку сумарних коріолісових сил інерції  $\Phi_{cor1}$ ,  $\Phi_{cor2}$ ,  $\Phi_{cor3}$ , які діють на центр мас півлопаті, приймаючи  $b$  і  $r$ , відповідно, як відстань від осі лопаті до центра мас і як радіус лопаті, на якому розміщений центр мас, та спростимо отримані вирази за допомогою програмного комплексу символічної математики МАТЕМАТИКА:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{cor1} &= 2 \cdot m \cdot \sqrt{\left( d\varphi/dt \cdot d\psi/dt \cdot \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \cos \psi \cdot \cos \varphi \right)^2 + \left( d\varphi/dt \cdot d\psi/dt \cdot \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi \right)^2} = \\
 &= 2 \cdot m \cdot \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot |d\varphi/dt \cdot d\psi/dt \cdot \cos \psi|; \\
 \Phi_{cor2} &= 2 \cdot m \cdot \sqrt{\left( d\varphi/dt \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot (\sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - \cos \theta \cdot \sin \varphi) \right)^2 + \left( d\varphi/dt \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot (\sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \cos \theta \cdot \cos \varphi) \right)^2} = \\
 &= 2 \cdot m \cdot b \cdot \sqrt{\cos^2 \psi + \cos^2 \theta - \cos^2 \psi \cdot \cos^2 \theta} \cdot |d\varphi/dt \cdot d\theta/dt|; \\
 \Phi_{cor3} &= 2 \cdot m \cdot \sqrt{\left( d\psi/dt \cdot \sin \varphi \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi \right)^2 + \left( d\psi/dt \cdot \cos \varphi \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi \right)^2 + \left( d\psi/dt \cdot \cos \varphi \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot (\sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - \cos \theta \cdot \sin \varphi) + \right. \\
 &\quad \left. + d\psi/dt \cdot \sin \varphi \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot (\sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \cos \theta \cdot \cos \varphi) \right)^2} = \\
 &= 2 \cdot m \cdot b \cdot d\psi/dt \cdot d\theta/dt \cdot \sin \theta,
 \end{aligned} \tag{2}$$

де  $m$  — маса півлопаті.

Таким чином, виведені рівняння (2), які дозволяють оцінити сумарні коріолісові сили інерції, що діють на центр мас півлопаті. З метою побудови часових залежностей вказаних сил приймаємо такі вихідні дані:

— закони руху гондоли, вітроколеса, лопаті, відповідно:  $\varphi(t) = 0,03 \cdot t^2$  (рад),  $\psi(t) = 0,225 \cdot t^2$  (рад),  $\theta(t) = 0,157 \cdot t^2$  (рад);

— геометричні параметри вітроколеса (для забезпечення номінальної потужності вітроустановки — 1,5 кВт):  $b = 0,1$  м,  $r = 0,75$  м;

— маса півлопаті  $m = 1,5$  кг ;

— час розгону вітроколеса (зміна частоти його обертання від 0 до 43 об/хв)  $t = 10$  с.

Аналітичний вираз для визначення еквівалентного коріолісового інерційного навантаження на центр мас півлопаті матиме вигляд

$$\Phi_{cor} = 2 \cdot m \cdot \left[ \begin{aligned} & \left( \begin{aligned} & d\varphi/dt \cdot d\psi/dt \cdot \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \cos \psi \cdot \cos \varphi + \\ & + d\varphi/dt \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot (\sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - \cos \theta \cdot \sin \varphi) - \\ & - d\psi/dt \cdot \sin \varphi \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi \end{aligned} \right)^2 + \\ & \left( \begin{aligned} & d\varphi/dt \cdot d\psi/dt \cdot \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi + \\ & + d\varphi/dt \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot (\sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \cos \theta \cdot \cos \varphi) + \\ & + d\psi/dt \cdot \cos \varphi \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi \end{aligned} \right)^2 + \\ & \left( \begin{aligned} & d\psi/dt \cdot \cos \varphi \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot (\sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - \cos \theta \cdot \sin \varphi) + \\ & + d\psi/dt \cdot \sin \varphi \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot (\sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \cos \theta \cdot \cos \varphi) \end{aligned} \right)^2 \end{aligned} \right] \quad (3)$$

Побудуємо відповідні графічні залежності зміни коріолісових сил інерції в режимі розгону вітроколеса (рис. 2).

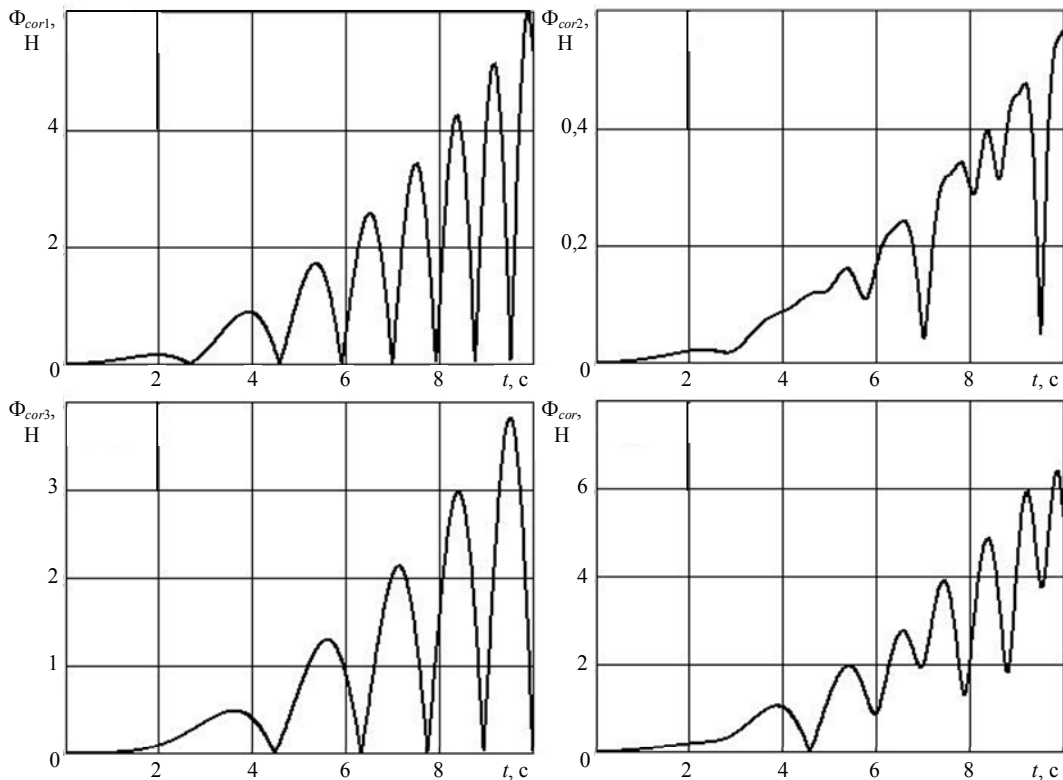


Рис. 2. Часові залежності коріолісових сил інерції в режимі розгону вітроколеса

Аналізуючи отримані графічні залежності, можемо зробити такі висновки:

— найбільший вплив (близько 92% від еквівалентного інерційного навантаження) на лопаті чинить коріолісова сила, яка виникає при одночасному обертанні гондоли і вітроколеса; де-що менший вплив (близько 57 % від  $\Phi_{cor}$ ) чинить сила інерції, яка виникає при одночасному обертанні вітроколеса та лопаті, і лише 9 % від еквівалентної коріолісової сили становить інерційне навантаження при обертанні гондоли та лопаті;

— еквівалентна коріолісова сила набуває максимальних значень при досягненні номінальної частоти обертання вітроколеса 40 об/хв і дорівнює близько 6,5 Н;

— коріолісові сили становлять близько 10...15 % від загального навантаження на лопать вітроустановки, тоді як аеродинамічні сили — близько 50...60, гравітаційні—15...25, нормальні, дотичні сили інерції та інші навантаження—15...25 %. Отже, завдання теоретичного моделювання коріолісових сил інерції та врахування їх при побудові математичних моделей навантажень лопатей є досить актуальним;

— при збільшенні кутової швидкості вітроколеса зростають частоти й амплітуди коливань коріолісових сил інерції. Таким чином, частота збурюючої сили (в даному випадку коріолісової сили інерції) теоретично може збігатися з частотою вільних коливань лопаті, і при складному обертанні в системі можуть виникати резонансні режими;

— коріолісові сили інерції виникають лише при неусталених режимах роботи вітроустановки, тобто при зміні напрямку чи швидкості повітряного потоку, які спричиняють обертання, відповідно, гондоли навколо осі башти чи лопаті навколо власної осі при використанні механізму зміни кута атаки лопатей для стабілізації кутової швидкості вітроколеса. Такі режими, зазвичай, короткотривалі, проте з метою забезпечення максимальної надійності роботи вітроустановки їх необхідно враховувати при проектуванні вітроколес.

## Література

1. Кузьо, І.В. Обґрунтування розвитку вітроенергетичних установок малої та надмалої потужності / І.В. Кузьо, В.М. Корендій // Вісн. НУ "Львів. Політехніка" — Львів, 2010. — № 679. — С. 61 — 68.
2. Демедецкая, В.В. Влияние кориолисовых сил инерции на динамику вращающихся балок / В.В. Демедецкая // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла. Дніпропетр. ун-т ім. О. Гончара. — Дніпропетровськ, 2008. — № 9. — С. 72 — 78.
3. Гайдайчук, В.В. Динаміка вітроустановок під дією вітрових та інерційних навантажень / В.В. Гайдайчук, В.П. Носенко // Опір матеріалів і теорія споруд. Наук.-техн. зб. Київ. нац. ун-т буд-ва і архіт. — К., 2008. — № 82. — С. 31 — 38.
4. Исследование нагрузок на лопасть турбины электрической ветряной турбогенераторной установки / Н.С. Голубенко, А.С. Белогуров, С.А. Белогуров, А.А. Яцура // Вісн. Інженерної академії України. — К., 2008. — № 3 — 4. — С. 186 — 191.
5. Кузьо, І.В. Математичне моделювання динаміки тихохідного вітроколеса / І.В. Кузьо, В.М. Корендій // Міжвуз. зб. "Наукові нотатки". — Луцьк, 2011. — № 32. — С. 115 — 123.
6. Кузьо, І.В. Аналіз гравітаційних та інерційних навантажень при нерівномірному складному русі лопатей вітроколеса / І.В. Кузьо, В.М. Корендій // Пр. Одес. політехн. ун-ту. — Одеса, 2011. — № 2. — С. 52 — 57.

## References

1. Kuzyo, I.V. Obgruntuvannia rozvytku vitroenerhetychnykh ustanovok maloi ta nadmaloi potuzhnosti [Substantiation of Low- and Super-Low-Power Wind Plants Development] / I.V. Kuzyo, V.M. Korendii // Visn. NU "Lviv. Politekhnikha" [Herald of "Lviv Polytechnics" University]. — Lviv, 2010. — # 679. — pp. 61 — 68.
2. Demedetskaia, V. Vliyanie koriolisovykh sil inertsii na dinamiku vrashchayushchikhsia balok [The Influence of the Coriolis Inertia Forces on the Dynamics of Rotating Beams] // Metody rozviazuvannia prykladnykh zadach mekhaniky deformivnoho tverdoho tila. [Methods for Solving Applied Problems of Deformed Rigid Body Mechanics]. — Dnipropetrovsk, 2008. — # 9. — pp. 72 — 78.

3. Haidaichuk, V.V. Dynamika vitroustanovok pid diieiu vitrovyykh ta inertiinykh navantazhen [Windmills Dynamics under the Wind and Inertia Loads] / V.V. Haidaichuk, V.P. Nosenko // Opir materialiv i teoriia sporud. [Strength of Materials and Structural Theory]. — Kyiv, 2008. — # 82. — pp. 31 — 38.
4. Issledovanie nagruzok na lopast' turbiny elektricheskoy vetryanoy turbogeneratornoy ustanovki [Research of Loads Affecting the Blades of an Electrical Turbine-Generator Windmill] / N. Golubenko, A. Belogurov, S. Belogurov, A. Yatsura // Visn. inzhener. akad. Ukrainy [Herald of Engineering Academy of Ukraine]. — Kyiv, 2008. — # 3 — 4. — pp. 186 — 191.
5. Kuzyo, I.V. Matematychnе modeliuвання dynamiky tykhokhidnoho vitrokolesa [Mathematical Modeling of Low-Speed Windwheel Dynamics] / I.V. Kuzyo, V.M. Korendii // Mizhvuz. zb. "Naukovi notatky" [Interuniversity herald "Scientific Notes"]. — Lutsk, 2011. — # 32. — pp. 115 — 123.
6. Kuzyo, I.V. Analiz hravitatsiinykh ta inertiinykh navantazhen pry nerivnomirnomu skladnomu rusi lopatei vitrokolesa [Mathematical Modeling of Low-Speed Windwheel Dynamics] / I.V. Kuzyo, V.M. Korendii // Pr. Odes. politekhn. un-tu. [Proc. of the Odesa Polytech. Univ.]. — Odesa, 2011. — # 2 (36). — pp. 52 — 57.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. політехн. ун-ту Гуриря С.С.

Надійшла до редакції 1 лютого 2012 р.