

УДК 621.86.065:539.38

И.М. Чаюн, д-р техн. наук, проф.,  
А.В. Непомнящий, инженер,  
Одес.нац. политехн. ун-т

## ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КАРОТАЖНОГО КАБЕЛЯ

*И.М. Чаюн, О.В. Непомнящий. Технологічний деформований стан елементів каротажного кабелю.* Розроблено розрахункову схему визначення внутрішніх силових факторів в перерізах каротажного кабелю, пов'язаних з технологічним деформуванням його елементів при виготовленні. Вказано їх вплив на напружений стан при робочих навантаженнях і способи його зменшення, що необхідно для підвищення експлуатаційної надійності і економічності каротажа нафтових і газових свердловин.

*Ключові слова:* слова: кабель, напруження, деформація, технологія звивки.

*И.М. Чаюн, А.В. Непомнящий. Технологическое деформированное состояние элементов каротажного кабеля.* Разработана расчетная схема определения внутренних силовых факторов в сечениях каротажного кабеля, связанных с технологическим деформированием его элементов при изготовлении. Указано их влияние на напряженное состояние при рабочих нагрузениях и способы его уменьшения, что необходимо для повышения эксплуатационной надежности и экономичности каротажа нефтяных и газовых скважин.

*Ключевые слова:* кабель, напряжение, деформация, технология свивки.

*И.М. Чаюн, А.В. Непомнящий. Technological strained state of the elements of the hoist cable.* A design model is developed for determining the internal force factors in the sections of the hoist cable related to the technological deformation of its elements in manufacturing. Their influence on the work load stressing is pointed out, as well as the ways of its reduction. This is necessary for the improvement of maintainability and efficiency of oil and gas borehole logging.

*Keywords:* cable, tension, deformation, twist technology.

Каротажный кабель состоит из четырех элементов (рис. 1). Изготовление жилы и слоев брони обеспечивается упруго-пластическим деформированием проволок в виде предварительного растяжения и последующего изгиба с кручением при параметрах кривизны и кручения винтовой линии

$$\tilde{b} = \frac{\sin^2 \alpha}{r}; \quad \tilde{t} = \frac{\sin \alpha (\kappa_0 + \cos \alpha)}{r}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  и  $r$  — угол и радиус свивки;

$\pm \kappa_0$  — параметр кручения (подкрутка “+”, открутка “-”).

В каждой проволоке внутренние силы упругости сводятся к продольному усилию  $N_i$ , изгибающему  $M_b$  и крутящему  $M_t$  моментам (рис. 2), которые, будучи приведенными к осям поперечного сечения кабеля, представляют его технологические внутренние силовые факторы (ТВСФ) [1]

$$N_x^T = \sum_{i=1}^s (N_{t_i} \cos \alpha_i + M_{t_i} \frac{\sin^3 \alpha_i}{r_i} - M_{b_i} \frac{(\kappa_0 + \cos \alpha_i) \sin^2 \alpha_i}{r_i}); \quad (2)$$

$$M_x^T = \sum_{i=1}^s (N_{t_i} r_i \sin \alpha_i + M_{t_i} \cos^3 \alpha_i + M_{b_i} (1 + \kappa_0 + \cos \alpha_i) \cos \alpha_i \sin \alpha_i); \quad (3)$$

$$M_y^T = \sum_{i=1}^s (N_{t_i} r_i \cos \alpha_i - M_{t_i} \sin \alpha_i \cos^2 \alpha_i + M_{b_i} (\cos \alpha_i - (\kappa_0 + \cos \alpha_i) \sin^2 \alpha_i)) \sin \varphi_i; \quad (4)$$

$$M_z^T = \sum_{i=1}^s (M_{t_i} \sin \alpha_i \cos^2 \alpha_i - N_{t_i} r \cos \alpha_i - M_{b_i} (\cos \alpha_i - (\kappa_0 + \cos \alpha_i) \sin \alpha_i^2)) \cos \varphi_i, \quad (5)$$

где  $s$  — количество проволок.

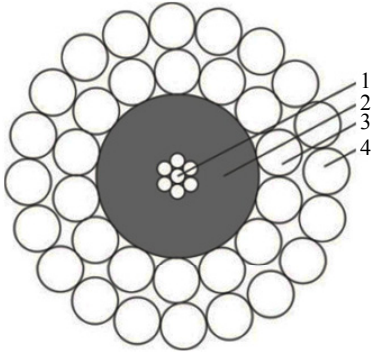


Рис. 1. Сечение кабеля: 1— токоведущая жила; 2 — изолирующий слой; 3, 4 — слои брони

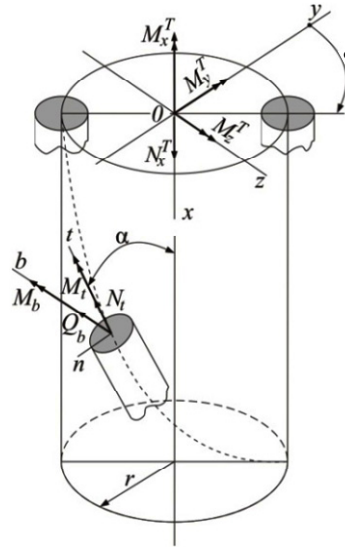


Рис. 2. Векторы усилий в проволоках и кабеле

Уравнения предельного упругого состояния сечения проволоки, т.е. выражения интенсивностей напряжений  $\sigma_i$  и деформаций  $e_i$ , получены с использованием гипотезы плоских сечений, физико-математического аппарата теории пластичности [2], линейной схематизации диаграммы деформирования проволоки в относительных координатах (рис. 3, б).

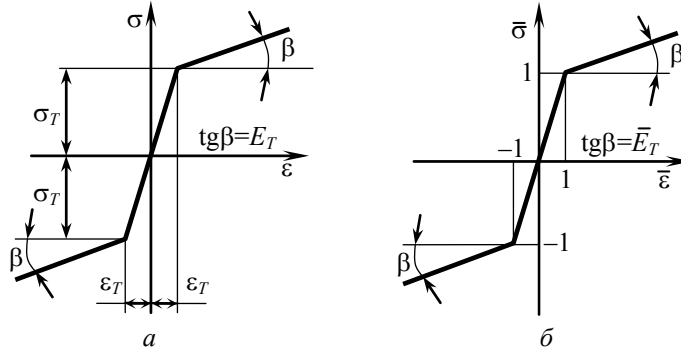


Рис. 3. Схематизированные диаграммы деформирования проволоки

Интенсивности напряжений и деформаций представлены в относительной форме

$$\bar{\sigma}_i = \sqrt{\bar{\sigma}^2 + \bar{\tau}^2} = 1 - \kappa; \quad (6)$$

$$\bar{e}_i = \sqrt{\bar{e}^2 + \bar{\gamma}^2} = 1 - \kappa, \quad (7)$$

где  $\bar{\sigma} = \sigma / \sigma_T$  и  $\bar{\tau} = \sqrt{3} \tau / \sigma_T$  — нормальные и касательные напряжения;

$\bar{e} = e / \epsilon_T$  и  $\bar{\gamma} = \gamma / \sqrt{3} \epsilon_T$  — линейная и угловая деформации;

$\kappa$  — коэффициент свивочного натяжения проволок;

$\sigma_T$  и  $\epsilon_T$  — напряжение и деформация предела текучести.

Изгибающий и крутящий моменты предельного упругого состояния в относительной безразмерной форме

$$\bar{M}_b^y = \frac{EJ \tilde{b}^y}{\sigma_T W_b} = \frac{\sqrt{3}(1-\kappa)}{\sqrt{3+\xi_y^2}}; \quad \bar{M}_t^y = \frac{\sqrt{3}GJ_0 \tilde{t}^y}{\sigma_T W_0} = \frac{\xi_y(1-\kappa)}{\sqrt{3+\xi_y^2}},$$

где  $EJ = E\pi\delta^4 / 64$ ;  $GJ_0 = G\pi\delta^4 / 32$  — изгибная и крутильная жесткости сечения проволоки диаметром  $\delta$  ( $E$  и  $G$  — модули продольной и сдвиговой упругости материала проволок);

$\tilde{b}^y$  и  $\tilde{t}^y$  — свивочные деформации изгиба и кручения в предельном упругом состоянии сечения проволоки;

$\xi_y = \tilde{t}^y / \tilde{b}^y$  — параметр свивочного деформирования;

$$\tilde{b}^y = \frac{2\sqrt{3}\sigma_T(1-\kappa)}{E\delta\sqrt{3+\xi_y^2}}; \quad \xi_y = \frac{\kappa_0 + \cos\alpha^y}{\sin\alpha^y}.$$

Определение углов, соответствующих предельному упругому состоянию сечения проволоки в процессе свивки, выполняется путем последовательных приближений по уравнению

$$\sin^2 \alpha^y = \frac{2\sqrt{3} r \sigma_T (1-\kappa)}{E \delta \sqrt{3+\xi_y^2}}.$$

В качестве примера в таблице приведены расчетные величины  $\alpha^y$ ;  $\tilde{b}^y$ ;  $\xi_y$ ;  $\bar{M}_b^y$ ;  $\bar{M}_t^y$  для проволок внутреннего слоя брони каротажного кабеля КОБДФ-6:  $\delta = 1,1$  мм;  $\alpha = 22^\circ 50'$ ;  $r = 2,675$  мм;  $E = 2,1 \cdot 10^5$  Н/мм<sup>2</sup>;  $\sigma_T = 1200$  Н/мм<sup>2</sup>; коэффициент свивочного натяжения проволок  $\kappa = 0,1$  (см. рисунок 1).

Параметры предельного упругого состояния

$\kappa_0$	$\alpha^y$ , град	$\tilde{b}^y$ , мм <sup>-1</sup>	$\xi_y$	$\bar{M}_b^y$	$\bar{M}_t^y$
0	2,478	0,000699	23,106	0,06727	0,89748
-1	9,096	0,009341	-0,07954	0,89902	-0,04129
$\cos\alpha^y$	9,0998	0,009351	0	0,9000	0

Как видно из таблицы, при отсутствии открутки ( $\kappa_0 = 0$ ) превалирующее значение в предельном упругом состоянии имеет крутящий момент. При  $\kappa_0 = \cos\alpha$  проволоки деформируются только изгибом с предварительным растяжением.

Контур предельной упругой зоны сечения проволоки описывается окружностью

$$\left(\bar{M}_b^y\right)^2 + \left(\bar{M}_t^y\right)^2 = (1-\kappa)^2. \quad (8)$$

Заканчивается образование спиральной формы проволоки в стадии упруго-пластического деформирования изгибом с кручением при предварительном растяжении от свивочного натяжения. При совместном изгибе и кручении в упруго-пластической стадии гипотеза плоских сечений и прямых радиусов неприемлема, так как в процессе деформирования граница упругой области не остается окружностью (8). Точных решений такой задачи в теории пластичности до настоящего времени не получено. Поэтому пойдём путем приближенного решения.

При целиком пластическом сечении, что возможно при весьма большой деформации и использовании модели идеально пластического стержня ( $\bar{E}_T = 0$ ), предельная кривая зависимости, связывающей изгибающий и крутящий моменты без продольной силы ( $\kappa = 0$ ), близка к эллипсу [5].

В рассматриваемом случае, т.е. при изгибе с кручением после предварительного растяжения ( $\kappa \neq 0$ ), считаем, что предельную кривую с приемлемой точностью также можно принять описанной эллипсом такого уравнения

$$\frac{(\tilde{M}_b^t)^2}{\tilde{M}_b^2} + \frac{(\tilde{M}_t^b)^2}{\tilde{M}_t^2} = (1-\kappa)^2. \quad (9)$$

Числители уравнения (9) представляют выражения изгибающего  $\tilde{M}_b^t$  и крутящего  $\tilde{M}_t^b$  моментов, соответствующих весьма большим деформациям  $\bar{e}_{i\max}$ ;  $\bar{e}_{\max}$ ;  $\bar{\gamma}_{\max}$  (т.е. стремящимся к бесконечности) при совместном изгибе и кручении идеально пластического стержня. Такие выражения получены в решении задачи при  $\kappa=0$  путем интегрирования через полные эллиптические интегралы [3].

Знаменатели в (9)  $\tilde{M}_b = 16/3\pi$  и  $\tilde{M}_t = 4/3$  представляют предельные значения изгибающего и крутящего моментов при раздельном изгибе и кручении идеально пластического стержня.

Для любых значений деформаций в интервале  $(1 \div \infty)$  приближенно принимаем соотношение между изгибающими и крутящими моментами также описанными уравнениями эллипсов, которые занимают промежуточные положения между окружностью (8) и эллипсом (9). При этом для предельных интенсивностей деформаций (7)

$$\bar{e}_{i\max} = \bar{e}_{\max} \sqrt{1 + \frac{1}{3}\xi^2}$$

уравнения эллипсов имеют вид

$$\frac{(\bar{M}_b^t)^2}{\bar{M}_b^2} + \frac{(\bar{M}_t^b)^2}{\bar{M}_t^2} = (1-\kappa)^2, \quad (10)$$

где  $\bar{M}_b$  — изгибающий момент при действии только изгиба, т.е. когда  $\bar{e}_{i\max} = \bar{e}_{\max}$ ;

$\bar{M}_t$  — крутящий момент при действии только кручения, т.е. когда  $\bar{e}_{i\max} = \bar{\gamma}_{\max}$ .

На основании уравнения (10) получаются выражения изгибающего и крутящего моментов проволоки в слое кабеля при изгибе с кручением после предварительного свивочного натяжения

$$\bar{M}_b^t = \frac{\bar{M}_b \bar{M}_t \sqrt{1-\kappa}}{\sqrt{\lambda_b^2 \bar{M}_b^2 + \bar{M}_t^2}}; \quad (11)$$

$$\bar{M}_t^b = \frac{\bar{M}_b \bar{M}_t \sqrt{1-\kappa}}{\sqrt{\lambda_t^2 \bar{M}_t^2 + \bar{M}_b^2}}, \quad (12)$$

где  $\lambda_b = \bar{M}_t^b / \bar{M}_b^t$ ;  $\lambda_t = \bar{M}_b^t / \bar{M}_t^b$  — параметры нагружения.

Проведенные исследования показывают, что в интервале значений, присущих свивочному деформированию проволок, параметры нагружения можно принять равными параметрам деформирования, т.е.

$$\lambda_b = \tilde{t} / \tilde{b} = \xi; \quad \lambda_t = \tilde{b} / \tilde{t} = 1 / \xi.$$

Таким образом, формулы (11) и (12) позволяют определять изгибающие и крутящие моменты в сечениях проволок, испытывающих деформирование в виде совместного изгиба с кручением при предварительном свивочном растяжении, без использования весьма громоздких выражений  $\tilde{M}_b^t$  и  $\tilde{M}_t^b$ , входящих в уравнение (9).

Формулы, имеющие структуру вида (11), (12), обеспечивают приемлемую точность и в других ситуациях двухкомпонентных нагружений. Например, аналогична суть формул Гаффа и Полларда в определении запаса выносливости (прочности) при сложном напряженном состоянии [4].

В использовании формул (11), (12) удобно пользоваться выражениями  $\bar{M}_b$  и  $\bar{M}_t$  в виде функций технологических деформаций свивки проволок. Они получены в виде

$$\bar{M}_b = \frac{4}{\pi \bar{e}_{\max}^3} \left[ (1 - \bar{E}_T) \left( \frac{\bar{e}_{\max}^2 \sqrt{\bar{e}_{\max}^2 - 1}}{2} + \frac{(\bar{e}_{\max}^2 - 1)^{3/2}}{3} + \frac{\bar{e}_{\max}^4}{2} \arcsin \frac{1}{\bar{e}_{\max}} \right) + \frac{\pi}{4} \bar{E}_T \bar{e}_{\max}^4 \right]; \quad (13)$$

$$\bar{M}_t = \frac{4}{\bar{\gamma}_{\max}^3} \left[ \frac{1}{4} + \frac{(1 - \bar{G}_T)(\bar{\gamma}_{\max}^3 - 1)}{3} + \frac{\bar{G}_T}{4} (\bar{\gamma}_{\max}^4 - 1) \right], \quad (14)$$

где  $\bar{e}_{\max}$  и  $\bar{\gamma}_{\max}$  — максимальные деформации в сечении проволоки от свивочного изгиба и кручения при их относительном представлении

$$\bar{e}_{\max} = \frac{\sin^2 \alpha}{\varepsilon_T r} \cdot \frac{\delta}{2}; \quad \bar{\gamma}_{\max} = \frac{\tilde{t} \delta}{2\sqrt{3} \varepsilon_T} = \frac{\sin \alpha (k_0 + \cos \alpha)}{2\sqrt{3} r \varepsilon_T} \delta.$$

Таким образом, получены все выражения механико-математической модели вычисления ТВСФ в сечении кабеля, которые обусловлены свивочным деформированием проволок. Для формул (2)...(5) изгибающий и крутящий моменты  $M_{b_i}$  и  $M_{t_i}$  необходимо представить в абсолютном измерении

$$M_b = \bar{M}_b^t \sigma_T \frac{\pi \delta^3}{32}; \quad M_t = \bar{M}_t^b \sigma_T \frac{\pi \delta^3}{16\sqrt{3}},$$

где  $\bar{M}_b^t$  и  $\bar{M}_t^b$  — относительные значения изгибающего и крутящего моментов, вычисляемых по формулам (11) и (12) с учетом (13), (14).

Вся совокупность усилий разгрузки кабеля, возникающих в связи со свивочным технологическим деформированием проволок, выражается вектором  $F$ , компоненты которого (2)...(5).

Деформирование кабеля при разгрузке считаем упругим без потери устойчивости. Для его аналитического описания применим метод конечных элементов [5]. Основное уравнение при этом имеет вид

$$|\mathbf{G}| \cdot |\mathbf{DK}| = F,$$

где  $|\mathbf{G}|$  — матрица жесткости кабеля [5];

$|\mathbf{DK}|$  — вектор деформаций кабеля.

После вычисления деформаций  $|\mathbf{DK}|$  деформации проволок определяются аналогично [5].

Проведенные исследования показывают:

— Деформации при разгрузке от ТВСФ сопоставимы с деформациями при нагружении кабеля. Это приводит к значительным остаточным напряжениям в проволоках, что отрицательно влияет на его несущую способность и долговечность.

— Свивка без открутки в несколько раз увеличивает негативное свойство раскручиваемости кабеля.

— Одним из способов уменьшения деформаций разгрузки может стать регулирование свивочных натяжений проволок по условиям [6].

— Учет остаточных напряжений в проволоках позволяет построить более точную схему расчета кабелей на прочность и долговечность, что повышает эксплуатационную надежность и экономичность каротажа нефтяных и газовых скважин.

**Литература**

1. Чаюн, И.М. Связь предсвивочного натяжения элементов каната с его остаточным напряженным состоянием / И.М. Чаюн, О.А. Пишняк // Стальные канаты. — Одесса: Астропринт, 2009. — Вып.7. — С. 128 — 135.
2. Малинин, Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Н. Н. Малинин. — М.: Машиностроение, 1975. — 399 с.
3. Серенсен, С. В. Несущая способность и расчет деталей машин на прочность / С.В. Серенсен, В.П. Когаев, Р. М. Шнейдерович. — М.: Машиностроение, 1975. — 488 с.
4. Писаренко, Г. С. Опір матеріалів / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський. — К.: Вища шк., 2004. — 655 с.
5. Чаюн, И.М. Несущая способность подъемных канатов и лент / И.М. Чаюн. — Одесса: Астропринт, 2003. — 233 с.
6. Патент 72291 Україна. Спосіб виготовлення витих виробів одинарної звивки / І.М. Чаюн, О.Ф. Дашченко, О.В.Непомнящий. — Бюл. — 2012. — № 15.

**References**

1. Chayun, I.M. Svyaz' predsvivochnoho natyazheniya elementov kanata s ego ostatochnym napryazhennim sostoyaniem [The connection of pre-twisted strain of the cable elements with its residual stress] / I.M. Chayun, O.A. Pishnyak // Stal'nye kanaty [Steel Cables] — Odessa, 2009. — Iss.7. — pp. 128 — 135.
2. Malinin, N.N. Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti [Applied theory of plasticity and creep] / N.N. Malinin. — Moscow. — 1975. — 399 p.
3. Serensen, S.V. Nesushchaya sposobnost' i raschet detaley mashin na prochnost' [The bearing capacity and the strength calculation of the machine elements] / S.V. Serensen, V.P. Kogaev, R.M. Shneyderovich — Moscow, 1975. — 488 p.
4. Pysarenko, H. S. Opir materialiv [The strength of materials] / H. S. Pysarenko, O. L. Kvitka, E. S. Umanskyi — Kyiv — 2004. — 655 p.
5. Chayun, I.M. Nesushchaya sposobnost' pod'yomnykh kanatov i lent [The bearing capacity of the lifting cables and bands] / I.M. Chayun. — Odessa, 2003. — 233 p.
6. Patent 72291 Ukraina. Sposib vyhotovlennia vytykh vyrobiv odynarnoi zvyvki [The method of the production of the single-lay twisted items] / I.M. Chayun., A.F. Dashchenko, A.V. Nepomnyashchiy. — Newsletter. — 2012. — # 15.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Малиновский В.А.

Поступила в редакцию 27 марта 2013 г.