

*А.Я. Шаршанов, к.ф.-м.н., доцент, НУГЗУ,  
М.В. Кустов, к.т.н., зам. нач. каф., НУГЗУ*

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ АТМОСФЕРНЫХ ОСАДКОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИХ ПРОТИВОПОЖАРНОГО ПОТЕНЦИАЛА**

(представлено д-ром техн. наук Прохачем Э.Е.)

Построена модель дождя, в пределе неподвижной среды учитывающая падение капель воды и их испарение, с соответствующим охлаждением воздуха и повышением его влажности. Разработана компьютерная программа, позволяющая на основе задания характеристик дождевого потока на высоте определять противопожарные факторы – состояние дождевого потока и атмосферы в приповерхностном слое.

**Ключевые слова:** математическая модель, капли воды, испарение, водяной пар.

**Постановка проблемы.** Существенным обстоятельством, влияющим на возможность возгорания, распространение и тушение пожаров на открытом воздухе, является состояние атмосферы у поверхности земли. В связи с этим представляет интерес попытка улучшения противопожарной ситуации при помощи искусственно индуцированного дождя. Решение этой сложной технической проблемы требует рассмотрения ряда подзадач, одной из которых является прогноз характеристик дождя у поверхности земли, исходя из задания его параметров в месте индуцирования (на высоте соответствующих облаков). Умение решать такую задачу, которой посвящена данная работа, необходимо, например, для определения возможности заданного облака существенно влиять на пожарную ситуацию, исходя из высоты расположения облака и его влагосодержания.

**Анализ последних достижений и публикаций.** В связи с большим практическим значением рассматриваемой проблеме посвящено значительное количество работ [1-3]. Одной из последних публикаций, посвященных данной тематике, является работа [4]. В ней изложены основные теоретические положения, на основе которых нами построена, используемая при компьютерном моделировании в данной работе, математическая модель дождя.

**Постановка задачи и ее решение.** В основе работы лежит самосогласованное описание процессов испарения падающих капель воды в атмосферном столбе, приводящее к уменьшению размеров, температуры и скорости падения капель, а также к понижению темпе-

ратуры и повышению влажности воздуха в этом столбе.

Сразу отметим, нас интересует содержание влаги в воздухе. В связи с этим основным исследуемым процессом является испарение капель дождя. В данной работе атмосферный столб в основном приближении рассматривается как стационарный, и при этом учитываются изменения только тех его параметров состояния, которые существенно влияют на испарение капель. Стационарное состояние атмосферы, как правило, является неустойчивым, что нами не учитывается, и поэтому используемая модель может претендовать только на оценочные результаты.

В рассматриваемой модели решается задача взаимного влияния дождя и воздуха в случае двух переменных: пространственной вертикальной координаты  $z$  и времени  $\tau$ . Предполагается наличие на фиксированной высоте  $z=z_0$  источника капель с одинаковыми начальными радиусами  $r_0$  и скоростями  $w_0$ . Искомыми нестационарными полями являются: скорость падения  $w_d(z, \tau)$ , радиус  $r_d(z, \tau)$ , абсолютная температура  $T_d(z, \tau)$  и плотность числа  $n(z, \tau)$  капель, а также концентрация водяного пара в воздухе  $\rho_s(z, \tau)$  и его абсолютная температура  $T_a(z, \tau)$ .

Уравнение движения падающей капли имеет вид:

$$\frac{dw_d}{d\tau} = g - \frac{w_d - w_a}{m_d} \cdot \rho_a \cdot \left[ 6 \cdot \pi \cdot r_d \cdot \nu_a + \frac{C_f}{2} \cdot \pi \cdot r_d^2 \cdot |w_d - w_a| \right], \quad (1)$$

где  $w_a$  – скорость воздуха,  $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ ;  $\rho_a$  – плотность воздуха,  $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$ ;  $\nu_a$  – коэффициент кинематической вязкости воздуха,  $\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ ;  $g$  – ускорение свободного падения,  $\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$ ;  $C_f$  – коэффициент формы (в реализуемом в данной работе случае каплей сферической формы  $C_f = 0,47$ );

$m_d = \rho_w \cdot \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot r_d^3$  – масса капли,  $\text{кг}$ ;  $\rho_w$  – считающаяся постоянной

плотность воды,  $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$ . Здесь и далее под символом  $\frac{d}{d\tau}$  подразумевается субстанциональная производная по времени

$$\frac{d}{d\tau} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \tau} + w_d(z, \tau) \cdot \frac{\partial}{\partial z}.$$

Основным параметром, описывающим процесс испарения каплей, является поток массы пара  $J_s$  ( $\text{кг} \cdot \text{с}^{-1}$ ) от капли в воздух. В реализуемом в нашей ситуации квазистационарном режиме испарения в приближении пограничного слоя он описывается соотношением ([4])

$$J_s = 2\pi \cdot r_d \cdot \bar{D} \cdot \frac{\mu_w \cdot P}{R \cdot \bar{T}} \cdot (Nu_D + 2) \cdot \ln\left(\frac{P - P_{s,a}}{P - P_s(T_d)}\right), \quad (2)$$

где  $R = 8,314 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$  – универсальная газовая постоянная;  $\mu_w = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{моль}^{-1}$  – молярная масса воды;  $P(z)$  – общее атмосферное давление на данной высоте  $z$ , Па;  $\bar{T}$  – среднее (более-менее произвольное, в модели среднее арифметическое между  $T_d$  и  $T_a$ ) значение абсолютной температуры газовой среды в диффузионном прикапельном слое, К. Усредненное значение коэффициента диффузии пара в воздухе  $\bar{D}$  в модели определяется формулой

$$\bar{D} = 2.2 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{\bar{T}}{273}\right)^{1.5}, \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}.$$

Величина  $P_{s,a}(z)$  представляет собой парциальное давление водяного пара в атмосфере на данной высоте  $z$ , Па. В модели предполагается, что вплоть до достижения давления насыщенного пара  $P_s(T)$  при температуре  $T$  оно подчиняется уравнению состояния идеального газа

$$P_{s,a} = \frac{\rho_s}{\mu_w} \cdot R \cdot T_a \leq P_s(T_a). \quad (3)$$

Величина  $Nu_D$  – диффузионный критерий Нуссельта (другое название – критерий Шервуда (Sh)). Он, как и аналогичный по смыслу тепловой критерий Нуссельта ( $Nu_T$ ), оценивается критериальным уравнением (смотрите [5]):

$$Nu_T = Nu_D = \begin{cases} 2 \cdot (1 + 0.08 \cdot Re^{2/3}), & Re \leq 200 \\ 0.54 \cdot Re^{1/2}, & Re > 200 \end{cases}. \quad (4)$$

Здесь критерий Рейнольдса рассчитывается по формуле

$$Re = \left| \frac{(w_d - w_a) \cdot 2 \cdot r_d}{\nu_a} \right|.$$

Знание потока массы (1) позволяет записать уравнение баланса массы воды в капле. Оно имеет вид:

$$4 \cdot \pi \cdot r_d^2 \cdot \rho_w \cdot \frac{dr_d}{d\tau} = -J_s. \quad (5)$$

В квазистационарном режиме испарения согласно [5] поток энергии, между каплей и воздухом  $Q$  (Вт) описывается соотношением

$$Q = J_s \cdot \left[ h_s(T_d) - \frac{h_s(T_a) - h_s(T_d)}{\exp(B) - 1} \right], \quad (6)$$

здесь символом  $B$  обозначена безразмерная величина

$$B \equiv \frac{J_s \cdot c_{ps}}{2\pi \cdot r_d \cdot \bar{\lambda} \cdot (Nu_T + 2)}. \quad (7)$$

Величина  $\bar{\lambda}$  – среднее по температурному слою значение коэффициента теплопроводности парогазовой среды,  $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ . При выводе соотношения (5) предполагалась линейная зависимость удельной массовой энтальпии образования водяного пара  $h_s$ ,  $\text{Дж} \cdot \text{кг}^{-1}$ , от температуры

$$h_s(T) = h_s(T_d) + c_{ps} (T - T_d), \quad (8)$$

где  $c_{ps}$  – удельная массовая изобарная теплоемкость пара,  $\text{Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ .

Отметим сразу, что следствием совпадения диффузионного и теплового критериев Нуссельта ( $Nu_D = Nu_T$ ) является упрощение вида параметра  $B$  (7), сопровождающееся исчезновением зависимости  $B$  от размеров капли.

Знание потока энергии (6) позволяет получить уравнение энергетического баланса капли (смотрите [4]). Оно имеет вид

$$m_d \cdot c_{p.w} \cdot \frac{dT_d}{d\tau} = J_s \cdot \left[ -\Delta h + \frac{c_{p.s} \cdot (T_a - T_d)}{\exp(B) - 1} \right], \quad (9)$$

где  $\Delta h \equiv h_s(T_d) - h_w(T_d)$  – удельная теплота парообразования,  $\text{Дж} \cdot \text{кг}^{-1}$ ;  $h_w(T)$  – удельная массовая энтальпия образования воды в жидкой фазе,  $\text{Дж} \cdot \text{кг}^{-1}$ ;  $c_{p.w}$  – удельная массовая изобарная теплоемкость воды,  $\text{Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ .

Уравнения (1), (5), (9) относительно неизвестных скорости, размера и температуры капли (с соответствующими уравнениями связи вспомогательных величин) однозначно описывают испарение падающей капли в заданном атмосферном поле.

Перейдем к описанию влияния дождя на атмосферу.

Будем пренебрегать конвективными ( $w_a = 0$ ) и диффузионными газовыми потоками. Общее давление воздуха  $P(z)$  и его плотность  $\rho_a(z)$

будем рассматривать как стационарные функции, определив их в начале, исходя из заданного начального распределения температуры воздуха  $T_a(z,0)$ . Для этого воспользуемся уравнением состояния идеального газа

$$\rho_a(z) = \frac{P(z)}{R_a \cdot T_a(z,0)}, \quad (10)$$

в котором  $R_a = R/0,029 = 287$  Дж·кг<sup>-1</sup>·К<sup>-1</sup> – удельная газовая постоянная воздуха. В этом пределе из уравнения гидростатики следует, что

$$P(z) = P_0 \cdot \exp\left[-\int_0^z \frac{g \cdot dz'}{R_a \cdot T_a(z',0)}\right], \quad (11)$$

где  $P_0$  – общее атмосферное давление на высоте  $z=0$ .

Уравнение, задающее концентрацию водяного пара в воздухе, является следствием балансовых соотношений для воды. Из-за пренебрежения процессами газового переноса изменение концентрации водяного пара в воздухе происходит исключительно вследствие испарения капель, и поэтому

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial \tau} = n \cdot J_s. \quad (12)$$

В данной работе атмосферный столб рассматривается как неподвижный. Изменение его энергии связано исключительно с взаимодействием воздуха с испаряющимися каплями дождя. Соответствующее уравнение энергетического баланса, определяющее уменьшение абсолютной температуры воздуха  $T_a(z,\tau)$  имеет вид:

$$c_{p.a} \cdot \rho_a(z) \cdot \frac{\partial T_a}{\partial \tau} = n \cdot [Q - J_s \cdot h_s(T_a)],$$

что с учетом соотношений (6) и (8) дает

$$c_{p.a} \cdot \rho_a(z) \cdot \frac{\partial T_a}{\partial \tau} = -n \cdot J_s \cdot \frac{c_{p.s} \cdot (T_a - T_d)}{1 - \exp(-B)}, \quad (13)$$

где  $c_{p.a}$  – удельная массовая изобарная теплоемкость воздуха, Дж·кг<sup>-1</sup>·К<sup>-1</sup>.

Замыкающее дифференциальное уравнение, задающее плотность числа капель  $n(z,\tau)$ , записано в предположении о неизменности их количества в процессе падения. Оно имеет вид

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial z} (n \cdot w_d) = 0. \quad (14)$$

Граничные условия к данной системе уравнений задается в месте генерации потока капель (при  $z=z_0$ ). Начальным условием является атмосферная ситуация до дождя.

Система дифференциальных уравнений (1), (5), (9), (12)-(14), решалась численно. Полученные типичные временные зависимости различных параметров дождя и атмосферы на высотах 950, 450 и 50 м представлены на рисунках.

В данном варианте считалось, что на высоте  $z_0 = 1000$  м плотность дождевой воды составляет  $\rho_{d,w0} = 0.1 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$ , что при начальном радиусе капель  $r_0 = 0,625$  мм задает начальную плотность числа капель  $n_0 = 9,8 \cdot 10^4 \text{ м}^{-3}$ . Изначально воздух брался сухим. Его начальная температура линейно падала с высотой от  $20^\circ\text{C}$  на поверхности земли ( $z = 0$  м) до  $10^\circ\text{C}$  на высоте  $z = z_0$ .

Приведенные графики позволяют получить большой объем информации. Например, из рисунка 2 следует, что полное насыщение воздуха влагой (что отвечает условию  $P_{s,a} = P_s$ ) в приповерхностном слое ( $z = 50$  м) произойдет через 240 с, и к этому моменту согласно рисунку 3 из облаков ( $z = 950$  м) должно выпасть  $120 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-2}$  воды. Последнее число определяет нижнюю границу требований к запасам воды в облаках в данных условиях.

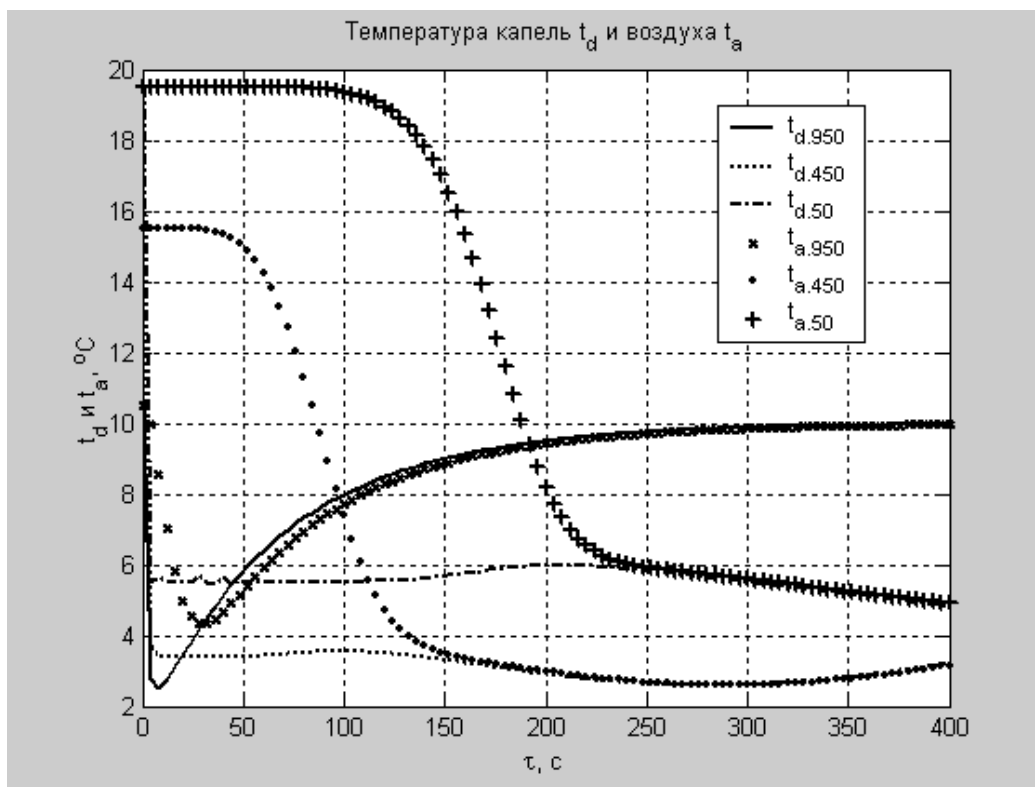


Рис. 1. Температуры капель  $t_d$  и воздуха  $t_a$  на высотах 950, 450 и 50 м

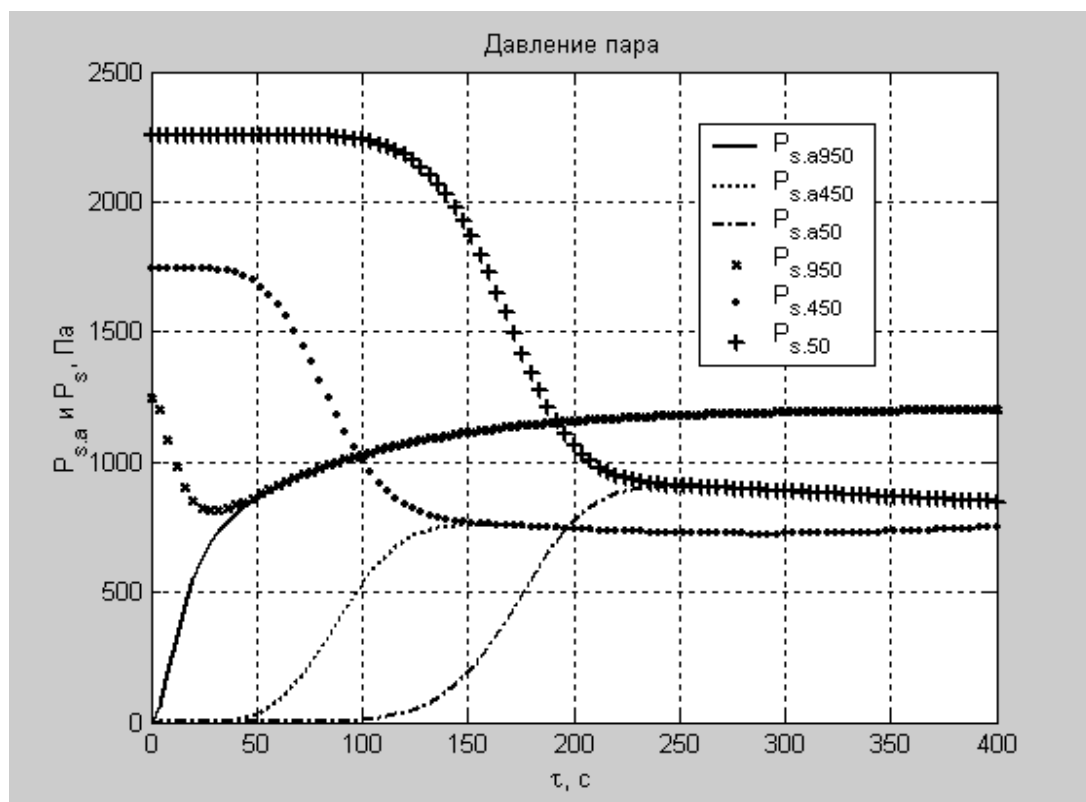


Рис. 2. Парциальное давление пара  $P_{s,a}$  и давление насыщенного пара  $P_s$  на высотах 950, 450 и 50 м

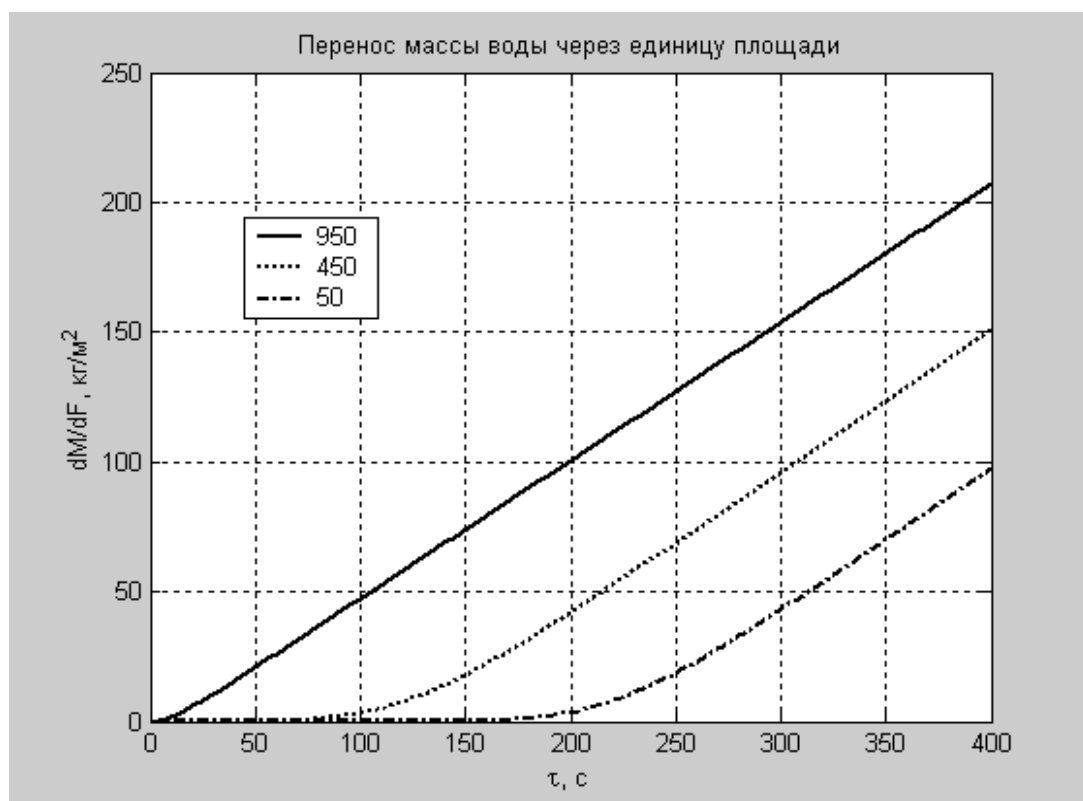


Рис. 3. Перенос массы воды дождем на высотах 950, 450 и 50 м в расчете на единицу площади

**Выводы.** Построена модель дождя, в пределе неподвижной среды учитывающая падение капель воды и их испарение, с соответствующим охлаждением воздуха и повышением его влажности. Разработана компьютерная программа, позволяющая на основе задания характеристик дождевого потока на высоте облаков оценивать противопожарные факторы – состояние дождевого потока и атмосферы в приповерхностном слое.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ивлев Л.С. Физика атмосферных аэрозольных систем / Л.С. Ивлев, Ю.А. Довгалюк. – СПб.: НИИХ СПбГУ, 1999. — 194с.
2. Борисов Н.Д. Искусственная ионизированная область в атмосфере / Н.Д. Борисов, А.В. Гуревич, Г.М. Милих. – М.: ИЗМИРАН, 1986. – 348 с.
3. Куни Ф.М. Физические основы теории фазовых превращений вещества / Ф.М. Куни // Соросовский образовательный журнал, 1996. – №1. – С. 108 – 112.
4. Кустов М.В. Модель процесса испарения атмосферных осадков в воздушной среде в зоне ландшафтных пожаров / М.В. Кустов, А.Я. Шаршанов // Проблемы пожарной безопасности. – Х.: НУЦЗУ, 2013. – Вып. 33. – С. 104-112.
5. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике (2-е дополненное и переработанное издание): монография/ Франк-Каменецкий Давид Альбертович/.— Москва: Издательство «Наука», 1967. — 492 с.

А.Я. Шаршанов, М.В. Кустов

### **Моделювання атмосферних опадів для визначення їх протипожежного потенціалу**

Побудована модель дощу, в границі нерухомого середовища, яка враховує падіння крапель води та їх випаровування з відповідним охолодженням повітря та підвищенням його вологості. Розроблена комп'ютерна програма, яка дозволяє на основі завдання характеристик дощового потоку на висоті визначити протипожежні фактори – стан дощового потоку та атмосфери у приповерхневому шарі.

**Ключові слова:** математична модель, краплі води, випаровування, водяна пара.

A.J. Sharshanov, M.V. Kustov

### **Modelling of the atmospheric precipitation for determination of their fire-prevention potential**

The rain model, in a limit of the motionless environment a thaw of water considering falling and their evaporation, with the corresponding cooling of air and increase of its humidity is constructed. The computer program allowing on the basis of a task of characteristics of a rain stream at height to define fire-prevention factors – a condition of a rain stream and the atmosphere in a near-surface layer is developed.

**Keywords:** mathematical model, water drops, evaporation, water vapor.