

А.Я. Шаршанов, к.ф.-м.н., доцент, НУГЗУ

## ЗАМЕДЛЕНИЕ МАССОПЕРЕНОСА ЗЕРНИСТОЙ СРЕДОЙ

(представлено д.т.н. Кривцовой В.И.)

Выведено общее уравнение стационарного диффузионного массопереноса сквозь зернистую среду. Получена простая универсальная оценка сверху величины коэффициента диффузии сквозь зернистую среду.

**Ключевые слова:** зернистая среда, трубка тока, коэффициент диффузии, массоперенос.

**Постановка проблемы.** Одним из возможных способов прекращения пожара класса В является уменьшение потока паров горючей жидкости от её поверхности в зону интенсивной химической реакции. Такого результата можно достичь, засыпая источник паров гранулированным негорючим материалом (например, пеностеклом либо гранитным щебнем). В результате над источником формируется зернистый слой, замедляющий процессы массопереноса до безопасного уровня. Относительная легкость данного способа актуализирует исследование закономерностей массопереноса сквозь зернистую среду. В данном случае требуется знание связи между интенсивностью массопереноса и характеристиками зернистой среды.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Данная проблема отдельно не исследовалась. Обычно зернистая среда просто характеризовалась коэффициентом диффузии, значение которого определялось опытным путем. Из структурных зависимостей постулировалось пропорциональность этого коэффициента коэффициенту диффузии в пространстве без засыпки, удлинению пути диффузии, связанному с обходом зерен, и объёмной доле пустот, пронизывающих зернистую среду [1]. Как будет доказано в данной работе, последнее предположение дает только верхнюю границу значения коэффициента диффузии сквозь зернистую среду.

**Постановка задачи и ее решение.** В работе рассматривается стационарный изотермический массоперенос, осуществляемый исключительно по пустотам зернистого материала с известной (регулярной либо случайной) структурой. Предполагается, что характерная ширина пустот превышает длину свободного пробега микрочастиц переносимого вещества. Плоский зернистый слой имеет толщину  $\Delta h$ , м. Значения концентрации переносимого вещества на внешних границах слоя  $c_1$  и  $c_2$ , моль·м<sup>-3</sup> – заданные постоянные величины (для определенности предполагается, что  $c_1 > c_2$ ). Считается, что перепад давлений между сторонами слоя пренебрежимо мал, вследствие чего массоперенос имеет исключительно диффузионный характер. Коэффициент диффузии переносимого вещества в свободном пространстве  $D$ , м<sup>2</sup>·с<sup>-1</sup>, задан. Требуется рассчитать поток компонента  $J$ , моль·с<sup>-1</sup>, через площадку зернистого материала заданной площади  $F$ , м<sup>2</sup>.

Задача сводится к рассмотрению следствий из уравнения диффузии (уравнения Фика) [2] в стационарных условиях в порах зернистой среды. Для прояснения ситуации разобьем картину потока компонента на узкие односвязные трубки тока [3]. (Для слоев конечной толщины такое разбиение всегда возможно.) Схематическое изображение такой трубки представлено на рис. 1. Будем отмечать трубки индексом « $i$ ». Напомним, что образующие боковых сторон трубок тока параллельны векторам градиента концентрации компонента, поэтому массоперенос осуществляется только вдоль трубок тока. В связи с этим обстоятельством в стационарных условиях следствием закона сохранения количества компонента является неизменность потока компонента  $\Delta J_i$ , моль·с<sup>-1</sup>, через любое поперечное сечение трубки тока.

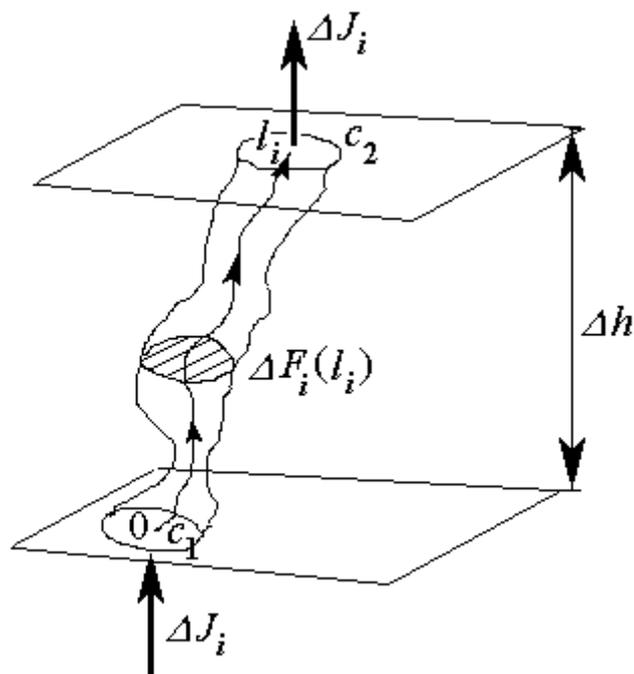


Рис. 1. Схематическое изображение  $i$ -ой трубки тока сквозь плоский слой зернистой среды ( $\Delta h$  – толщина слоя;  $c_1$  и  $c_2$  – концентрации на границах слоя; стрелками указано направление массопереноса, вдоль которого отсчитывается длина пути массопереноса  $l_i$  в данной трубке тока; заштрихованное сечение трубки тока отвечает поверхности равных концентраций)

Описанные выше обстоятельства означают, что уравнению Фика для  $i$ -ой трубки тока можно придать вид

$$-D \cdot \frac{\partial c(l_i)}{\partial l_i} = \frac{\Delta J_i}{\Delta F_i(l_i)}, \quad (1)$$

где  $l_i$  – расстояние от нижней поверхности слоя до данной точки, отсчитанное вдоль  $i$ -ой трубки тока, м (смотри рисунок 1);  $c(l_i)$  – концентрация компонента в данной точке, моль·м<sup>-3</sup>;  $\Delta F_i$  – площадь сечения трубки тока поверхностью равных концентраций, м<sup>2</sup>.

Проинтегрируем уравнение (1) вдоль соответствующей трубки тока от одной поверхности слоя до другой. В результате после алгебраических преобразований получим выражение для потока компонента сквозь данную трубку тока

$$\Delta J_i = \frac{D \cdot \Delta c}{\int_0^{\Delta l_i} \frac{dl_i}{\Delta F_i(l_i)}} = D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta h} \cdot \frac{\overline{(\cos(\varphi))}_i}{\left(\frac{1}{\Delta F}\right)_i}, \quad (2)$$

где  $\Delta c = c_1 - c_2$  – перепад концентраций компонента на диффузионном слое, моль·м<sup>-3</sup>;  $\Delta l_i$  – расстояние между поверхностями слоя, взятое вдоль трубки тока, м; здесь и далее линией над выражением обозначено усреднение выражения вдоль соответствующей трубки тока, то есть

$$\overline{\left(\frac{1}{\Delta F}\right)_i} = \frac{1}{\Delta l_i} \cdot \int_0^{\Delta l_i} \frac{dl_i}{\Delta F_i(l_i)} \quad (3)$$

среднее значение обратной площади сечения в  $i$ -ой трубке тока, м<sup>-2</sup>;  $\cos(\varphi)$  – направляющий косинус вектора плотности потока компонента по направлению нормали к поверхности слоя, в связи с чем

$$\overline{(\cos(\varphi))}_i = \overline{\left(\frac{dh_i}{dl_i}\right)_i} = \frac{1}{\Delta l_i} \cdot \int_0^{\Delta l_i} \left(\frac{dh_i}{dl_i}\right) dl_i = \frac{1}{\Delta l_i} \cdot \int_0^{\Delta h} dh_i = \frac{\Delta h}{\Delta l_i} \quad (4)$$

(в формуле (4)  $dh_i$  – проекция элемента трубки тока  $dl_i$  на нормаль к граничным плоскостям).

Используя формулу (2), можно выразить полный поток компонента через площадку зернистого материала заданной площади  $F$  в виде суммы по всем трубкам тока, начинающимся на этой площадке

$$J = \sum_i \Delta J_i = D \cdot \Delta c \cdot \sum_i \frac{1}{\int_0^{\Delta l_i} \frac{dl_i}{\Delta F_i(l_i)}} = D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta h} \cdot \sum_i \frac{\overline{(\cos(\varphi))}_i}{\left(\frac{1}{\Delta F}\right)_i}. \quad (5)$$

Для дальнейших оценок используем следующее общее свойство усреднения произвольных положительных функций

$$\overline{\left(\frac{1}{\Delta F}\right)_i} \geq \frac{1}{\overline{(\Delta F)}_i}, \quad (6)$$

причем равенство реализуется при условии, что площадь сечения  $\Delta F_i$

постоянна (не зависит от  $l_i$ ).

Заметим, что средняя площадь сечения  $(\overline{\Delta F})_i$  напрямую связана с объемом  $i$ -ой трубки тока  $\Delta V_i$

$$(\overline{\Delta F})_i = \frac{1}{\Delta l_i} \cdot \int_0^{\Delta l_i} \Delta F_i(l_i) dl_i = \frac{\Delta V_i}{\Delta l_i}. \quad (7)$$

Совместное применение соотношений (6), (7) к формуле (5) позволяет оценить полный поток компонента

$$J \leq D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta h} \cdot \sum_i (\overline{\cos(\varphi)})_i \cdot \frac{\Delta V_i}{\Delta l_i} = D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta h} \cdot F \cdot \sum_i [(\overline{\cos(\varphi)})_i]^2 \cdot \frac{\Delta V_i}{\Delta V}, \quad (8)$$

где  $\Delta V = F \cdot \Delta h$  – общий объем зернистого слоя, м<sup>3</sup>.

Для упрощения оценки (8) воспользуемся очевидным соотношением  $[(\overline{\cos(\varphi)})_i]^2 \leq 1$ , в котором равенство наступает только, если образующие трубки тока являются прямыми, направленными по нормали к поверхности слоя. В результате, заменив в (8) все направляющие косинусы на единицы, получим соотношение

$$J \leq D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta h} \cdot F \cdot r_V, \quad (9)$$

в котором величина

$$r_V = \frac{\sum_i \Delta V_i}{\Delta V}$$

представляет собой общую объемную долю проточных полостей в рассматриваемой зернистой среде (пористость).

Проведенное рассмотрение показало, что диффузию в зернистой среде можно описывать как диффузию в однородной среде с эффективным коэффициентом диффузии  $D_{ef}$ , удовлетворяющим соотношениям

$$D_{ef} = D \cdot \sum_i \frac{(\overline{\cos(\varphi)})_i}{F \cdot \left(\frac{1}{\Delta F}\right)_i} \leq D \cdot \sum_i [(\overline{\cos(\varphi)})_i]^2 \cdot \frac{\Delta V_i}{\Delta V} \leq D \cdot r_V. \quad (10)$$

Заметим, что при таком способе описания для определения потоков компонента в расчетных формулах необходимо использовать истинное значение концентрации компонента (в полостях, а не в среднем по зернистому материалу).

**Выводы.** Выведено общее уравнение стационарного диффузионного массопереноса сквозь зернистую среду. Получена простая универсальная оценка сверху величины коэффициента диффузии сквозь зернистую среду, что позволит рассчитывать защитные свойства зернистого материала, замедляющего опасный массоперенос.

Полученные формулы дают относительно простой инструмент для оценок коэффициента диффузии (а следовательно и потоков вещества) в зернистом материале в случае регулярной структуры этого материала. Методика расчета состоит в максимально возможном увеличении ширины трубок тока вплоть до границ полостей и в дальнейшем исследовании свойств получаемых геометрических структур.

В случае нерегулярной структуры формулы тоже верны, однако анализ затруднен сложностью прогнозирования маршрута элементарной трубки тока (сложно определить: «В какую из двух соприкасающихся полостей попадет трубка?»). Имеет смысл поменять подход. Рассматривать не элементарные трубки тока, проходящие через весь слой, а максимально широкие трубки (с легко определяемыми диффузионными характеристиками), связывающие точки разветвления. В результате задача сведется задаче протеканию тока по случайной сетке сопротивлений.

Описанные выше соображения могут послужить основой программы дальнейших исследований.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ярин Л.П. Основы теории горения двухфазных сред / Л.П. Ярин, Г.С. Сухов – Л.: Энергоатомиздат, 1987. – 240 с.
2. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике / Д.А. Франк-Каменецкий – М.: Наука, 1967. – 491 с.
3. Лаптев Г.Ф. Элементы векторного исчисления / Г.Ф. Лаптев – М.: Наука, 1975. – 336 с.

*Получено редколлегией 10.03.2017*

А.Я. Шаршанов

### **Уповільнення масопереноса зернистим середовищем**

Виведено загальне рівняння стаціонарного дифузійного масопереносу крізь зернисте середовище. Отримано проста універсальна оцінка зверху величини коефіцієнта дифузії крізь зернисте середовище.

**Ключові слова:** зернисте середовище, трубка струму, коефіцієнт дифузії, масоперенос.

A. Sharshanov

### **The slowing of the mass transfer by a granular medium**

Derived the general equation of stationary diffusion mass transfer through a granular environment. A simple universal upper bound values of the diffusion coefficient through a granular medium is obtained.

**Keywords:** granular medium, current tube, diffusion coefficient, mass transfer.