

Н.И. Ободан, А.С. Магас, В.А. Громов

Днепропетровский национальный университет им. О. Гончара

НАХОЖДЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ УРАВНЕНИЙ КАРМАНА

У даній роботі розглядається обернена коефіцієнтна задача для нелінійної крайової задачі рівнянь Кармана. Доведена диференційованість за Фреше оберненого оператора, а його нейромережеве наближення побудоване за допомогою нейроеволюційної моделі NEAT.

В настоящей работе рассматривается обратная коэффициентная задача для нелинейной краевой задачи уравнений Кармана. Доказана дифференцируемость по Фреше обратного оператора, а его нейросетевое приближение построено с помощью нейроеволюционной модели NEAT.

This paper considers the coefficient inverse problem for the nonlinear boundary problem of von Karman equations. The Fréchet differentiability of the inverse operator is proved and its neural network approximation is constructed with the employment of neuro-evolution augmented topology model.

Ключевые слова: обратная коэффициентная задача; нелинейная краевая задача; уравнения Кармана; обратный оператор; дифференцируемость по Фреше; эволюция нейронных сетей.

Вступление. Проблема решения обратных коэффициентных краевых задач, описываемых нелинейными уравнениями Кармана, связана с решением задачи оптимизации.

Одним из подходов является использование инверсной нейросетевой аппроксимации оператора отображения следов решения прямой задачи на неизвестной вектор-функции обратной задачи путем дискретизации указанных решений с последующим обучением НС на обучающей выборке, созданной на базе решений прямой задачи для компактного множества значений функций обратной задачи. Такой подход обеспечивает регуляризацию задачи (при отсутствии особых точек решений), а также достаточную точность приближения значений следов решений, полученных из решения прямой задачи для решения обратной задачи, к заданным.

Математическая модель обратной задачи. Рассматривается задача определения коэффициентов нелинейного эллиптического уравнения типа Кармана, прямая задача для которого формируется следующим образом: вектор-функция $\tilde{y}(X, H(X))$ в ограниченной области $\Omega = \{X | X = (x_1, x_2) \in R^2\}$ с границей Γ описывается уравнениями

$$Q_1 \equiv \nabla_{ij} (A_1^{ijkl} (H_1) \nabla_{kl} u_1) - 1^{ik} 1^{jl} \nabla_{kl} u_2 (B_{ij} (H_1) + \nabla_{ij} u_1) = \lambda H_2, \quad (1)$$

$$Q_2 \equiv \nabla_{ij} (A_2^{ijkl} (H_1) \nabla_{kl} u_2) - 1^{ik} 1^{jl} \nabla_{kl} u_1 (B_{ij} (H_1) + \nabla_{ij} u_1) = 0, \quad (2)$$

$$Q = \{Q_1, Q_2\}^T, \quad H = \{H_1, H_2\}^T, \quad u = \{u_1, u_2\}^T,$$

где $A_1^{ijkl} (H_1) > 0$, $A_2^{ijkl} (H_1) > 0$, $B_{ij} (H_1) > 0$ – известные функционалы известной функции H_1 ; H_2 – функция правой части; Γ – кусочно-гладкая граница

области Ω ; $\nabla_i = \frac{\partial}{\partial x_i}$; $\nabla_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}$; $i, j = 1, 2$, λ – параметр,

при граничных условиях

$$u_\Gamma = 0; \quad \frac{\partial u_\Gamma}{\partial n} = u_n = 0, \quad (3)$$

где n – нормаль к поверхности Ω .

Введем множество допустимых решений

$$\tilde{u} : \begin{cases} \tilde{u}(X) \in V_\Omega^{12}; Q(\tilde{u}) = 0 \\ \tilde{u}|_\Gamma = 0, \tilde{u}_n|_\Gamma = 0 \end{cases}; \quad \tilde{H} : \begin{cases} \underline{H} \leq \tilde{H} \leq \overline{H}; H \in W_{2\Omega}^1 \\ a \leq \frac{\partial H}{\partial u} \leq b; \frac{\partial^2 \tilde{H}}{\partial u^2} \geq 0 \end{cases}. \quad (4)$$

Здесь $W_{2\Omega}^1$ –пространство Соболева, V_Ω^1 , V_Ω^2 , V_Ω^{12} – функциональные пространства со скалярным произведением и нормой соответственно

$$(u_1, v_1)_{V_\Omega^1} = \int_\Omega A_1^{ijkl} (H) \nabla_{ij} u_1 \nabla_{kl} v_1 d\Omega,$$

$$\|u_1\|_{V_\Omega^1} = \int_\Omega A_1^{ijkl} (H) \nabla_{ij} u_1 \nabla_{kl} u_1 d\Omega,$$

$$(u_2, v_2)_{V_\Omega^2} = \int_\Omega A_2^{ijkl} (H) \nabla_{ij} u_2 \nabla_{kl} v_2 d\Omega,$$

$$\|u_2\|_{V_\Omega^2} = \int_\Omega A_2^{ijkl} (H) \nabla_{ij} u_2 \nabla_{kl} u_2 d\Omega,$$

$$(u, v)_{V_\Omega^{12}} = [(u_1, u_2)(v_1, v_2)]_{V_\Omega^{12}} = (u_1, v_1)_{V_\Omega^1} + (u_2, v_2)_{V_\Omega^2}.$$

Функции, принадлежащие множеству \tilde{H} , являются равномерно ограниченными, монотонными, выпуклыми, следовательно, множество \tilde{H} является компактом. Здесь \tilde{u} – множество решений задачи (1)-(2), \tilde{H} – множество неизвестных функций обратной задачи.

Решение обратной задачи предполагает по известным следам функции u в точках γ_r

$$u(\gamma_r, H) = u^*, \quad r = 1, R \quad (5)$$

определение функций $H(X)$. При использовании вариационного подхода задача сводится к задаче минимизации функционала

$$\rho_{V_\Omega^{12}} = (u(\gamma_r, H), u^*)_{V_\Omega^{12}}, \quad H \in \tilde{H}, \quad u^* \in V_\Omega^{12}, \quad (6)$$

характеризующего расстояние в пространстве V_{Ω}^{12} между значением $u(\gamma_r, H)$, найденным из решения прямой задачи, и заданным значением u^* . Решение обратной задачи имеет вид

$$H = \arg \min \rho_{V_{\Omega}^{12}}(u(\gamma_r, H), u^*), \quad H \in \tilde{H}, \quad u \in \tilde{u}, \quad (7)$$

где $\rho_{V_{\Omega}^{12}}$ – функционал-невязка, определяемый метрикой в пространстве V_{Ω}^{12} .

Для выполнения условия (7) необходимо показать дифференцируемость по Фреше вектор-функций u по H .

Обобщенное решение для краевой задачи (1)-(3) имеет вид

$$\begin{aligned} (u_1, v_1)_{V_{\Omega}^1} &= \int_{\Omega} [1^{ik} 1^{jl} (B_{ij} v_1 - \nabla_i v_1 \nabla_j u_1) \nabla_{kl} u_2 - H_2 v_1] d\Omega; \\ (u_2, v_2)_{V_{\Omega}^2} &= - \int_{\Omega} [1^{ik} 1^{jk} (B_{ij} u_1 - \nabla_i u_1 \nabla_j u_1) \nabla_{kl} v_2] d\Omega, \end{aligned} \quad (8)$$

где $v = (v_1, v_2)^T$ – произвольная вектор-функция, $v \in V_{\Omega}^{12}$.

В силу теоремы Рисса должны существовать операторы $M \in V_{\Omega}^{12}$, $N \in V_{\Omega}^{12}$, реализующие функционалы (8) в виде скалярного произведения. Тогда можно записать

$$u_1 = N_{V_{\Omega}^{12}}(u(H_1, H_2)), \quad u_2 = M_{V_{\Omega}^{12}}(u(H_1, H_2)).$$

В работе [1] показано, что операторы M и N усиленно непрерывны. Установим дифференцируемость по Фреше операторов M и N по H .

Пусть H_0 – некоторая известная функция; зададим $H = H_0 + \Delta H$, $\|\Delta H\| \leq \varepsilon$, ε – малое число и определим два решения $u^{(1)}(H_0)$ и $u^{(2)}(H_0 + \Delta H) = u^{(1)}(H_0) + \Delta u$ соответственно, при этом $u^{(1)}(H_0)$ – неособое решение. Это означает, что для уравнения

$$\Delta u - \mu \text{grad} G(u) \Big|_{u=u_0} \Delta u = 0,$$

где $\Delta u = \{\Delta u_1, \Delta u_2\}^T$, $G(u) = \{N(u), M(u)\}^T$, $\mu = 1$ не является собственным значением.

Представим

$$\begin{aligned} A_p^{ijkl} &= A_p^{ijkl} + \frac{\partial A_p^{ijkl}}{\partial H} \Big|_{H=H_0} \Delta H = A_p^{ijkl} + \Delta A^{ijkl} \Delta H; \\ B_{ij} &= B_{ij} + \frac{\partial B_{ij}}{\partial H} \Big|_{H=H_0} \Delta H = B_{ij} + \Delta B_{ij} \Delta H. \end{aligned} \quad (9)$$

Пусть далее V_{Ω}^1 , V_{Ω}^2 – пространства, построенные для точек типа (u_0, H_0) , а V_{Ω}^1 , V_{Ω}^2 – для точек типа $(u_0 + \Delta u, H_0 + \Delta H)$. Можно показать, что

эти пространства эквивалентны, поэтому каждую функцию $u_p \in V_\Omega^p$ можно

рассматривать как элемент V_Ω^p и наоборот. Тогда из соотношения (9) можно определить

$$\left(u_p, v_p \right)_{V_\Omega^p}^{(2)} = \left(u_p, v_p \right)_{V_\Omega^p}^{(1)} + \int_\Omega (\Delta A_p^{ijkl} \Delta H \nabla_{ij} u_p \nabla_{kl} v_p) d\Omega$$

и

$$\left(u_p, v_p \right)_{V_\Omega^p}^{(2)} - \left(u_p, v_p \right)_{V_\Omega^p}^{(1)} \leq m \|\Delta H\| \cdot \|u_p\|_{V_\Omega^p} \cdot \|v_p\|_{V_\Omega^p}, \quad p = 1, 2. \quad (10)$$

Введем операторы D_p [1], определяемые соотношениями

$$\left(D_p u_p, v_p \right)_{V_\Omega^p}^{(1)} = \left(u_p, v_p \right)_{V_\Omega^p}^{(2)}, \quad p = 1, 2. \quad (11)$$

Учитывая условие (10), получим

$$1 - m \|\Delta H\| \leq D_p \leq 1 + m \|\Delta H\|, \quad p = 1, 2. \quad (12)$$

Оценивая все слагаемые в обобщенном решении с помощью теоремы вложения, получим

$$\begin{aligned} \left\| M - \overset{(2)}{M} \right\|_{V_\Omega}^{(1)2} &\leq m \|\Delta H\| \left(1 + \|\Delta u_1\|_{V_\Omega^1} + \|\Delta u_1\|_{V_\Omega^1}^2 \right); \\ \left\| N - \overset{(2)}{N} \right\|_{V_\Omega}^{(1)1} &\leq m \|\Delta H\| \left(1 + \|\Delta u_1\|_{V_\Omega^1} + \|\Delta u_1\|_{V_\Omega^1}^2 + \|\Delta u_1\|_{V_\Omega^1}^3 \right). \end{aligned} \quad (13)$$

где m_1, m_2 – константы.

Таким образом, главная часть приращения операторов M, N линейно зависит от $\|\Delta H\|$ и конечна.

Метод решения прямой и обратной задачи. Решение прямой задачи находится с помощью метода конечных элементов [6]. Для описания неизвестных функций прямой задачи и обратной задачи вводятся сетки с узлами $X_p, p = \overline{1, P}$ и $X_k, k = \overline{1, K}$ для описания заданных значений u^* используется сетка $X_r, r = \overline{1, R}$.

Рассматриваемая область представляется в виде ансамбля конечных элементов, неизвестные функции прямой и обратной задачи на элементе задаются для локальной системы координат с помощью аппроксимаций через их узловые значения в виде векторов $\{U_p\}, \{U_p^*\}, \{H_k^*\}, p = \overline{1, P}, k = \overline{1, K}$. При фиксированном векторе $H_0 = \{H_{0k}\}$ решение краевой задачи (1)-(3) может быть получено из системы алгебраических уравнений

$$K(U(H)) = Q, \quad (14)$$

где $U = (U_1, U_2)^T$ – вектор узловых значений вектор-функции u , $K = K_0 + K_L$ – матрица преобразования; $K_0 = [B_0]^T [D][B_0]$ – линейная матрица; $K_L = [B_L]^T [D][B_L]$ – нелинейная матрица; B_0, B_L – матрицы функций формы; D – матрица упругих констант; Q – вектор правых частей.

Решение обратной задачи дается условием (7), которое в дискретной форме будет иметь вид

$$H^* = \arg \min_{H \in \tilde{H}} \rho(U, U^*), \quad (15)$$

где принято $\rho = \sum_{r=1}^R (U_r(H_k) - U_r^*(H_k))^T (U_r(H_k) - U_r^*(H_k))$,

или $H^* = Z(U^*)$, где $Z(U^*)$ – нелинейная аппроксимация оператора отображения $U^* \rightarrow H^*$.

В работе [2] показано, что любая нелинейная аппроксимация имеет универсальные аппроксимационные свойства, то есть с помощью линейных операций и каскадного объединения из произвольных нелинейных элементов можно получить любой необходимый результат с любой наперед заданной точностью. При этом доказано, что для получения сколь угодно точной аппроксимации достаточно использовать практически любую одну нелинейную функцию.

Реализацией указанной аппроксимации является нейросетевая структура, которая описывает нелинейную связь «вход-выход». Если в качестве входа использовать известную вектор-функцию U^* , то в качестве выхода может быть получена вектор-функция H^* .

МНС в символьной форме описывается как

$$Q_{m_0, m_1 \dots m_D}^D,$$

где D – число слоев в сети; m_0 – число входов; $m_i, (i = \overline{1, D-1})$ – число базовых элементов в i -ых «скрытых» слоях; m_D – число базовых элементов в выходном D -слое и одновременно число выходов $q_1 \dots q_{m_D}$ МНС.

Промежуточный l -слой имеет m_l базовых элементов. Связи между базовыми элементами в слое отсутствуют. Выходы базовых элементов l -го слоя поступают на входы базовых элементов только следующего $(l+1)$ -го слоя. Выход i -го элемента в l -м слое может быть определен в виде [3]:

$$q_i^{(l)} = f\left(\sum \alpha_{i,j}^{(l)} q_j^{(l-1)} + \alpha_{i,0}^{(l)} q_j^{(l-1)}\right) = f\left(S_i^{(l)}\right),$$

где $f^{(l)}$ – функция активации.

В векторной форме запись будет иметь вид:

$$q^{(l)} = f\left(\alpha^{(l)} q^{l-1} + \alpha_0^{(l)}\right), \quad l = \overline{1, D},$$

где $q^{(l)} = \{q_1^{(l)}, \dots, q_{n_{i_1}}^{(l)}\}^T$; $q^{(l-1)} = \{q_1^{(l-1)}, \dots, q_{n_{i_2}}^{(l-1)}\}^T$; α^l – вектор коэффициентов l -го слоя; $\alpha^{(l)} = \{\alpha_0^{(l)}, \alpha_i^{(l)}, \dots, \alpha_{n_i}^{(l)}\}^T$.

Тогда аппроксимация решения обратной задачи H^* через известные значения $U^*(H)$ может быть представлена в виде:

$$H^* = f^D(\alpha_0^{(D)} + \alpha^{(D)} f^{D-1}(\alpha_0^{(D-1)} + \alpha^{(D-1)} f^{D-2} \times \dots (\alpha_0^{(l)} + \alpha^l f^{(l-1)}(\alpha_0^{(l-1)} + \alpha^{(l-1)} f^{(l-2)} \times \dots (\alpha_0^{(2)} + \alpha^2 f^1(\alpha_0^{(1)} + \alpha^{(1)} S(U)) U^* \dots) \dots) \dots)). \quad (16)$$

Настроенная сеть дает значения H_ℓ^* в функции значений U_ℓ^* , где ℓ – номер элемента обучающей выборки, $\ell = \overline{1, Q}$. Таким образом, сеть описывает дискретизованный обратный оператор с точностью, которую определяет структура сети, качество обучающей выборки, алгоритм настройки весов, выбор активационной функций и т.д. [5].

Здесь возникает вопрос о корректности определения дискретизованной функции $H(U)$ при значениях U_ℓ^* , не принадлежащих обучающей выборке.

Пусть $U_\ell^*(H)$, $H \in \tilde{H}$ является решением прямой задачи, но не входит в обучающую выборку.

Для каждой подобласти $\Delta \tilde{H} \in \tilde{H}$, $H_\ell \leq \Delta \tilde{H} \leq H_{\ell+1}$ справедливо $\Delta \tilde{H}_i \cap \Delta \tilde{H}_j \neq 0$, $\cup \Delta \tilde{H} = \tilde{H}$.

Пусть элементы обучающей выборки O_i определены в метрическом пространстве с метрикой $\rho = \|O_d - O_k\|$, $d, k = \overline{1, Q}$ и соответствующими этим элементам значениями H_ℓ и H_k . Тогда можно ввести

$$\rho(O_d, O_k) = \|H_\ell - H_k\|.$$

И.И. Воровичем [1] показано, что при $\rho \leq \varepsilon$, если для элемента O_d определяющее его неособое решение U_ℓ существует при $H = H_\ell$, то и для элемента O_k оно также существует, т.е. существует неособое решение $U_k = U_\ell + \Delta U_k$, причем

$$\|\Delta U_k\| \leq \delta(\varepsilon), \delta(\varepsilon) \rightarrow 0 \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0.$$

Следовательно, если существует элемент обучающей выборки O_ℓ и $\|\Delta U_k^*\| \leq \delta(\varepsilon)$, $\delta(\varepsilon) \rightarrow 0$, то существует вектор H_k , для которого $\|\Delta H_k\| \leq \varepsilon$.

На основании топологической леммы [4], при отображении множества \tilde{H} на множество \tilde{U} и существовании U^* – образа множества H^* при этом отображении, если отображение $\tilde{H} \rightarrow \tilde{U}$ непрерывно, взаимно однозначно и множество H^* компактно на \tilde{H} , то обратное отображение $U^* \rightarrow H^*$ также непрерывно.

Таким образом, если множество элементов обучающей выборки H^* компактно в \tilde{H} и решение U^* – неособое, то условия вышеуказанной леммы вы-

полняются, и неизвестный вектор H^* может быть определен на всем множестве элементов \tilde{H} .

Отсюда следует, что обратный оператор $H(U)$ может быть построен на всей области существования нелинейных решений $U(H)$ за исключением особых точек, т.е. для настроенной нейронной сети на обучающей выборке размерности L , такой, что отображение $U_\ell \rightarrow H_\ell$, $\ell = 1, L$ существует и удовлетворяется условие (7), для $U^* \neq U_\ell$, $U_i \leq U^* \leq U_{i+1}$, $i \in k_\ell$; $k_\ell = \{1, 2, \dots, L\}$ решение H^* существует и может быть определено однозначно во всей области определения \tilde{H} .

Моделирование нейросетевой структуры. При использовании нейросетевых моделей для реализации процедуры построения обратного оператора для нелинейной модели теории оболочек необходимо решить задачу выбора вектора входов нейронной сети (т.е. способа дискретизации вектора U^*) и определить внутреннюю структуру нейросети.

Выбор способа дискретизации $U_p^*(X)$, $p = \overline{1, P}$ определяется свойствами решения прямой задачи и выбирается путем изменения сетки дискретизации, которая может быть и неравномерной. Аналогично выбирается и способ дискретизации функции $H_k(X)$, $k = \overline{1, K}$. При выборе внутренней структуры необходимо определить число скрытых слоев, число нейронов в скрытых слоях и вид активационной функции.

Для решения последней задачи используется метод подбора на основе критерия минимизации ошибки аппроксимации, при этом вид активационной функции определяется видом оператора прямой задачи. Для определения количества слоев и видов связи между нейронами используется генетический алгоритм, который реализуется с помощью процедуры NEAT [7].

Здесь в качестве гена используется структура {нейрон-вход, нейрон-выход, вес соединения}, геном включает список генов-связей. При мутации изменяются как веса, так и структура нейронной сети, причем структурная мутация изменяет размер генома. В ходе эволюции сохраняется информация о происхождении гена. При скрещивании гены с одинаковыми номерами свойств в обеих хромосомах уничтожаются. Структура, сформированная описанным способом, может изменяться путем формирования популяций разных топологий.

Совместимость различных структур определяется путем введения соответствующей метрики. В качестве репродуктивного механизма используется функция приспособляемости. Цель алгоритма – осуществить поиск решения наиболее эффективным способом, что достигается путем минимизации мерности пространства поиска. Процедура NEAT начинает развитие топологии с простой нейронной сети без скрытых слоев нейронов. Новая структура появляется постепенно в результате структурных мутаций.

Описанный алгоритм используется для построения нейронной сети прямого распространения. В качестве функции активации в нейронной сети используется функция гиперболического тангенса

$$f_{act}^{(z)} = th(Az).$$

Для обучения нейронной сети используется метод обратного распространения ошибки [5], построенный на базе минимизации критерия на обучающей выборке:

$$\sum_{j=1}^L \left(U^{(j)}(H_i) - U^{*(j)} \right)^2 \rightarrow \min ,$$

где j – элемент обучающей выборки O_j ; L – множество элементов O_i ; i – порядковый номер выходного нейрона; out – множество выходных нейронов; $U^{(j)}$ – решения прямой задачи.

Выделим параметры, влияющие на сходимость алгоритма:

- 1) число элементов O_i , $i = \overline{1, N}$ в обучающей выборке;
- 2) количество эпох обучения нейронной сети;
- 3) вероятность скрещивания, мутаций, добавления нейрона, добавления связи и возмущения;
- 4) начальное приближение для значений весовых коэффициентов.

Основным преимуществом предлагаемого алгоритма является тот факт, что при практическом использовании сети для определения обратного оператора $H = B(U)$ сеть настраивается предварительно на множестве решений прямых задач во всей области изменения свойств модели, включающей множество решений, где $U(H)$ существенно нелинейная функция, имеющая особые точки в виде предельных. После настройки сеть функционирует как идентифицирующая, что позволяет использовать ее в режиме «on-line» при последовательных во времени измерениях.

Анализ результатов. Предложенный подход был применен для построения нейросетевых аппроксимаций, описывающих решения в случае определения неизвестных функций H_2 . Решения производились на области

$$\Omega: \{X | X = (x_1, x_2), -a \leq x_1 \leq a, -b \leq x_2 \leq b\}.$$

Рассматривались три вида функций H_2 :

$$H_1^2 = \lambda(0,5 + 0,5 \cos mx_2), \quad (17)$$

$$H_2^2 = \lambda(0,5 + 0,5 \cos x_2)^m, \quad m = 1, 2, \dots \quad (18)$$

$$H_3^2 = \begin{cases} \lambda & -\varphi \leq x_2 \leq \varphi, \\ 0 & -a + \varphi \leq x_2 \leq a - \varphi, \end{cases} \quad (19)$$

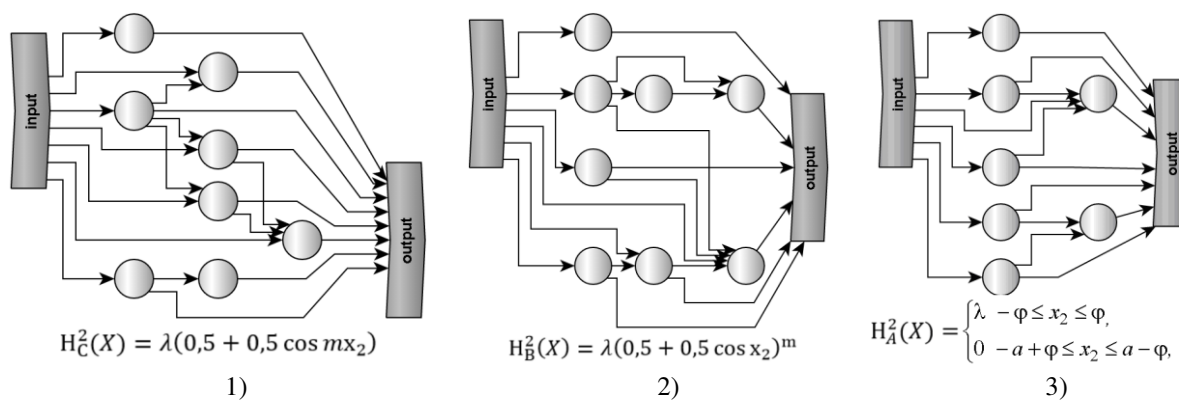


Рис. 1

Рис. 1 ілюструє структуру оптимальної нейронної мережі для випадків (17)-(19). З рисунка следует, що оптимальна структура мережі залежить від змінюваності рішення прямої задачі.

На рис. 2 і 3 представлені відновлені значення параметрів функції навантаження – амплітуди λ (результат відновлення приведено на рис. 2) і кута охоплення зони навантаження φ (рис. 3) для тестуючої вибірки (по горизонталі показані порядкові номери елементів вибірки). На рисунках криві, позначені суцільною лінією, описують дійсні значення параметрів навантаження для елементів тестуючої вибірки; криві, позначені пунктиром і штрих-пунктиром – значення параметрів навантаження, відновлені з допомогою нейронної мережі і при використанні нейронної мережі в поєднанні з генетичним алгоритмом відповідно.



Рис. 2

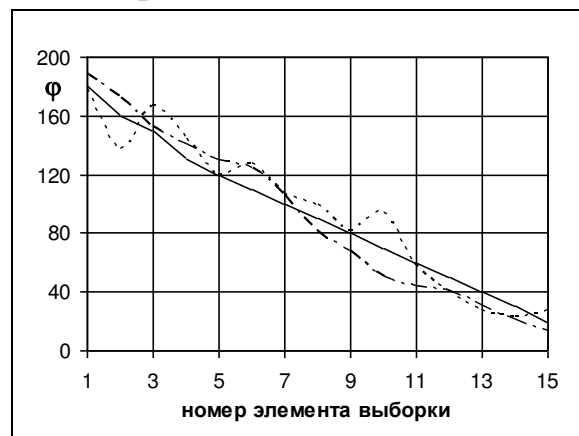


Рис. 3

На рис. 4 і 5 представлені значення погрешностей відновлення параметрів функції навантаження, отримані при відновленні з використанням нейронної мережі (відповідає пунктирна лінія) і нейронної мережі в поєднанні з генетичним алгоритмом (відповідає штрихпунктирна лінія) при різному рівні зашумленості входних даних. З аналізу рисунків видно, що нейронна мережа, побудована з допомогою генетичного алгоритму, дає меншу погрешність відновлення параметрів функції навантаження по порівнянню з звичайною нейронною мережею. При цьому існують області значень параметрів навантажень (вблизи особливих точок рішень прямих задач),

где погрешности восстановления отличаются в 2 раза, т.е. нейросетевой алгоритм здесь не настраивается.

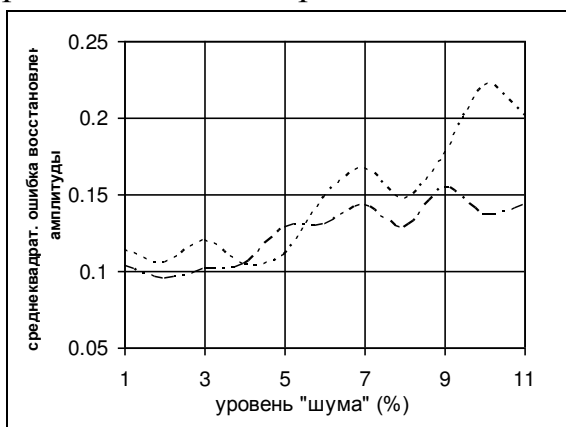


Рис. 4

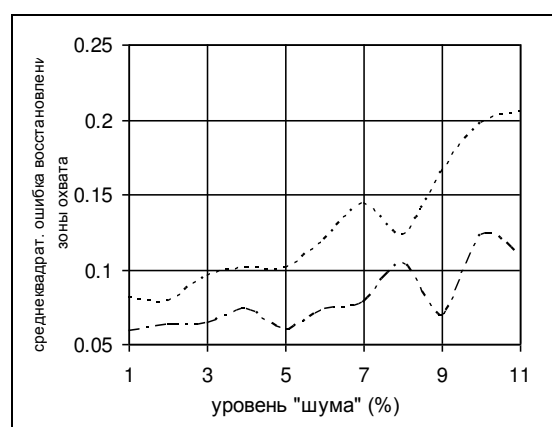


Рис. 5

Выводы.

1. Описана вариационная постановка обратной коэффициентной задачи для нелинейной краевой задачи Кармана.
2. Показана дифференцируемость по Фреше функции обратной задачи.
3. Показана возможность нейросетевой аппроксимации оператора ОЗ для НКЗУК.
4. Предложен алгоритм построения структуры НС.
5. Установлена зависимость структуры сети от характера изменчивости решения.

Библиографические ссылки

- 1 **Ворович, И.И.** Математические проблемы нелинейной теории пологих оболочек / И.И. Ворович. – М.: Наука, 1989. – 373 с.
- 2 **Горбань, А.Н.** Обучение нейронных сетей/ А.Н. Горбань. – М.: Наука, 1990. – 160 с.
- 3 **Горбань, А.Н.** Нейроинформатика / А.Н. Горбань. – Новосибирск: Наука, 1998. — 296 с.
- 4 **Тихонов, А.Н.** Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. — М.: Наука, 1986.
- 5 **Хайкин, С.** Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1104 с.
- 6 **Bathe, K.** Numerical method in finite element analysis / K. Bathe, E.L. Wilson. – М.: Наука, 1985. – 648 с.
- 7 **Stanley, Kenneth O.** Evolving Neural Networks Through Augmenting Topologies / Kenneth O. Stanley, Risto Miikkulainen //Evolutionary Computation . – 2002. – 10(2). – P. 99 – 127.

Надійшла до редколегії 06.05.2017