

А.С. Титяпкин., В.Э. Волков

Одесская национальная академия пищевых технологий

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ В ЗАДАЧАХ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛОСКОЙ СТАЦИОНАРНОЙ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ

Рассмотрены проблемы исследования устойчивости плоской стационарной детонационной волны. Показано, что граничные условия для двухфронтной модели позволяют оценить основные параметры внутренней структуры газовой детонации. Такая модель может служить основой для разработки математического и программного обеспечения интеллектуальной системы поддержки принятия решений по проблемам взрывобезопасности и взрывозащиты.

Ключевые слова: устойчивость, детонационная волна, граничные условия.

Розглянуто проблеми дослідження стійкості плоскої стаціонарної детонаційної хвилі. Показано, що граничні умови для двухфронтної моделі дозволяють оцінити основні параметри внутрішньої структури газової детонації. Така модель може служити основою для розробки математичного та програмного забезпечення інтелектуальної системи підтримки прийняття рішень з питань вибухобезпеки і вибухозахисту. Виконано спробу систематизувати проблему встановлення граничних умов при вивченні стійкості детонаційної хвилі з метою подальшого створення системи підтримки прийняття рішень з проблем вибухобезпеки та вибухозахисту.

Розглянуто наступні моделі плоскої стаціонарної детонаційної хвилі, для яких здійснюється постановка задачі про стійкість:

1) модель детонації Чепмена-Жуге є найпростішою моделлю, в якій ударно-детонаційний фронт моделюється прямим стрибком ущільнення, і всі хімічні перетворення відбуваються миттєво, безпосередньо на фронті;

2) двухфронтна (одноступенева) модель заснована на припущенні, що хімічні перетворення також відбуваються миттєво, але не на провідному ударному фронті, а в деякій площині (так званому фронті миттєвого згоряння), який відділений від провідного ударного фронту зоною індукції;

3) багатоступенева модель, яка апроксимує безперервний розподіл параметрів за провідним ударним фронтом кусочно-постійною функцією;

4) модель з безперервним розподілом параметрів за провідним ударним фронтом, яка найбільш точно відображає реальні фізичні процеси в стаціонарній детонаційній хвилі.

Ці моделі принципово відрізняються граничними умовами, яким задовольняють малі збурення в області, що розділяє області вихідного горючого середовища та продуктів детонації. Переваги та недоліки описаних вище моделей оцінюються з точки зору правильності фізичного аналізу процесу детонації та з точки зору придатності для математичного забезпечення ІСППР з проблем вибухобезпеки та вибухозахисту. Показано, що граничні умови для двухфронтної моделі дозволяють оцінити основні параметри внутрішньої структури газової детонації. Така модель може служити основою для розробки математичного та програмного забезпечення ІСППР по проблемам вибухобезпеки та вибухозахисту.

Ключові слова: стійкість, детонаційна хвиля, граничні умови.

The research's problems of a plane stationary detonation wave's stability are considered. It is shown that the boundary conditions for the two-front model allow estimating the main parameters of the internal structure of gas detonation. Such a model can serve as the basis for development of mathematical support and software for an intellectual decision support system for the problems of explosion-proof and explosion protection.

An attempt has been made to systematize the problem of setting boundary conditions in studies of the stability of a detonation wave in order to further create a decision support system (DSS) on problems of explosion safety and explosion protection.

The following models of a plane stationary detonation wave were considered, which the stability problem is stated for:

1) the Chapman-Jouget detonation model is the simplest model where the shock-detonation front is modeled by a direct shock wave, and all chemical transformations are assumed to occur instantaneously, directly at the front;

2) a two-front (single-stage, square-wave) model based on the assumption that chemical transformations also occur instantaneously, not on the leading shock front, but in a plane (called the instantaneous combustion front), which is separated from the leading shock front by the induction zone;

3) a multistage model that approximates the continuous distribution of parameters behind the leading shock front piecewise constant function;

4) a model with a continuous distribution of parameters behind the leading shock front, which most accurately reflects the real physical processes in a stationary detonation wave.

These models are fundamentally different in boundary conditions, which small perturbations in the region separating the regions of the initial combustible medium and detonation products satisfy. The advantages and disadvantages of the models described above are both assessed from the standpoint of the correctness of the physical analysis of the detonation process and from the point of view of applicability for the mathematical support of DSS on problems of explosion safety and explosion protection.

It is shown that the boundary conditions for the two-front model allow to estimate the main parameters of the internal structure of the gas detonation. Such model can be as the basis for the development of mathematical support and software of DSS for problems of explosion safety and explosion protection.

Keywords: stability, detonation wave, boundary conditions.

Введение. К настоящему времени опубликовано значительное количество работ, посвященных теоретическим исследованиям устойчивости плоской стационарной детонационной волны в газовых смесях [1-6]. Результаты этих исследований позволяют оценить теоретически [6-9] основные элементы пространственно-временной (пульсационной) структуры детонационной волны, наблюдаемые экспериментально [10-13], в первую очередь – внутренние характеристические масштабы (размер детонационной ячейки, частоту пульсаций). В данной работе сделана попытка систематизировать проблему постановки граничных условий в исследованиях устойчивости детонационной волны с целью дальнейшего создания интеллектуальной системы поддержки принятия решений (ИСППР) по проблемам взрывобезопасности и взрывозащиты [14].

Постановка задачі. Рассмотрим различные модели плоской стационарной детонационной волны, для которых осуществляется постановка задачи об устойчивости, а именно:

1) модель детонации Чепмена-Жуге – простейшая модель, в которой ударно-детонационный фронт моделируется прямым скачком уплотнения [11,15]. При этом предполагается, что все химические превращения происходят мгновенно, непосредственно на фронте;

2) двухфронтная (одноступенчатая) модель (рис. 1), основанная на предположении, что химические превращения также происходят мгновенно, но не на ведущем ударном фронте, а в некоторой плоскости (называемой фронтом мгновенного сгорания), которая отделена от ведущего ударного фронта зоной индукции, в которой осуществляется «подготовка» химических превращений с тепловыделением [11];

3) многоступенчатая модель, аппроксимирующая непрерывное распределение параметров за ведущим ударным фронтом кусочно-постоянной функцией (рис. 2);

4) модель с непрерывным распределением параметров за ведущим ударным фронтом, которая наиболее точно отображает реальные физические процессы в стационарной детонационной волне.

Эти модели принципиально отличаются граничными условиями, которым, при решении задачи об устойчивости, удовлетворяют малые возмущения в области, разделяющей области исходной горючей среды и продуктов детонации. Задача состоит в том, чтобы оценить достоинства и недостатки описанных выше моделей как с позиций корректности физического анализа детонационного процесса, так и с точки зрения применимости для математического обеспечения ИСППР по проблемам взрывобезопасности и взрывозащиты.

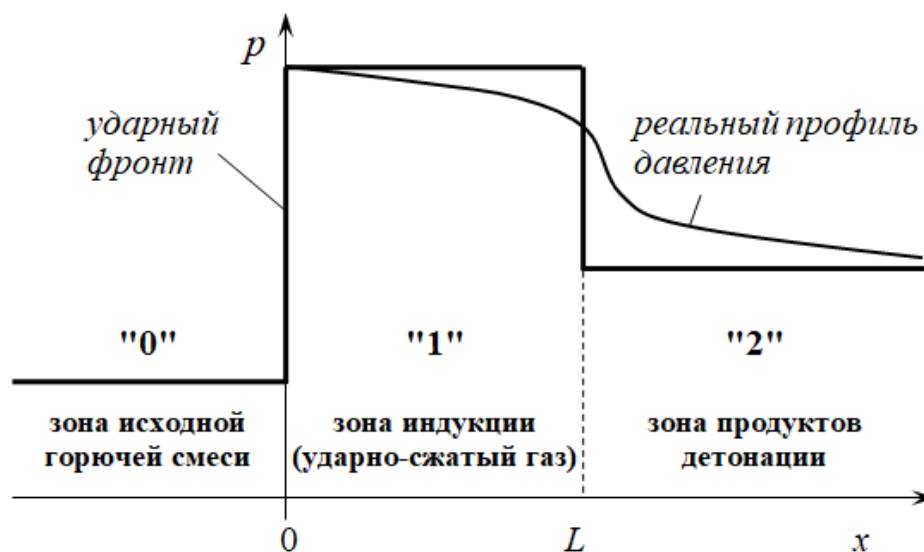


Рис. 1. Схематический профиль давления в двухфронтной модели детонационной волны

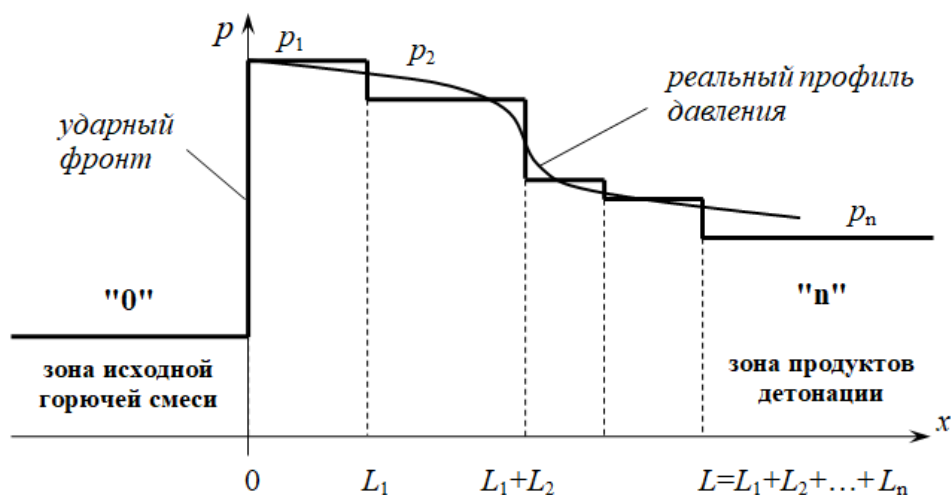


Рис. 2. Схематический профиль давления в многоступенчатой модели детонационной волны

Решение задачи об устойчивости плоской детонационной волны. Математическое исследование устойчивости плоской детонационной волны для любой из перечисленных выше моделей сводится к следующему алгоритму действий:

- система газодинамических уравнений (которым удовлетворяют параметры потока в стационарной детонационной волне), представляющая собой систему нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными, линеаризуется;

- выбор вида искомых малых возмущений (рассматриваются только возмущения экспоненциального типа) позволяет перейти от системы линейных однородных дифференциальных уравнений с частными производными к системе обыкновенных линейных однородных дифференциальных уравнений; нахождение общего решения этой системы уравнений позволяет записать частные решения линеаризованной системы уравнений с частными производными;

- подстановка частных решений в линеаризованные граничные условия (которыми являются законы сохранения массы, импульса и энергии) позволяет получить систему линейных однородных алгебраических уравнений относительно неопределенных констант из общего решения системы обыкновенных линейных однородных дифференциальных уравнений. Условие нетривиальности решения системы линейных однородных алгебраических уравнений приводит к характеристическому уравнению относительно некоторого параметра (собственного числа), знак которого позволяет делать выводы об устойчивости или неустойчивости детонационной волны.

Рассмотрим первые два пункта приведенного выше алгоритма исследования устойчивости плоской детонационной волны в применении к моделям 1)-3).

Основное течение идеального (невязкого) сжимаемого газа, описывается системой дифференциальных уравнений с частными производными Эйлера, неразрывности и баланса энергии, которые в предположении отсутствия массовых сил в двумерном случае имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) = 0 \\ \frac{\partial h}{\partial t} + u_x \frac{\partial h}{\partial x} + u_y \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u_x \frac{\partial p}{\partial x} + u_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где p, ρ – давление и плотность, u_x, u_y – проекции скорости на координатные оси x, y , h – удельная энтальпия (теплосодержание).

При этом предполагается, что зависимость $h = h(p, \rho)$ известна и представляет собой одну из форм уравнения состояния газа. В случае совершенного газа с точностью до произвольной аддитивной постоянной:

$$h = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + const, \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v},$$

где γ – отношение теплоемкостей при постоянном давлении и объеме.

Однородный поток газа, движущийся в направлении оси Ox с постоянной скоростью u_j , полностью определяется постоянными параметрами p_j и ρ_j , удовлетворяющим стационарным законам сохранения массы, импульса и энергии, причем $h_j(p_j, \rho_j)$ – также постоянная величина. Налагая на это основное течение малые возмущения, имеем:

$$\begin{cases} u_x = u_j + u'_{jx}(x, y, t), u_y = u'_{jy}(x, y, t), \\ p = p_j + p'_{jx}(x, y, t), \rho = \rho_j + \rho'_{jx}(x, y, t), h = h_j + h'_j(x, y, t) \end{cases} \quad (2)$$

Подставляя в (1) выражения для возмущений (2) и пренебрегая малыми членами второго порядка и выше, получим линеаризованную систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial u'_x}{\partial t} + u_j \frac{\partial u'_x}{\partial x} + \frac{1}{\rho_j} \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u'_y}{\partial t} + u_j \frac{\partial u'_y}{\partial x} + \frac{1}{\rho_j} \frac{\partial p'}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial p'}{\partial t} + u_j \frac{\partial p'}{\partial x} + \rho_j \left(\frac{\partial u'_x}{\partial x} + \frac{\partial u'_y}{\partial y} \right) = 0 \\ \frac{\partial p'}{\partial t} + u_j \frac{\partial p'}{\partial x} - a_j^2 \frac{\partial p'}{\partial t} - a_j^2 u_j \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

где a_j – скорость звука.

Частные решения системы (3) ищем в виде:

$$\begin{cases} u'_x = u_1 U(hx) \exp(iky - i\omega t) \\ u'_y = u_1 W(hx) \exp(iky - i\omega t) \\ p' = \rho_1 R(hx) \exp(iky - i\omega t) \\ p' = \rho_1 u_1^2 P(hx) \exp(iky - i\omega t) \end{cases}, \quad (4)$$

где $h = 2\pi / \lambda$ – волновое число, λ – длина волны возмущения ($\lambda > 0$), ω – комплексная (вообще говоря) величина, i – мнимая единица ($i^2 = -1$), ρ_1, u_1 – характерные плотность и скорость, U, W, R, P – безразмерные величины (функции безразмерной величины hx).

Подстановка (4) в (3) приводит к системе обыкновенных линейных однородных дифференциальных уравнений первого порядка относительно U, W, R, P , общее решение которой содержит четыре неопределенные константы A_{jl} ($l = 1, 2, 3, 4$). Соответственно, частные решения системы (3) представляются в виде суперпозиции четырех типов возмущений, соответствующих тем же четырем неопределенным константам:

$$\frac{u'_{jx}}{u_1} = \left[-\frac{k_{j1}}{\frac{z}{\delta_j} + k_{j1}} A_{j1} \exp(k_{j1}hx) - \frac{k_{j2}}{\frac{z}{\delta_j} + k_{j2}} A_{j2} \exp(k_{j2}hx) + A_{j3} \exp(k_{j3}hx) \right] \exp(ihy - i\omega t)$$

$$\frac{u'_{jy}}{u_1} = \left[-\frac{i}{\frac{z}{\delta_j} + k_{j1}} A_{j1} \exp(k_{j1}hx) - \frac{i}{\frac{z}{\delta_j} + k_{j2}} A_{j2} \exp(k_{j2}hx) - i \frac{z}{\delta_j} A_{j3} \exp(k_{j3}hx) \right] \exp(ihy - i\omega t)$$

$$\frac{p'_j}{\rho_1} = \left[\frac{M_j^2}{\delta_j^2} A_{j1} \exp(k_{j1}hx) + \frac{M_j^2}{\delta_j^2} A_{j2} \exp(k_{j2}hx) + A_{j4} \exp(k_{j4}hx) \right] \exp(ihy - i\omega t), \quad (5)$$

$$\frac{p'_j}{\rho_1 u_1^2} = \left[A_{j1} \exp(k_{j1}hx) + A_{j2} \exp(k_{j2}hx) \right] \exp(ihy - i\omega t)$$

где $k_{jl} = \frac{1}{1 - M_j^2} \left[\frac{z}{\delta_j} M_j^2 - (-1)^l \sqrt{1 - M_j^2 + \left(\frac{z}{\delta_j} M_j \right)^2} \right] \quad (l=1, 2), \quad z = -\frac{i\omega}{hu_1},$

$\delta_j = \frac{\rho_1}{\rho_j} = \frac{u_j}{u_1}, \quad M_j^2 = \frac{u_j^2}{a_j^2}$ – число Маха.

Возмущение «1» (соответствующее A_{j1}, k_{j1}) и возмущение «2» (соответствующее A_{j2}, k_{j2}) являются акустическими возмущениями, для которых $p' \neq 0$. В частном случае одного измерения (когда $h=0$ и $u'_y=0$) акустические возмущения представляют собой совокупность реальных физически, распространяющихся навстречу друг другу плоских звуковых волн. Возмущение «3» (соответствующее $A_{j3}, k_{j3} = -\frac{z}{\delta_j}$), для которого $p' = 0$ и $\rho' = 0$, представляет собой так называемое вихревое возмущение. Возмущение «4» (соответствующее $A_{j4}, k_{j3} = k_{j4} = -\frac{z}{\delta_j}$), для которого $u'_x = u'_y = 0, p' = 0$, но $\rho' \neq 0$, представляет собой так называемое энтропийное возмущение. В самом деле, если представить термодинамическое уравнение состояния газа в виде $\rho = \rho(p, s)$, то очевидно, что единственной причиной,

вызывающей возмущение плотности при отсутствии возмущения давления, может быть только возмущение энтропии.

Граничные условия на ударно-детонационном фронте в модели Чепмена-Жуге. Классическая модель стационарной детонационной волны Чепмена-Жуге описывает детонацию прямым скачком уплотнения с тепловыделением (за счет изменения химического состава), при этом толщина зоны реакции предполагается пренебрежимо малой. Поверхность разрыва, совмещенная с осью Oy , разделяет исходную газовую смесь ($x < 0$, параметры с индексом «0») и продукты детонации ($x > 0$, параметры с индексом «2»). В стационарном состоянии законы сохранения массы, импульса и энергии для совершенного газа имеют на этой поверхности следующий вид:

$$\begin{cases} u_0 \rho_0 = u_2 \rho_2 \\ p_0 + \rho_0 u_0^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2 \\ \frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1} \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{u_0^2}{2} + Q = \frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 1} \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{u_2^2}{2} \end{cases}, \quad (6)$$

где Q – удельное тепловыделение при химической реакции. К уравнениям (6) добавляется условие Чепмена-Жуге самоподдерживающейся детонации $u_2^2 = a_2^2 = \frac{\gamma_2 p_2}{\rho_2}$ [11,16].

Если в силу каких-либо случайных причин (химических неоднородностей в исходной смеси и т.п.) возникают малые возмущения параметров потока, то фронт детонационной волны искривляется, в результате чего поверхность разрыва испытывает слабое возмущение в виде малого смещения вдоль оси Ox :

$$\varepsilon(y, t) = A_0 \frac{1}{h} \exp(ihy - i\omega t), \quad (7)$$

где A_0 – произвольная постоянная.

В силу сверхзвуковой скорости детонации область исходной газовой смеси «0» свободна от возмущений. Граничные условия на возмущенной поверхности разрыва имеют вид линеаризованных законов сохранения массы, импульса и энергии:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(1 - \frac{1}{\delta}\right) \frac{1}{u_0} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{\delta} \frac{u'_{2x}}{u_0} + \delta \frac{\rho'_2}{\rho_0} = 0 \\ \frac{p'_2}{\rho_0 u_0^2} + 2 \frac{u'_{2x}}{u_0} + \delta^2 \frac{\rho'_2}{\rho_0} = 0 \\ \frac{u'_{2y}}{u_0} + (\delta - 1) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0 \\ (1 - \delta) \frac{1}{u_0} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \delta \frac{u'_{2x}}{u_0} + \frac{\delta \gamma_2}{\gamma_2 - 1} \frac{p'_2}{\rho_0 u_0^2} - \frac{1}{M_2^2} \frac{\delta^3}{\gamma_1 - 1} \frac{\rho'_2}{\rho_0} = 0 \end{array} \right. , \quad (8)$$

где $\delta = \frac{u_2}{u_0} = \frac{\rho_0}{\rho_2}$.

Подставляя частные решения (5) и (7) в граничные условия (8), имеем характеристическое уравнение для нахождения собственного числа z :

$$(1 - M_2^2) \left(\lambda + \frac{z}{\delta} \right) \left(1 - \frac{z^2}{\delta} \right) = 2z \left(1 - \frac{z^2}{\delta^2} \right) \left[1 + \frac{(\gamma_2 - 1)(\delta - 1)}{2\delta} M_2^2 \right] \quad (9)$$

Анализ уравнения (9) показывает, что в случае реальных газовых смесей невозможно сделать вывод как об устойчивости, так и о неустойчивости детонации, но остается возможность нейтральных колебаний, представляющая собой так называемый сомнительный случай в теории устойчивости, который требует нелинейного анализа [1,2]. Математически такая ситуация обусловлена применением граничных условий (8), которые сводят задачу об устойчивости детонационной волны к задаче об устойчивости ударной волны. Очевидна необходимость учета в исследованиях устойчивости детонационной волны кинетики химических превращений и внутренней структуры зоны детонации.

Граничные условия для двухфронтной (одноступенчатой) модели стационарной детонационной волны. Двухфронтная модель (рис. 2) представляет стационарную детонационную волну в идеальном газе в виде комплекса из ударной волны и следующего за ней на определенном расстоянии L фронта мгновенного сгорания с характерным временем индукции (задержки воспламенения) $\tau = L/u_1$ [11]. В системе координат, связанной с детонационным фронтом выделяются три области течения: исходная смесь, ударно-сжатый газ и продукты детонации. Возникновение малых возмущений искривляет как ударный фронт, так и фронт мгновенного сгорания, изменяя протяженность зоны индукции. Линеаризованные граничные условия имеют следующий вид:

$$\left\{ \begin{aligned}
 & \left[(\delta_1 - 1) \frac{1}{u_0} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial t} + \frac{u'_{1x}}{u_0} + \delta_1^2 \frac{\rho'_1}{\rho_0} \right]_{x=0} = 0 \\
 & \left[\frac{p'_1}{\rho_0 u_0^2} + 2 \frac{u'_{1x}}{u_0} + \delta_1^2 \frac{\rho'_1}{\rho_0} \right]_{x=0} = 0 \\
 & \left[\frac{u'_{1y}}{u_0} + (\delta_1 - 1) \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial y} \right]_{x=0} = 0 \\
 & \left[(1 - \delta_1) \frac{1}{u_0} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial t} + \delta_1 \frac{u'_{1x}}{u_0} + \frac{\delta_1 \gamma_1}{\gamma_1 - 1} \frac{p'_1}{\rho_0 u_0^2} - \frac{1}{M_1^2} \frac{\delta_1^3}{\gamma_1 - 1} \frac{\rho'_1}{\rho_0} \right]_{x=0} = 0 \\
 & \left[\frac{u'_{1x}}{u_1} + \frac{\rho'_1}{\rho_1} - \frac{\delta - 1}{\delta} \frac{1}{u_1} \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial t} - \frac{1}{\delta} \frac{u'_{2x}}{u_1} - \delta \frac{\rho'_2}{\rho_1} \right]_{x=L} = 0 \\
 & \left[\frac{p'_1}{\rho_1 u_1^2} + 2 \frac{u'_{1x}}{u_1} + \frac{\rho'_1}{\rho_1} - \frac{p'_2}{\rho_1 u_1^2} - 2 \frac{u'_{2x}}{u_1} - \delta^2 \frac{\rho'_2}{\rho_1} \right]_{x=L} = 0 \\
 & \left[\frac{u'_{1y}}{u_1} - \frac{u'_{2y}}{u_1} - (\delta - 1) \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial y} \right]_{x=L} = 0 \\
 & \left[\frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1} \frac{p'_1}{\rho_1 u_1^2} - \frac{1}{M_1^2} \frac{1}{\gamma_1 - 1} \frac{\rho'_1}{\rho_1} + \frac{u'_{1x}}{u_1} + (\delta - 1) \frac{1}{u_1} \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial t} - \frac{\delta \gamma_2}{\gamma_2 - 1} \frac{p'_2}{\rho_1 u_1^2} + \frac{1}{M_2^2} \frac{\delta^3}{\gamma_2 - 1} \frac{\rho'_2}{\rho_1} - \delta \frac{u'_{2x}}{u_1} \right]_{x=L} = 0
 \end{aligned} \right. \quad (10)$$

При этом, как и в модели Чепмена-Жуге, в области исходного состояния «0» возмущения отсутствуют.

Кинетика химической реакции накладывает на возмущения требование [3], которое носит название уравнения обратной связи:

$$u_1 \int_t^{t+\tau} \left[\gamma_1 M_1^2 (Q + N) \frac{p'_1}{\rho_1 u_1^2} - N \frac{\rho'_1}{\rho_1} - \frac{u'_{1x}}{u_1} \right]_{x=u_1(t'-t)} dt' - \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t + \tau) = 0 \quad (11)$$

где $Q = \left. \frac{\partial \ln f}{\partial \ln p} \right|_{p=p_1, T=T_1}$, $N = \left. \frac{\partial \ln f}{\partial \ln T} \right|_{p=p_1, T=T_1}$, $f(p, T)$ – скорость химической реакции;

$\varepsilon_1(y, t) = A_{00} \frac{1}{h} \exp(ihy - i\omega t)$, $\varepsilon_2(y, t) = A_{01} \frac{1}{h} \exp(ihy - i\omega t)$ – смещения разрывов в возмущенном состоянии, ударного фронта и фронта воспламенения соответственно.

Уравнение обратной связи (11) записано в несколько ином виде, чем в [3] по причине иного выбора неизвестных функций в системе (1) (в работе [3] в качестве неизвестной функции рассматривается энтропия, а не плотность).

Подстановка частных решений линеаризованных газодинамических уравнений основного течения (5) в граничные условия (10) и уравнение обратной связи (11), приводит к линейной однородной системе девяти алгебраических уравнений, условие нетривиальности решения которой порождает характеристическое уравнение для собственных значений $.z = -i\omega t.$, полученное в виде равенства нулю определителя 9-го порядка. Теоретический анализ корней этого уравнения [3,4,6], позволил сформулировать критерии неустойчивости детонационной волны, а также оценить элементы детонационной структуры и пределы детонации [6-8,14]. Таким образом, применение двухфронтной модели (и соответствующих граничных условий) к исследованию неустойчивости и структуры детонационной волны является весьма продуктивным. Однако данная модель обладает двумя существенными недостатками.

Во-первых, двухфронтная модель стационарной детонационной волны неадекватно отображает физические процессы при детонации конденсированных взрывчатых веществ (КВВ) [17]. Профиль давления в детонационной волне в КВВ близок к треугольному (Рис. 3), поэтому он никоим образом не может быть аппроксимирован распределением давлений, характерным для двухфронтной модели. Химические превращения с интенсивным тепловыделением при детонации КВВ начинаются непосредственно за ведущим ударным фронтом (ввиду чрезвычайно высоких значений давления и температуры), поэтому зона индукции как таковая отсутствует. Следовательно, двухфронтная модель стационарной детонационной волны более или менее адекватно отображает только физические процессы в газовой детонации (причем не только в задачах об устойчивости), а исследование на устойчивость детонации КВВ требует применения модели с непрерывным распределением параметров за ведущим ударным фронтом [9,18,19].

Во-вторых, двухфронтная модель стационарной детонационной волны искусственно привносит в стационарный процесс прямой скачок разрежения с тепловыделением, который, сам по себе являясь неустойчивым [20-22], может служить существенным фактором дестабилизации всего детонационного комплекса в целом, хотя сжимаемость среды является существенным стабилизирующим фактором [9,18,19].

Граничные условия (10) на поверхности фронта мгновенного сгорания $x=L$ представляют собой линеаризованные законы сохранения на этом фронте и совпадают с граничными условиями на возмущенном фронте пламени, который неустойчив как в несжимаемой [20,21], так и в сжимаемой [22] среде, хотя сжимаемость среды является существенным стабилизирующим фактором [22,23].

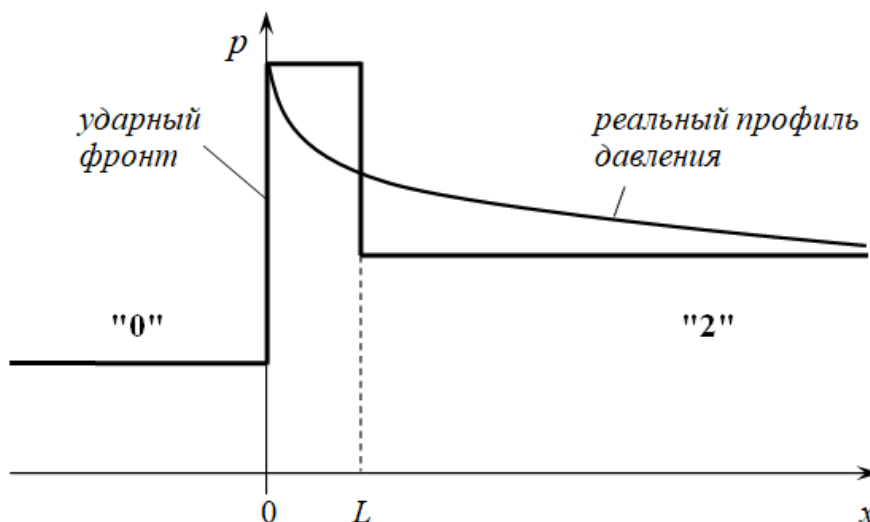


Рис. 3. Схематический профиль давления в детонационной волне, распространяющейся в КВВ

Граничные условия для многоступенчатой модели стационарной детонации. В работах [4,5] предложена многоступенчатая модель детонационной волны (рис. 2), приближенно описывающая непрерывное распределение параметров за фронтом ведущей ударной волны. Стационарный детонационный комплекс при этом включает в себя кроме ведущего ударного фронта систему последовательно расположенных за ним фронтов мгновенно протекающих химических реакций, разделенных интервалами с характерными временами задержки. Авторы [4,5] описывают звенья ступенчатого (кусочно-постоянного) распределения параметров внутри стационарного детонационного комплекса как последовательные этапы одной и той же химической реакции, либо различные промежуточные реакции с энергиями активации E_1, E_2, \dots . Однако такое представление является искусственным, так как при горении все этапы любой химической реакции протекают параллельно, а не последовательно [24,25]. Такая модель содержит набор искусственно созданных скачков разрежения и потому не более стабильна, чем двухфронтная. Граничные условия в этом случае представляются набором из законов сохранения на ведущем ударном фронте (4 условия) и на n поверхностях слабого разрыва ($4n$), а также n уравнениями обратной связи. Поскольку введение каждого интервала требует выполнения пяти граничных условий (четыре закона сохранения и уравнение обратной связи), то, с учетом четырех законов сохранения на ведущем ударном фронте, определитель, которым выражается характеристическое уравнение, имеет порядок $5n+4$, где n — число интервалов (при $n=1$ имеем двухфронтную модель).

Рассмотренная попытка аналитически исследовать устойчивость детонационной волны с произвольным профилем давления на основе многоступенчатой модели детонации является неудачной. Такая модель детонации не в полной мере отражает непрерывность распределения термо- и газодинамических параметров за ведущим ударным фронтом. Очевидно, что

переход к пределу при стремящемся к бесконечности количестве «ступеней» за ведущим ударным фронтом не обеспечивает переход к модели с непрерывным распределением параметров за этим фронтом.

Кроме того, случай, когда число «ступеней» больше 2-х, представляет собой серьезную проблему с точки зрения математического анализа ввиду быстрого роста порядка характеристического определителя. Таким образом, многоступенчатая модель стационарной детонации не позволяет произвести полноценный анализ устойчивости и структуры детонационной волны, распространяющихся в конденсированных и газовых средах.

Граничные условия для модели стационарной детонации с непрерывным распределением параметров за ведущим ударным фронтом. Как указано выше, модель стационарной детонации с непрерывным распределением параметров за ведущим ударным фронтом наиболее точно отображает реальные физические процессы, протекающие в детонационной волне. При этом к системе газодинамических уравнений (1) добавляется уравнение химической кинетики, включающее в себя в качестве неизвестной функции массовую долю непрореагировавшего вещества [24,25]. Общее число граничных условий в этом случае минимизируется: оно включает в себя линейаризованные законы сохранения на ведущем ударном фронте и условие равенства нулю на ударном фронте возмущения массовой доли непрореагировавшего вещества, которое заменяет уравнение обратной связи и основывается на предположении, что (ввиду малости возмущений) реакция в возмущенном состоянии протекает таким же образом, как и в невозмущенном. Соответствующий характеристический определитель имеет всего лишь 5-ый порядок, однако решение линейаризованной системы уравнений с частными производными сводится к решению системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с переменными, а не с постоянными коэффициентами. Такая задача с точки зрения современной математики в общем виде неразрешима аналитически [26]. Принципиально иной подход к анализу устойчивости детонационной волны с непрерывным распределением параметров за ведущим ударным фронтом [9,16,18,19] основан на применении метода Эйлера [26,27] для приближенного аналитического решения указанной выше системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами и позволяет оценить параметры внутренней структуры детонации как газовых, так и конденсированных систем. При этом впервые доказана устойчивость детонации твердых КВВ (например, литого тротила), наблюдаемая экспериментально [17]. Однако, данная модель представляется слишком сложной для оценки устойчивости и расчета структуры газовой детонации.

Анализ полученных результатов. Для оценки параметров структуры газовой детонации наиболее эффективной представляется двухфронтная модель детонационной волны. Расчеты, произведенные для ряда газовых смесей при различных начальных условиях, приводят к совпадению с экспериментальными данными [11,12,13] с точностью до 30%.

Выводы. Таким образом, граничные условия в исследованиях устойчивости плоской стационарной детонационной волны в идеальном газе:

- для модели Чепмена-Жуге – не позволяют дать оценку устойчивости или неустойчивости газовой детонации;
- для многоступенчатой модели, аппроксимирующей непрерывное распределение параметров за фронтом ударной волны, – приводят к значительному росту порядка характеристического определителя и не отражают суть физических процессов (хотя с точки зрения математики модель представляет несомненный интерес).
- для двухфронтной (одноступенчатой) модели – приводят к характеристическому уравнению (с характеристическим определителем девятого порядка), анализ корней которого позволяет оценивать параметры внутренней структуры детонации подавляющего большинства детонационноспособных газовых смесей и может служить основой разрабатываемой ИСППР по вопросам взрывобезопасности. При этом с достаточной точностью решаются проблемы инициирования и пределов детонации [16,28-30].

Направление дальнейших исследований связано с разработкой ИСППР по проблемам детонации газовых смесей и гетерогенных сред на базе исследования устойчивости в рамках двухфронтной модели стационарной детонационной волны. Возможно, моделирование стационарной детонационной волны с учетом непрерывного распределения параметров за ведущим ударным фронтом позволит расширить область применения подобной ИСППР на проблемы детонации конденсированных взрывчатых веществ.

Библиографические ссылки

1. **Асланов С.К.** Исследование устойчивости детонационного фронта в газовой смеси // Прикладная механика, 1966. – Т.2, вып. 7. – С. 138-141.
2. **Асланов С.К.** Исследование устойчивости детонационного фронта в газовой смеси в модели Чепмена-Жуге // ДАН СССР, 1966. – Т.169, №1. – С. 136-138.
3. **Асланов С.К.** Исследование газодинамической устойчивости детонационной волны в газовой смеси // Прикладная механика, 1967. – Т. 3, вып. 3. – С. 107-115.
4. **Асланов С.К.,** Будзировский В.Н., Щелкин К.И. Исследование газодинамической устойчивости детонационной волны произвольного профиля // ДАН СССР, 1968. – Т.182, №1. – С. 53-55.
5. **Асланов С.К.,** Будзировский В.Н., Щелкин К.И. Критерии неустойчивости детонационных волн // ДАН СССР, 1968. – Т.182, №2. – С. 285-287.
6. **Aslanov S.K.,** Volkov V.E. Instability and Structure of Detonation in a Model Combustor // Application of Detonation to Propulsion. – Moscow: TORUS PRESS, 2004.– P.17-25.
7. **Асланов С.К.,** Голинский О.С. К расчету внутренней структуры детонационной волны // ДАН СССР, 1981. – Т.260, №5. – С. 1154-1157.
8. **Малорян В.Л.** Метод расчета элементов пульсационной структуры газовой детонации // Материалы науч. конф. молодых ученых ОГУ. – Одесса, 1984. – С. 89–96.

9. **Асланов С.К.**, Волков В.Э., Царенко А.П. Математический анализ структуры детонационных волн в различных средах // *Вісник Одеськ. держ. ун-ту, сер.: фіз.-мат. науки*, 1999. – Т.4, вип. 4. – С. 134-140.
10. **Денисов Ю.Н.**, Трошин Я.К. Пульсирующая и спиновая детонация газовых смесей в трубах // *Докл. АН СССР*, 1959. – Т.125, №1. С. 110-113.
11. **Щелкин К.И.**, Трошин Я.К. Газодинамика горения. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 256 с.
12. **Войцеховский Б.В.**, Митрофанов В.В., Топчиян М.Е. Структура фронта детонации в газах. – Новосибирск: Изд-во АН СССР, 1963. – 168 с.
13. **Нетлетон М.** Детонация в газах. – М: Мир, 1989. – 280 с.
14. **Volkov V.E.** Decision Support Systems on Hazards of Industrial Explosions // *Seventh International Symposium on Hazards, Prevention and Mitigation of Industrial Explosions: Thirteenth International Colloquium on Dust Explosions & Eighth Colloquium on Gas, Vapor, Liquid, and Hybrid Explosions. St. Petersburg, Russia. July 7-11, 2008.* – St. Petersburg, 2008. – Vol.3. – P. 343-347.
15. **Зельдович Я.Б.**, Компанец А.С. Теория детонации. – М.: Гостехиздат, 1955. – 268 с.
16. **Aslanov S.K.**, Volkov V.E. Instability and Detonation Limits // *Nonequilibrium Processes.* – Moscow: TORUS PRESS, 2005. – Vol.1: Combustion and Detonation. – P. 365-373.
17. **Дремин А.Н.**, Савров С.Д., Трофимов В.С., Шведов К.К. Детонационные волны в конденсированных средах – М.: Наука, 1970. – 163 с.
18. **Асланов С.К.**, Волков В.Э. Устойчивость детонации конденсированных взрывчатых веществ // *Химическая физика процессов горения и взрыва. Детонация. Материалы IX Всесоюзного симпозиума по горению и взрыву.* – Черногоровка: 1989. – С. 3-6.
19. **Асланов С.К.**, Волков В.Э. Устойчивость и структура детонации в твердых, жидких и газовых системах // *V Всесоюзное совещание по детонации. Сборник докладов в 2-х томах. Т.2.* Красноярск, 1991.– С. 335-339.
20. **Ландау Л.Д.** К теории медленного горения // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*, 1944. – Т.14, №6. – С. 240-244.
21. **Ландау Л.Д.**, Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 т.: Т. VI. Гидродинамика. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 736 с.
22. **Волков В.Э.**, Рыбина О.Б. Об устойчивости плоской стационарной волны медленного горения в сжимаемой среде // *Дисперсные системы: Тез. докл. XXI-ой научной конференции стран СНГ.* – Одесса. – 2004. – С. 94-95.
23. **Асланов С.К.**, Волков В.Э. Влияние магнитного поля и сжимаемости среды на устойчивость процесса горения // *Тезисы докладов XII-го Всесоюзного научно-практического семинара по электрофизике горения.* – Караганда: 1989. – С. 48.
24. **Семенов Н.Н.** К теории процессов горения // *Журнал русского физико-химического общества*, 1926. – Часть физ., т.60, №3. – С. 241–250.
25. **Семенов Н.Н.** Цепные реакции. – М.: Наука, 1986. – 535 с.
26. **Камке Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1976. – 576 с.
27. **Бронштейн И.Н.**, Семендяев К.А. Справочник по высшей математике. – М: Наука. – Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. – 832 с.
28. **Волков В.Э.** Пределы детонации и проблемы взрывобезопасности // *Тез. докл. международной научно-практической конференции «Пищевые технологии-2005».* – Одесса. – 2005. – С. 147.
29. **Волков В.Э.** Пределы детонации и проблемы взрывобезопасности // *Наукові праці Одеської національної академії харчових технологій.* – Одеса, 2006. – Вип. 28 – С. 194-199.

30. **Асланов С.К.**, Волков В.Э. Неустойчивость и инициирование детонации // Тез. докл. XIII-го Симпозиума по горению и взрыву. – Черноголовка, Российская академия наук. – 2005. – С. 129.

Надійшла до редколегії 05.12.2017.