УДК 51-76

doi: 10.15421/321818

## В.Н. Турчин\*, О.А.Лоскутов\*\*, А.С.Дрожжин\*, Е.В. Волкова\*

\*Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара, \*\*Днепровская медицинская академия МОЗ Украины

## К ПРОБЛЕМЕ ВЫБОРА ИМПЛАНТАТА ТАЗОБЕДРЕННОГО СУСТАВА

В работе предложен алгоритм выбора имплантата тазобедренного сустава по количественным характеристикам.

Ключевые слова: алгоритм, выборка, регрессия, имплантат, тазобедренный сустав, количественные характеристики.

У роботі запропоновано алгоритм вибору імплантату кульшового суглоба за кількісними характеристиками. Ендопротезування найчастіше є єдиним виходом для пацієнта з важкою патологією кульшового суглоба. Важливим етапом, який багато в чому забезпечує вдале ендопротезування, є правильний вибір імплантату.

При встановлнні імплантату кульшового суглоба, його однією своєю частиною – ніжкою садять в кістковомозковий канал стегнової кістки. Причому це необхідно зробити так, щоб з одного боку, ніжка щільно прилягала до стінок каналу, а з іншого, в каналі не повинно виникати критичних напружень. У супротивному разі можливі серйозні післяопераційні ускладнення. Належне прилягання імплантату до стінок каналу забезпечується правильним вибором імплантату із заданого стандартного набору імплантатів. На сьогоднішній день вибір імплантату реалізується за допомогою рентгенівських зображень каналу в прямій та бічній проекціях. На знімки кульшового суглоба та стегнової кістки в прямій та бічній проекціях. На чином обирають імплантат. У зв'язку з цим виникає задача побудови алгоритму вибору імплантату на основі кількісних характеристик.

Щільність прилягання імплантату до стінок каналу необхідно забезпечити як у прямій проекції так і у бічній. У прямій проекції щільність прилягання імплантату до стінок каналу можна описувати різними числовими характеристиками зокрема різницею площ осьового перерізу каналу та імплантату (див. [2]).

У бічній проекції канал викривлений. Тому оптимально вибраний для даного каналу імплантат у бічній проекції має торкатися стінок каналу принаймні у трьох точках, а якщо такий імплантат вибрати неможливо, то відстань від задньої стінки імплантату до передньої стінки каналу має бути мінімальною.

Оскільки щільність прилягання імплантату до стінок каналу необхідно забезпечити як у прямій проекції так і у бічній, то, взагалі кажучи, для даного каналу вибір імплантату з заданого набору імплантатів неоднозначний. У роботі запропоновано алгоритм вибору оптимального імплантату у бічній проекції.

Ключові слова: алгоритм, вибірка, регресія, імплантат, кульшовий суглоб, кількісні характеристики.

Endoprosthetics is often the only way out for a patient with severe hip joint pathology. An important step, in many ways ensuring successful replacement, is the correct choice of implant.

© Турчин В.Н., Лоскутов О.А., Дрожжин А.С., Волкова Е.В., 2018

When installing the hip joint implant, one of its parts - the leg - is placed in the marrow canal of the femur. Moreover, the installation must be done in a way that ensures, that on one hand, the leg fits tightly against the walls of the channel and on the other hand, no critical stress appears in the channel. Otherwise, serious postoperative complications are possible. Proper fit of the prosthesis is ensured by the correct choice from a given standard set of implants. To date the choice of the implant is realized using x-ray images of the canal in the direct and lateral projections. The implant images on a transparent film are sequentially applied to the hip and thighbone images in a straight and lateral projection, and thus a suitable implant is selected. In this regard, the problem of constructing an algorithm for choosing an implant based on quantitative characteristics arises.

The method of optimal implant selection based on the quantitative characteristics of the implant and of the difference between the width of the channel in the direct projection and the width of the implant in a direct projection is a possible solution. The best for this channel in a direct projection is the implant for which the average distance between the upper wall of the canal and the implant is the smallest. The quantitative characteristic of the placement quality of the implant in the lateral projection is introduced in a similar way. The implants that fit in the channel are considered. It also must be taken into account that the implant should have contact with the channel in at least three points in the lateral projection. "The best for a given channel on the lateral projection is the implant for which the difference between the minimum distance from the anterior wall of the canal to the posterior wall of the implant and the width of the implant in this section is minimal.

In best case, the best implant is the one that fits best in both projections. However, this does not always happen. Finally, for a given channel the choice of an implant from a given set of implants, generally speaking, is ambiguous. In addition to the characteristics and quality of an implant placement proposed here, other methods are possible.

Keywords: algorithm, sampling, regression, implant, hip joint, quantitative characteristics.

Введение. Эндопротезирование чаще всего является единственным выходом для больного с тяжелой патологией тазобедренного сустава. При установке имплантата (см. рис. 1 и рис. 2) тазобедренного сустава его одной своей частью – ножкой, садят в костномозговой канал бедренной ко-сти (см. рис. 3 и рис. 4). Причём это необходимо сделать так, чтобы, с одной стороны, ножка плотно прилегала к стенкам канала, а с другой, в канале не должно критических напряжений. В противном случае возможны возникать послеоперационные осложнения. Надлежащее прилегание серьёзные канала обеспечивается подходящим имплантата к стенкам выбором имплантата из заданного стандартного набора имплантатов. На сегодняшний день выбор имплантата реализуют по рентгеновским снимкам канала в прямой и боковой проекциях: на снимки тазобедренного сустава и бедренной кости в прямой и боковой проекциях последовательно накладывают чертежи имплантатов, выполненные на прозрачной пленке и таким образом выбирают подходящий имплантат.

В связи с этим возникает задача построения алгоритма выбора имплантата, основанного на количественных характеристиках.



**Постановка задачи.** Целью работы является разработка методики выбора имплантата для данного костномозгового канала в боковой проекции. Выбор имплантата в прямой проекции описан в [2].

Для построения алгоритма выбора имплантата для данного канала по его количественным характеристикам сначала рентгеновские снимки бедренной кости оцифровывают: с шагом 11.5 мм в 13 точках (узлах) снимают значения  $a_j$  ширины канала в прямой проекции и значение ширины канала  $b_j$  в боковой проекции, j = 0,1,2,...,12. В боковой проекции еще снимают значения параметров, описывающих искривление канала, а именно величину  $\alpha$  угла искривления канала и расстояние  $l_{\alpha}$  от начала канала (малого вертлюга) до вершины угла искривления (см. рис. 5).

Заметим, что по степени искривления каналы в боковой проекции можно разделить на три типа: канал типа 2 – заметны явные искривления передней и задней стенки канала (см. рис. 6); канал типа 1 – заметны искривления передней стенки канала, искривления задней стенки канала несущественные (см. рис. 7), канал типа 0 – искривления как передней стенки канала, так и задней явно не просматриваются (см. рис. 8).







Рис. 4. Тазобедренный сустав и костномозговой канал в боковой проекции



Рис. 5. Проекция костномозгового канала в боковой проекции



Рис. 6. Боковая проекция канала типа 2



Рис. 7. Боковая проекция канала типа 1



Рис. 8. Боковая проекция канала типа 0

Построение боковой проекции канала по количественным характеристикам канала. В декартовой системе координат Oxy нанесем точки  $(x_i, y_i)$ , где  $x_i = i*11.5$ ,  $y_i = b_i/2$ , i = 0,1,2,...,12  $(b_i -$ ширина канала в боковой проекции в точке  $x_i$ ). Соединим соседние точки  $(x_i, y_i)$  и  $(x_{i+1}, y_{i+1})$ , i = 0,1,2,...,12, отрезками – получим ломаную. Отобразив ее относительно оси Ox – получим еще одну ломаную (см. рис. 9). Эти две ломаные можно было бы рассматривать в качестве моделей проекций передней и задней стенки канала соответственно в боковой проекции, если бы канал не имел искривлений.

Построение боковой проекции канала по количественным характеристикам канала. В декартовой системе координат Oxy нанесем точки  $(x_i, y_i)$ , где  $x_i = i*11.5$ ,  $y_i = b_i/2$ , i = 0,1,2,...,12  $(b_i -$ ширина канала в боковой проекции в точке  $x_i$ ). Соединим соседние точки  $(x_i, y_i)$  и  $(x_{i+1}, y_{i+1})$ , i = 0,1,2,...,12, отрезками – получим ломаную. Отобразив ее относительно оси Ox – получим еще одну ломаную (см. рис. 9). Эти две ломаные можно было бы рассматривать в качестве моделей проекции передней и задней стенки канала соответственно в боковой проекции, если бы канал не имел искривлений.



Рис. 9. Боковая проекция без искривления

Модель боковой проекции канала с искривлением на угол  $\alpha$  в точке  $(0, l_{\alpha})$  получим поворотом на угол  $\alpha$  против часовой стрелки около точки  $(0, l_{\alpha})$  части плоскости  $\{(x, y) : x \ge l_{\alpha}\}$ . Этот поворот реализуется преобразованием:

$$\begin{cases} x' = (x - l_{\alpha}) \cdot \cos \alpha - y \cdot \sin \alpha + l_{\alpha} \\ y' = (x - l_{\alpha}) \cdot \sin \alpha + y \cdot \cos \alpha \end{cases}$$

В результате получаем модель боковой проекции канала (см. рис. 6).

**О величине** *Е*. При выборе имплантата как в боковой проекции, так и в прямой необходимо учитывать тот факт, что имплантат касается стенок канала не своими стенками, а рёбрами (см. рис. 10).

На рис. 10 изображена окружность с центром в точке O и радиусом OC, которая представляет собой поперечное сечение канала в 13-м (последнем) узле.  $CE = a_{12}^{(i)}$  – ширина имплантата в прямой проекции в 13-м узле,

 $OC = a_{12}^{(k)} / 2$ , где  $a_{12}^{(k)}$  – ширина канала в 13-м узле в прямой проекции. Для данного канала и данного имплантата имеем (см. рис. 10):

$$\varepsilon = \left(a_{12}^{(k)} - \sqrt{(a_{12}^{(k)})^2 - (a_{12}^{(i)})^2}\right)/2$$

Вычислив для каждого из 133 каналов значение  $\varepsilon_j$ , j = 1, 2, ..., 133, получим выборку объемом 133 величины  $\varepsilon$ . По выборке получим оценки среднего и среднего квадратического уклонения величины  $\varepsilon$ , которые оказались равны 0.89 и 0.6 соответственно.



Рис. 10. Поперечное сечение канала и имплантата

Выбор оптимального имплантата. Рассмотрим методику выбора оптимального имплантата и требования к такому имплантату.

Положение имплантата в канале в боковой проекции определяется положением задней стенки имплантата по отношению к задней стенке канала.

В боковой проекции канал и оптимально выбранный имплантат имеет вид изображения на рис. 11, где *А*,*B*,*C* – проекции точек касания имплантатом канала.

Далее нам будет удобно обозначать узлы задней стенки в боковой проекции через  $(x_i, \xi_i), j = 0, 1, 2, ..., 12$ .

Построим простую линейную регрессию  $\xi$  на x по узлам  $(x_j, \xi_j)$  до вершины угла искривления и простую линейную регрессию  $\xi$  на x по узлам  $(x_j, \xi_j)$  после вершины угла искривления.



Рис. 11. Проекции точек касания имплантатом стенок канала в боковой проекции

Заметим, что номер первого угла после вершины искривления равен  $N = [l_{\alpha}/11.5] + 1$ , где [] – знак целой части числа. Уравнение линейной регрессии имеет вид:

$$y = \delta + \varphi(x - \bar{x})$$

Оценки для коэффициентов  $\delta$ ,  $\phi$  получены так:

$$\widehat{\delta} = \overline{\xi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \xi_i, \quad \widehat{\varphi} = \frac{R_{12}}{S_1^2},$$

где:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i, \ S_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2, \ R_{12} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(\xi_i - \bar{\xi}).$$

На рис. 12 изображены графики линии регрессии, построенные по узлам до вершины угла искривления и после вершины угла искривления для канала №2.



Рис. 12. Графики простой линейной регрессии задней стенки узлов канала до и после угла искривления канала

Далее строим отрезок длиной 138 мм (138 мм длина ножки имплантата на рентгеновском снимке) один конец (A') которого лежит на линии регрессии построенной по узлам после угла искривления, второй конец (B') совпадает с началом канала и лежит на оси Oy, причём все узлы ( $x_j, \xi_j$ ), j = 0,1,2,...,12, лежат ниже отрезка B'A' (см. рис. 13).



Пусть y = u + kx - уравнение прямой, на которой лежит отрезок <math>B'A' (он определяется однозначно). Отрезок BA, определяющий положение задней стенки имплантата (точнее её боковой проекции), получается сдвигом

отрезка B'A' вдоль оси Oy на величину  $\varepsilon' = \varepsilon/\cos\beta$ , где  $\beta$  – угол наклона отрезка B'A' к оси Ox. При этом расстояние от отрезка B'A' до отрезка BA равно  $\varepsilon$ , а уравнение прямой на которой лежит отрезок BA имеет вид:

или вид:

$$ax+by+c=0$$
.

 $y = u + kx + \varepsilon'$ ,

Далее найдем узел, расстояние от которого до отрезка *BA* минимально, и само это минимальное расстояние. Для этого достаточно найти расстояние от каждого узла  $(x_j, \xi_j), j = 0, 1, 2, ..., 12, до отрезка$ *BA*:

$$\frac{\left|ax_{j}+by_{j}+c\right|}{\sqrt{a^{2}+b^{2}}}$$

(см. рис. 14) и выбрать узел, для которого это расстояние минимально. Обозначим этот узел через C'(x', y'), а расстояние от него до *BA* обозначим через l' (ясно, что для узла C'(x', y') значение  $x' = [l_{\alpha}/11.5]*11.5$ ). Отсюда получаем, что с одной стороны ширина d имплантата с прямой ножкой в боковой проекции не может быть больше величины  $l_m = l' - \varepsilon$  (в противном случае имплантат не войдет в канал). В идеале, ширина имплантата dдолжна быть равна  $l_m: d = l_m$ . В этой ситуации имплантат касается как задней стенки канала, так и передней, проекция C точки касания передней стенке имплантат на расстоянии  $\varepsilon$  от передней стенки канала.



Рис. 14. Точки касания А',В',С' имплантата стенок канала

С другой стороны, если  $l_m$  оказалась меньше некоторого критического значения  $d_0$ , то в такой канал установить имплантат длиной 138 мм невозможно (имплантаты шириной меньше  $d_0$  не выдерживают нагрузки и не изготавливаются).

Когда мы говорим о выборе имплантата с конической ножкой, то поскольку угол искривления канала и угол сужения имплантата небольшие, можно поступать так, как будто мы имеем имплантат с прямой ножкой, ширина которого совпадает с шириной конической ножки в точке x'.

Используемые в данной работе данные – выборки из 149 оцифрованных каналов, предоставлены кафедрой травматологии и ортопедии Днепровской

государственной медицинской академии. При этом из исходной выборки были исключены данные по 16 каналам. В этих данных были обнаружены явные погрешности при их оцифровке. Поэтому фактически мы имеем дело с выборкой объемом 133.

## Библиографические ссылки

- 1. Лоскутов. А.Е. Эндопротезирование тазобедренного сустава: Моногр. / Под ред. проф. А.Е.Лоскутова. Д.; Лира, 2010, 344с.
- 2. Лоскутов А.Е. Питання оптимального вибору імплантату кульшового суглоба [Текст]/ А.Е. Лоскутов, В.Н. Турчин, А.П. Дегтяренко, О.О. Лоскутов // Питання прикл. математики і мат. моделювання: зб. наук. пр. – Д.; РВВ ДНУ, 2016, с. 91-101.
- 3. **Турчин В.Н.** Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: учебник. В.Н.Турчин Д.: Издательство ДНУ, 2008, 656 с.

Надійшла до редколегії 07.09.2018.