

**Катерина Воробйова**

**ОРГАНІЗАЦІЙНІ ЗАСОБИ ФОРМУВАННЯ ПЕРВІСНИХ  
СТОХАСТИЧНИХ УЯВЛЕНЬ В УЧНІВ НА УРОКАХ  
МАТЕМАТИКИ В КЛАСАХ ГУМАНІТАРНОГО НАПРЯМУ**

Проведений аналіз функцій кожного поняття наочної й описової статистики в процесі формування первісних статистичних уявлень учнів показує, що деякі з них дуже тісно взаємозалежні з теоретичними поняттями, емпіричними прообразами яких вони є. Ці емпіричні поняття досить добре «виводять» на відповідні теоретичні поняття: ймовірність, математичне очікування, графіки функції та щільності розподілу ймовірностей, теоретичні лінії середніх і теоретичний коефіцієнт кореляції. Вивчення цих ймовірносних понять, природним образом «зростаючих» з відповідних їм емпіричних прототипів, не слід розривати з розглядом елементів наочної й описової статистики. Тому зазначені ймовірнісні поняття повинні бути введені на інтуїтивному рівні вже на етапі нагромадження систематизованих уявлень про явища стохастичної природи.

Формуванню ймовірностно-статистичних уявлень у учнів при навчанні математики у молодшій та середній школах приділяли увагу Л. Бичкова, С. Воробйова, Ж. Кудратов, К. Куриндіна. Питаннями вдосконалення змісту середньої освіти на основі теорії ймовірностей та статистики займалися Д. Маневич, А. Плоскі та ін. Методичним особливостям при навчанні математики в старших класах гуманітарного напрямку приділяла увагу І. Соловійова

Метою даної статті є аналіз основних організаційних засобів при формуванні стохастичних уявлень в учнів старших класів соціально-гуманітарного напрямку.

Багато педагогів-математиків відзначають, що, з одного боку, початкові поняття теорії ймовірностей прості, а з іншого боку, їхня ідейна сутність із працею засвоюється не тільки школярами, але і студентами вузів. Тут відбиває протиріччя між кількістю почуттєвого матеріалу, відтвореного у свідомості того, кого навчають, і кількістю почуттєвого матеріалу, що закладений у поняттях теорії ймовірностей досвідом людства.

У вітчизняній психології психічна діяльність розглядається як перетворена зовнішня, практична діяльність. «Психічна діяльність є результат перенесення зовнішніх матеріальних дій у план відображення, у план сприйняття, уявлення, понять» [2]. Це повною мірою відноситься до формування статистичних уявлень.

Найпростіші уявлення про випадки в початковій стадії їхнього формування утворюються у свідомості дітей за допомогою почуттів;

кількаразові спостереження конкретних випадкових явищ перетворюють почуттєві сприйняття у форми, що не залежать від конкретного, і переводять їх у форму абстрактних узагальнень.

Кращим способом виділення специфічних рис випадкового явища служить безпосереднє спостереження самого цього явища. Адже, як відзначає С.П. Баранов, «найбільш висока якість відображення дійсності в образі досягається тоді, коли дитина уявляє предмет, явище в реальних умовах його існування» [1, с. 45]. Це дозволяє розкрити випадкове явище ніби в чистому вигляді, таким, яким воно об'єктивно існує в дійсності.

Пояснення або розповідь вчителя про випадки несе інформацію в перетвореному виді. Словесне пояснення, як і читання тексту, є «другими сигналами», «сигналами сигналів», тобто являють собою відволікання від дійсності, узагальнення. Але узагальнення можливо, коли є що узагальнювати. У результаті пояснення вчителя або самостійного вивчення матеріалу, учень сприймає не сам оригінал, а його копії. Тому в таких випадках він уявляє не саме випадкове явище, а його зображення, опис. Ще Я. А. Коменський писав, що «потрібно вчити так, щоб люди, наскільки це можливо, здобували знання не з книг, але з неба і землі, з дубів і буків, тобто знали і вивчали самі речі, а не чужі тільки спостереження і свідчення про речі» [5].

Уявлення, що одержує дитина, і які виступають у ролі активного засобу для наступного просування вперед у пізнанні світу випадкового, здобуваються найкраще в особистому досвіді, а не за допомогою навіть самого зробленого викладу матеріалу вчителем або в книзі. Елементи наочної й описової статистики наближають пізнання школяра до відображення реальних випадкових явищ, але при цьому виникають визначені труднощі у формуванні почуттєвих образів у зв'язку з переходом думки від зображення випадкового явища до оригіналу. Тому виникає задача до розгляду елементів наочної й описової статистики викликати і зберегти почуттєвий образ випадкового явища в реальних умовах його буття.

Виходячи з цього, необхідно включити в процес формування первісних статистичних уявлень предметні дії учнів з різними об'єктами, що забезпечують почуттєву основу пізнання світу випадків.

Як наслідок такого підходу, перед нами виникає задача визначення особливих предметних дій учнів на початкових етапах формування статистичних уявлень, у яких були б:

1) використані максимальні можливості для формування статистичних уявлень;

2) збережені позитивні риси азартних ігор, що складаються в наочному, простому і прозорому відображенні випадкових явищ і в можливості їх масового спостереження;

3) усунуті недоліки азартних ігор, які мають негативний вплив на

виховання дітей.

Покажемо, що «механізмом», що забезпечує заміну азартних ігор у навчанні школярів може служити проведення стохастичних ігор і статистичних експериментів.

Стохастичні ігри. Грою називають «вид непродуктивної діяльності, мотив якої полягає не в її результатах, а в самому процесі» [4]. Стохастичними будемо називати такі ігри, у яких можливе спостереження явного, виразного прояву фактів стохастичної природи. Наприклад, популярна серед дітей гра «Золотий ключик або пригоди Буратіно» припускає використання грального кубика, в результаті підкидань якого визначається число кроків у просуванні гравця до мети. При підкиданні кубика діти мають можливість спостерігати чітко виражені випадкові події. Ця гра – Стохастична. При грі в шахи, хоча результат і визначається деяким впливом випадкових факторів, цей вплив затушований і не виступає в явному вигляді і, що саме головне, цей вплив не є визначальним. Таку гру не будемо відносити до стохастичних.

Стохастичні ігри базуються на наявності у школярів ігрових інтересів. Дійсно, активність і усвідомленість навчання залежать від того, наскільки прийоми навчання задовольняють вимогам дитячої природи. Гра органічно властива дитячому віку і при вмілому керуванні з боку вчителя здатна стати дидактичним прийомом. Ігрова і навчальна діяльність переростають одна в іншу.

У процесі гри найкраще встановлюється і підтримується мимовільна увага учнів до появи випадків. Це приводить до того, що випадкові явища заволодівають їхньою увагою і приковують її на час до себе. Предметні дії з різними об'єктами, що викликають випадкові результати, забезпечують почуттєву основу для знайомства з новими явищами. Це відбувається незалежно від свідомого наміру школяра.

Таким чином, проведення стохастичних ігор служить ефективним засобом ознайомлення учнів з найпростішими стохастичними ситуаціями.

Статистичні експерименти (експерименти з випадковими ісходами).

Стохастичною грою з великим інтересом займаються дошкільники й учні початкових класів, у той час як характерне для підлітка прагнення до самостійного проникнення в сутність навколишнього світу, бажання своїми власними руками все спробувати, з необхідністю спричиняє перехід від ігор до експериментів.

Під статистичним експериментом будемо розуміти чуттєво-предметну діяльність, спрямовану на вивчення штучно викликуваних випадкових явищ при дотриманні визначеного комплексу умов. Стохастична гра припускає просте спостереження випадкового явища, а статистичний експеримент містить у собі облік фактів, що спостерігаються.

Наприклад, якщо школяр, неодноразово підкидаючи гральний кубик,

веде облік результатів іспитів, щоб по них зробити якісь висновки, то в цьому випадку варто говорити, що він проводить статистичний експеримент. Якщо ж при підкиданні кубика такої мети не ставиться, то це буде стохастична гра. У цьому є основна відмінність стохастичних ігор від статистичних експериментів, хоча поділ на ігри і експерименти є досить умовними: можна привести приклади ігор, у яких утримуються елементи експериментування, з іншого боку, статистичні експерименти в багатьох випадках можуть бути організовані у формі ігор.

При проведенні статистичного експерименту виробляється генерування випадкових результатів самими учнями, при цьому ведеться облік результатів іспитів з метою одержання висновків про явище, що спостерігається. Він проводиться не заради одержання випадкових результатів, не заради їхньої реєстрації, а для того щоб помітити основні риси явища або закономірності, яким воно підкоряється.

Тому статистичний експеримент не може обмежуватися тільки одержанням і фіксуванням результатів іспитів. Щоб проаналізувати отримані дані, їх необхідно якимось систематизувати, якимось образом представити: спочатку звести в таблицю, може бути, зробити угруповання, зобразити геометрично, обчислити якісь числові показники і т.п. Звідси випливає, що статистичний експеримент містить у собі використання елементів наочної й описової статистики, що складають змістовну базу формування статистичних уявлень на другому етапі (етапі нагромадження систематизованих уявлень про явища стохастичної природи). Тому проведення статистичних експериментів служить засобом формування статистичних уявлень на цьому етапі, тоді як стохастичні ігри проводяться переважно на першому етапі формування статистичних уявлень (етапі знайомства з найпростішими стохастичними ситуаціями).

Процес проведення статистичного експерименту можна розчленувати на наступні частини:

- 1) дії, що приводять до появи випадкових результатів при дотриманні визначеного комплексу умов;
- 2) облік, запис результатів іспитів, що спостерігаються;
- 3) систематизація отриманих даних і оформлення їх у виді таблиці;
- 4) представлення отриманих даних у виді геометричних образів і (або) перебування деяких узагальнюючих характеристик;
- 5) формулювання висновків про результати експерименту.

Стохастичні ігри і статистичні експерименти дозволяють школярам самим безпосередньо брати участь у таких ситуаціях, у яких:

- 1) яскраво виражений випадковий характер явищ;
- 2) випадкові явища спостерігаються в умовах масовості;
- 3) відсутні тіньові сторони, властиві азартним іграм.

#### Статистичні дослідження.

Збір статистичної інформації про явища навколишньої дійсності,

---

аналіз цієї інформації й одержання на її основі визначених висновків про самі явища сприяють формуванню статистичних уявлень. Це дає підставу для розгляду як шлях формування первісних статистичних уявлень учнів проведення статистичних досліджень. Під цим ми розуміємо вивчення явищ з навколишньої дійсності школярів за допомогою збору статистичної інформації і найпростішої її математичної обробки, що дозволяє зробити висновки про ці явища.

При зборі статистичних зведень відбувається переклад фактів, що спостерігаються, на мову математики. При найпростішій математичній обробці явище, що спостерігається, вивчається за допомогою математичних моделей. Одержання визначених висновків про досліджуване явище означає переклад статистичних результатів з мови математики на первісну мову. Таким чином, статистичне дослідження містить у собі всі три етапи, що припускають прикладну спрямованість у навчанні математики. І якщо історичний аналіз лише допомагає зробити припущення про необхідність використання елементарних статистичних досліджень у процесі формування первісних статистичних уявлень, то дотримання принципу прикладної спрямованості в навчанні стохастики служить вирішальним аргументом у підтвердженні правильності цього припущення.

Проведення статистичного дослідження можна розчленувати на наступні частини:

- 1) спостереження явища;
- 2) облік, запис фактів, що спостерігаються;
- 3) систематизація й оформлення отриманих зведень;
- 4) уявлення отриманих зведень у виді геометричних образів і (або) обчислення деяких узагальнюючих характеристик;
- 5) висновок про результати дослідження.

Неважко помітити, що схоже розчленовування має статистичний експеримент із тим лише уточненням, що перший етап експерименту припускає дії самих учнів, що викликають появу фактів, що спостерігаються. Це дозволяє розглядати статистичний експеримент як особливий вид статистичного дослідження, специфічною стороною якого є штучне «виробництво» статистичних зведень.

Як і статистичний експеримент, статистичне дослідження містить у собі всі три етапи, що припускають прикладну спрямованість у навчанні математики. Прийняття рішень, типове для статистичних досліджень, що зв'язано з аналізом наявної інформації про поза-математичні ситуації, стає неодмінним атрибутом процесу навчання стохастики в класах гуманітарного напрямку.

#### Уявні статистичні експерименти.

Під уявним статистичним експериментом розуміється побудова уявної схеми з метою визначення можливого «поводження» числових

---

показників або наочних образів результатів спостережень при великому їхньому числі. Уявний статистичний експеримент, відбиваючи хід можливого реального експерименту, відбувається в розумі, в уяві. Якщо реальний статистичний експеримент містить у собі багато елементів «живого споглядання», то уявний статистичний експеримент – ступінь абстрактного мислення. Він є теоретичною моделлю реального експерименту, дозволяючи перейти від емпіричних понять статистики до розуміння ймовірносних категорій.

Так, наприклад, самостійно проводячи експерименти з підкиданням монети і розглядаючи потім готові результати, отримані іншими експериментаторами при великому числі іспитів, учні поступово приходять до усвідомлення стійкості частоти випадання герба. Після цього вони роблять спробу «прогнозувати» результати, що можуть бути отримані в наступному ще більш численному експерименті. При цьому учні дійдуть висновку, що при дуже великій кількості іспитів частота випадання герба буде близька до 0,5. Вони приходять до розуміння цього теоретично очікуваного значення частоти як ймовірності випадання герба при підкиданні правильної (симетричної) монети. Тут саме і виявляється чинність закону великих чисел, що, по вираженню О. О. Чупрова, є мостом, що перекидається між емпіричними частотами та ймовірностями [9].

Процес постановки уявного статистичного експерименту можна розчленувати на наступні частини:

- 1) узагальнення інформації, отриманої в реальному статистичному експерименті;
- 2) уявне розташування числових показників або наочних образів по ступені збільшення числа спостережень;
- 3) уявна екстраполяція припущення про стійкість емпіричних характеристик на велике число спостережень;
- 4) перехід від емпіричного поняття до теоретичного (ймовірносного).

Таке розчленовування уявного статистичного експерименту проведено лише для того, щоб виявити механізм його дії. У реальних умовах навчання, коли постановка уявного експерименту вже підготовлена досвідом проведення учнями реальних статистичних експериментів, він являє собою короткочасну розумову операцію, у якій виділені частини нерозривно зв'язані між собою.

Реальний статистичний експеримент дозволяє випробувати «характер» стохастичного явища, уявний же експеримент сприяє виборіві ймовірнісної моделі цього явища. Тому з переходом до уявних статистичних експериментів учні відкривають для себе деякі поняття теорії ймовірностей. Застосовуючи відоме висловлення Х. Гюйгенса, можна сказати, що намічений шлях знайомства з поняттями теорії ймовірностей через експерименти й уявні експерименти дозволить учневі

помітити, що він «має справу не тільки з грою, але тут закладаються основи дуже цікавої і глибокої теорії» [6].

Моделювання (імітація).

Сутність багатьох явищ, що мають замасковану стохастичну основу, залишиться недостатньо розкритою, якщо не зіставляти їх з явищами, що мають яскраво виражену ймовірнісну структуру. Тому необхідно проводити аналогії, паралелі між явищами зазначених двох типів. Цього можна досягти за допомогою моделювання.

Під моделюванням реальної ситуації (явища) розуміється заміна дослідження самого явища дослідженням деякого іншого явища стохастичної природи. Моделювання дозволяє зв'язати воедино уявлення, одержувані учнями при проведенні статистичних експериментів, і уявлення, одержувані ними при проведенні статистичних досліджень явищ із замаскованою стохастичною природою. Більш того, воно забезпечує процес формування поняття ймовірнісної моделі «як класу еквівалентності, створеного на тлі відносини «бути імітаційною схемою для...», що є відношенням еквівалентності» [7, с. 36].

Як модель деякого явища може бути використаний «об'єкт матеріальної або ідеальної природи, що укладає в собі деяку інформацію про явище, що моделюється, причому ця інформація має характер відносної істини» [8]. Сукупність усіх таких моделей можна розділити на дві групи: речовинні (матеріальні) і уявні (ідеальні). Ідеальними є математичні моделі. При проведенні статистичних досліджень – це поняття наочної й описової статистики. Таким чином, у процесі проведення елементарного статистичного дослідження (зокрема, статистичного експерименту) здійснюється математичне моделювання.

У більш широкому змісті варто розуміти статистичне моделювання, що може полягати в побудові як матеріальної, так і ідеальної моделей розглянутого явища. Найбільш простий і наочний для учнів розгляд матеріальних моделей. Найпростішим способом моделювання, природним образом, що укладається в намічувану нами схему побудови процесу формування початкових статистичних уявлень учнів, є використання статистичних експериментів.

Статистичний експеримент дозволяє розіграти ситуацію, ізоморфну досліджуваному явищу. Так наприклад, розглядаючи зведення про розміри листів клена, учні можуть не усвідомлювати випадкового характеру розкиду результатів вимірів, що затушований багатьма факторами.

За отриманими даними вимірів, учні можуть побудувати кругову діаграму і на її основі виготовити рулетку (вертушку). Вона допоможе учням провести статистичний експеримент, що наводить на думку, що існує визначена аналогія між розподілом його результатів і розподілом розмірів листів клена. Це особливо ясно відчувається, коли елементи наочної й описової статистики вступають у свої права.

Так, у даному прикладі гістограми, що відповідають розглянутим ситуаціям, будуть, швидше за все, дуже схожі, числові характеристики близькі одна до одної. Природно виникає розуміння з приводу того, що вивчення самого явища може бути замінено вивченням іншої ситуації, де роль випадковості виступає явно і прозоро. У такому випадку учні зможуть швидше усвідомити, чому для дослідження таких ситуацій, як розподіл розмірів листів клена, використовуються поняття і методи теорії ймовірностей.

Згодом учням можна показати, що послідовність результатів іспитів статистичного експерименту по вивченню явища-моделі може бути замінена деякою послідовністю випадкових чисел. Застосування таблиць випадкових чисел при моделюванні дозволить здійснити пропедевтику відомого методу Монте-Карло (методу статистичних іспитів) [8].

Оскільки цей метод зв'язаний з використанням комп'ютера, виникають сприятливі можливості для постановки машинних експериментів.

Вивчення явища-моделі не може обмежитися лише його спостереженням. Щоб одержати визначені висновки про нього, необхідно обробити результати спостережень. Школярі зможуть це зробити, застосовуючи поняття наочної й описової статистики. Тому моделювання повинне здійснюватися на другому етапі формування статистичних уявлень школярів.

Таким чином, визначені наступні організаційні засоби формування і розвитку первісних статистичних уявлень учнів: стохастичні ігри; статистичні експерименти (експерименти з випадковими результатами); статистичні дослідження; уявні статистичні експерименти; імітація (моделювання).

Завдяки даним організаційним засобам процес навчання стохастики учнів класів гуманітарного напрямку зближується з дослідницьким процесом. Виявлені нами способи організації навчальної діяльності і змістовна база формування систематизованих первісних статистичних уявлень учнів при навчанні математики складаються в органічній єдності, що відповідає одному з основних положень педагогіки: «Тільки умовно, в уявному відволіканні можна розглядати зміст і процес порізно. У дійсності ж навчання являє собою ціле, у якому викладання і навчання, змістовна і процесуальна сторони існують у єдності, визначають один одного» [3, с. 24].

### **СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Баранов С. П. Сущность процесса обучения / С. П. Баранов. – М. : Просвещение, 1981. – 143 с.
2. Гальперин П. Я. Развитие исследований по формированию умственных действий / П. Я. Гальперин // Психологическая наука в СССР, т. 1. – М., 1959. – С. 441–469.



3. Дидактика средней школы: Некоторые проблемы современной дидактики / под ред. М. Н. Скаткина. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Просвещение, 1982. – 319 с.
4. Зинченко П. И. Непроизвольное запоминание / П. И. Зинченко. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1961. – 562 с.
5. Коменский Я. А. Избранные педагогические сочинения : в 2-х т. // Я. А. Коменский. – М. : Педагогика, 1982. – Т. I. – 656 с.
6. Майстров Л. Е. Теория вероятностей : ист. очерк / Л. Е. Майстров. – М. : Наука, 1967. – 320 с.
7. Плоцки А. Стохастика в школе как математика в стадии созидания и как новый элемент математического и общего образования : дис. ... д-ра пед. наук в форме науч. докл. – С.-Петербург, 1992. – 52 с.
8. Саульев В. К. Статистическое моделирование : метод Монте-Карло / В. К. Саульев. – М. : МАИ, 1974. – 40 с.
9. Чупров А. А. Вопросы статистики : избр. статьи / А. А. Чупров. – М. : Госстатиздат, 1960. – 448 с.