УДК 620.22-419:539.3 Т.А. Литвинова

ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА «В ТОЧКЕ» ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ ДЕФОРМАЦИИ

Введение

Оценка прочности композиционных материалов (КМ) в «точке» проводится на основе критериев прочности.

Всякая задача оптимального проектирования включает в себя три обязательные составляющие:

1) критерий проектирования;
2) ограничения;
3) метод решения задач оптимизации.

Критериев проектирования очень много и выбор того или иного зависит от решаемой задачи. Наиболее общим критерием проектирования является минимальная суммарная стоимость разработки, производства, эксплуатации и утилизации изделия.

Для многих объектов этому глобальному критерию можно поставить в соответствие с некоторой долей достоверности другие критерии. В авиастроении – это минимум массы. Часто в качестве цели проектирования применяют:

1) максимум жесткости при заданной массе;
2) максимум несущей способности при заданной массе;
3) критерий стабильности размеров при изменении температуры эксплуатации;
4) критерий равнопрочности;
5) критерий минимума потенциальной энергии деформации;
6) другие.

В данной работе исследуется критерий минимума потенциальной энергии деформации. В связи с тем, что структура КМ неизвестна, ограничения по прочности записаны для каждого слоя.

Так как в общем виде задача до сих пор не решена, то примем следующие допущения:

1) КМ всех слоев одинаковый;
2) проектируемая структура ортотропна.

Проектирование КМ «в точке» заключается в поиске углов армирования слоев пакета, при которых потенциальная энергия деформации будет минимальной, а условия прочности в виде критерия Мизеса - Хилла для каждого слоя будут выполняться.

Целью данной работы является проверка работоспособности и эффективности критерия минимума потенциальной энергии деформации, имеющего большое значение при учете явлений устойчивости.

1. Критерий проектирования

Критерий минимума потенциальной энергии деформации может быть использован для задач оптимизации конструкции, при этом в результате решения получается конструкция максимальной жесткости при заданном объеме материала конструкции, поскольку уменьшение потенциальной энергии деформации соответствует уменьшению работы внешних сил на соответствующих перемещениях согласно выражению $U=\frac{1}{2}A$, являющемуся записью теоремы Клайперона для упругого тела, находящегося в состоянии равновесия [1]. При неизменных внешних силах уменьшаются перемещения упругого тела, что свидетельствует об увеличении жесткости упругой системы. В данной работе не ставится вопрос о прочности конструкции, полученной на основе критерия минимума потенциальной энергии деформации. Если принять энергетическую гипотезу прочности, то равнопрочная пластина с постоянным объемом материала будет пластиной максимальной жесткости. Критерием жесткости в данном случае является величина, обратная потенциальной энергии деформации.

Введем потенциальную энергию деформации

$$U=\iiint W(\sigma,\varepsilon)dV. \tag{1}$$

Здесь dV - объем элемента сплошной среды. Квадратичная форма

$$W(\sigma,\varepsilon)=\frac{1}{2}\left(\sigma_\alpha\varepsilon_\alpha+\sigma_\beta\varepsilon_\beta+\sigma_\gamma\varepsilon_\gamma+\tau_{\alpha\beta}\varepsilon_{\alpha\beta}+\tau_{\alpha\gamma}\varepsilon_{\alpha\gamma}+\tau_{\beta\gamma}\varepsilon_{\beta\gamma}\right) \tag{2}$$

представляет собой энергию, накопленную в единице объема упругой среды, и называется упругим потенциалом [2]. С помощью физических соотношений, связывающих напряжения и деформации, потенциал W может быть выражен только через деформации или напряжения. В результате получим

$$U_\varepsilon=\iiint W(\varepsilon)dV; \qquad U_\sigma=\iiint W(\sigma)dV. \tag{3}$$

Критерий проектирования имеет вид

$$U=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\cdot\sigma_i\to\min, \tag{4}$$

где U – удельная потенциальная энергия деформации;

σ_i, ε_i – напряжения и деформации слоев КМ, связанные физическими соотношениями [3]:

$$\begin{aligned}\sigma_{1i}&=\bar{E}_{1i}(\varepsilon_{1i}+\mu_{21i}\varepsilon_{2i});\\ \sigma_{2i}&=\bar{E}_{2i}(\varepsilon_{2i}+\mu_{12i}\varepsilon_{1i});\\ \tau_{12i}&=G_{12i}\cdot\gamma_{12i}.\end{aligned} \tag{5}$$

Из уравнений совместности деформации имеем

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{1i} &= \varepsilon_x \cos^2\varphi_i + \varepsilon_y \sin^2\varphi_i + \gamma_{xy}\sin\varphi_i \cdot \cos\varphi_i;\\
\varepsilon_{2i} &= \varepsilon_y \cos^2\varphi_i + \varepsilon_x \sin^2\varphi_i - \gamma_{xy}\sin\varphi_i \cdot \cos\varphi_i;\\
\gamma_{12i} &= (\varepsilon_y - \varepsilon_x)\sin 2\varphi_i + \gamma_{xy}\cos 2\varphi_i,
\end{aligned} \tag{6}$$

где

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{N_x B_{22} - N_y B_{12}}{B};\\
\varepsilon_y &= \frac{N_y B_{11} - N_x B_{12}}{B};\\
\gamma_{xy} &= \frac{q_{xy}}{B_{33}}.
\end{aligned} \tag{7}$$

Здесь $\bar{\bar{E}}_{1i}$, $\bar{\bar{E}}_{2i}$ - модули упругости слоя вдоль и поперек волокон соответственно;

G_{12i} – модуль сдвига слоя в осях 1, 2;

μ_{12i}, μ_{21i} - коэффициенты Пуассона;

N_x, N_y, q_{xy} – внешние усилия;

$B = B_{11}B_{22} - B_{12}^2$;

B_{ij} - жесткостные коэффициенты КМ, определяемые по формулам:

$$\begin{aligned}
B_{11} &= \sum_{i=1}^{n} \delta_i(\bar{\bar{E}}_{1i}\cos^4\varphi_i + 2\bar{\bar{E}}_{1i}\mu_{21i}\cos^2\varphi_i\sin^2\varphi_i + \bar{\bar{E}}_{2i}\sin^4\varphi_i +\\
&\qquad + G_{12i}\sin^2 2\varphi_i);\\
B_{12} &= \sum_{i=1}^{n} \delta_i((\bar{\bar{E}}_{1i} + \bar{\bar{E}}_{2i})\cos^2\varphi_i\sin^2\varphi_i + \bar{\bar{E}}_{1i}\mu_{21i}(\cos^4\varphi_i + \sin^4\varphi_i) -\\
&\qquad - G_{12i}\sin^2 2\varphi_i);\\
B_{22} &= \sum_{i=1}^{n} \delta_i(\bar{\bar{E}}_{1i}\sin^4\varphi_i + 2\bar{\bar{E}}_{1i}\mu_{21i}\cos^2\varphi_i\sin^2\varphi_i + \bar{\bar{E}}_{2i}\cos^4\varphi_i +\\
&\qquad + G_{12i}\sin^2 2\varphi_i);\\
B_{33} &= \sum_{i=1}^{n} \delta_i((\bar{\bar{E}}_{1i} + \bar{\bar{E}}_{2i} - 2\bar{\bar{E}}_{1i}\mu_{21i})\cos^2\varphi_i\sin^2\varphi_i + G_{12i}\cos^2 2\varphi_i).
\end{aligned} \tag{8}$$

После подстановки выражений для напряжений и деформаций в целевую функцию и ряда трудоемких преобразований получим формулу для определения потенциальной энергии деформации:

$$
\begin{aligned}
U=\frac{1}{\delta_{\Sigma}^{2}}\Bigl(&\bar{E}_{1i}\Bigl[\Bigl[\frac{1}{b_{11}b_{22}-b_{12}^{2}}\Bigr]^{2}\Bigl[\cos^{4}\varphi\bigl[N_x^{2}b_{22}(b_{22}-\mu_{21i}b_{12})+\\
&+N_xN_y[-2b_{22}b_{12}+\mu_{21i}(b_{12}^{2}+b_{11}b_{22})]+N_y^{2}b_{12}(b_{12}-\mu_{21i}b_{11})\bigr]+\\
&+\sin^{4}\varphi\bigl[N_x^{2}b_{12}(b_{12}-\mu_{21i}b_{22})+N_xN_y[-2b_{11}b_{12}+\mu_{21i}(b_{12}^{2}+b_{11}b_{22})]+\\
&+N_y^{2}b_{11}(b_{11}-\mu_{21i}b_{12})\bigr]+\sin^{2}\varphi\cos^{2}\varphi\bigl[N_x^{2}[-2b_{22}b_{12}+\mu_{21i}(b_{12}^{2}+b_{22}^{2})]+\\
&+2N_xN_y[b_{22}b_{11}+b_{12}[b_{12}-\mu_{21i}(b_{22}+b_{11})]]+N_y^{2}[-2b_{11}b_{12}+\\
&+\mu_{21i}(b_{11}^{2}+b_{12}^{2})]\bigr]\Bigr]\Bigr]+\frac{1}{b_{11}b_{22}-b_{12}^{2}}\cdot\frac{q_{xy}}{b_{33}}\sin\varphi\cos\varphi\bigl[\cos^{2}\varphi[N_x[2b_{22}-\\
&-\mu_{21i}(b_{22}+b_{12})]+N_y[-2b_{12}+\mu_{21i}(b_{12}+b_{11})]]+\\
&+\sin^{2}\varphi[N_x[-2b_{12}+\mu_{21i}(b_{22}+b_{12})]+N_y[2b_{11}-\mu_{21i}(b_{12}+b_{11})]]\bigr]+\\
&+\frac{q_{xy}^{2}}{b_{33}^{2}}\sin^{2}\varphi\cos^{2}\varphi(1-\mu_{21i})\Bigr]+\bar{E}_{2i}\Bigl[\Bigl[\frac{1}{b_{11}b_{22}-b_{12}^{2}}\Bigr]^{2}\Bigl[\cos^{4}\varphi\bigl[N_x^{2}b_{12}(b_{12}-\\
&-\mu_{12i}b_{22})+N_xN_y[-2b_{11}b_{12}+\mu_{12i}(b_{12}^{2}+b_{11}b_{22})]+N_y^{2}b_{11}(b_{11}-\\
&-\mu_{12i}b_{12})\bigr]+\sin^{4}\varphi\bigl[N_x^{2}b_{22}(b_{22}-\mu_{12i}b_{12})+\\
&+N_xN_y[-2b_{22}b_{12}+\mu_{12i}(b_{12}^{2}+b_{11}b_{22})]+N_y^{2}b_{12}(b_{12}-\mu_{12i}b_{11})\bigr]+\\
&+\sin^{2}\varphi\cos^{2}\varphi\bigl[N_x^{2}[-2b_{22}b_{12}+\mu_{12i}(b_{12}^{2}+b_{22}^{2})]+2N_xN_y[b_{22}b_{11}+\\
&+b_{12}[b_{12}-\mu_{12i}(b_{22}+b_{11})]]+N_y^{2}[-2b_{11}b_{12}+\mu_{12i}(b_{11}^{2}+b_{12}^{2})]\bigr]\Bigr]\Bigr]+\\
&+\frac{1}{b_{11}b_{22}-b_{12}^{2}}\cdot\frac{q_{xy}}{b_{33}}\sin\varphi\cos\varphi\bigl[\sin^{2}\varphi[N_x[-2b_{22}+\mu_{12i}(b_{22}+b_{12})]+\\
&+N_y[2b_{12}-\mu_{12i}(b_{12}+b_{11})]]+\cos^{2}\varphi[N_x[2b_{12}-\mu_{12i}(b_{22}+b_{12})]+\\
&+N_y[-2b_{11}+\mu_{12i}(b_{12}+b_{11})]]\bigr]+\frac{q_{xy}^{2}}{b_{33}^{2}}\sin^{2}\varphi\cos^{2}\varphi(\mu_{12i}-1)\Bigr]+\\
&+G_{12}\Bigl[\frac{1}{b_{11}b_{22}-b_{12}^{2}}[N_y(b_{11}+b_{12})-N_x(b_{12}+b_{22})]\sin2\varphi+\frac{q_{xy}}{b_{33}}\cos2\varphi\Bigr]^{2}\Bigr).
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Запишем формулу (9) в виде

$$U=\frac{1}{\delta_{\Sigma}^{2}}U^{*}, \tag{10}$$

где U^* - приведенная потенциальная энергия деформации элемента КМ единичной толщины, минимум функции которой является критерием оптимальности структуры КМ.

С помощью критерия проектирования можно определить (n-1) неизвестных. Количество слоев остается неизвестным. Толщина пакета КМ выступает в виде множителя энергии деформации. Потенциальная энергия деформации не зависит от абсолютных значений толщины, а только от их соотношения.

Критерий прочности запишем в виде критерия проектирования Мизеса - Хилла для каждого слоя [4]:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\delta_\Sigma^2}\Big(\cos^4\varphi_i\left(d_{1i}\varepsilon_x^2+d_{2i}\varepsilon_y^2+d_{4i}\varepsilon_x\varepsilon_y\right)+\sin^4\varphi_i\left(d_{1i}\varepsilon_y^2+d_{2i}\varepsilon_x^2+d_{4i}\varepsilon_x\varepsilon_y\right)+\\
&+\sin^2\varphi_i\cos^2\varphi_i\left[4d_{3i}\left(\varepsilon_x-\varepsilon_y\right)^2+d_{4i}\left(\varepsilon_x^2+\varepsilon_y^2\right)+2\varepsilon_x\varepsilon_y\left(d_{1i}+d_{2i}\right)\right]+\\
&+\gamma_{xy}^2\left[\sin^2\varphi_i\cos^2\varphi_i\left(d_{1i}+d_{2i}-4d_{3i}-d_{4i}\right)+d_{3i}\right]+\\
&+\gamma_{xy}\sin\varphi_i\cos\varphi_i\Big(\cos^2\varphi_i\left[\varepsilon_x\left(2d_{1i}-4d_{3i}-d_{4i}\right)-\varepsilon_y\left(2d_{2i}-4d_{3i}-d_{4i}\right)\right]+\\
&+\sin^2\varphi_i\left[\varepsilon_y\left(2d_{1i}-4d_{3i}-d_{4i}\right)-\varepsilon_x\left(2d_{2i}-4d_{3i}-d_{4i}\right)\right]\Big)\Big)-1\le 0,
\end{aligned} \tag{11}$$

где

$$d_{1i}=\bar{\bar{E}}_{1i}^2\left(\frac{1}{F_{1i}^2}+\frac{\mu_{21i}^2}{F_{2i}^2}-\frac{\mu_{21i}}{F_{1i}F_{2i}}\right);$$

$$d_{2i}=\bar{\bar{E}}_{2i}^2\left(\frac{\mu_{12i}^2}{F_{1i}^2}+\frac{1}{F_{2i}^2}-\frac{\mu_{21i}}{F_{1i}F_{2i}}\right);$$

$$d_{3i}=\frac{G_{12i}^2}{F_{12i}^2};$$

$$d_{4i}=\bar{\bar{E}}_{1i}\bar{\bar{E}}_{2i}\left(\frac{2\mu_{12i}}{F_{1i}^2}+\frac{2\mu_{21i}}{F_{2i}^2}-\frac{1+\mu_{12i}\mu_{21i}}{F_{1i}F_{2i}}\right).$$

Из критерия прочности выражается толщина пакета КМ:

$$\begin{aligned}
\delta_{\Sigma\min}=&\Big(\cos^4\varphi_i\left(d_{1i}\varepsilon_x^2+d_{2i}\varepsilon_y^2+d_{4i}\varepsilon_x\varepsilon_y\right)+\sin^4\varphi_i\left(d_{1i}\varepsilon_y^2+d_{2i}\varepsilon_x^2+d_{4i}\varepsilon_x\varepsilon_y\right)+\\
&+\sin^2\varphi_i\cos^2\varphi_i\left[4d_{3i}\left(\varepsilon_x-\varepsilon_y\right)^2+d_{4i}\left(\varepsilon_x^2+\varepsilon_y^2\right)+2\varepsilon_x\varepsilon_y\left(d_{1i}+d_{2i}\right)\right]+\\
&+\gamma_{xy}^2\left[\sin^2\varphi_i\cos^2\varphi_i\left(d_{1i}+d_{2i}-4d_{3i}-d_{4i}\right)+d_{3i}\right]+\\
&+\gamma_{xy}\sin\varphi_i\cos\varphi_i\Big(\cos^2\varphi_i\left[\varepsilon_x\left(2d_{1i}-4d_{3i}-d_{4i}\right)-\varepsilon_y\left(2d_{2i}-4d_{3i}-d_{4i}\right)\right]+\\
&+\sin^2\varphi_i\left[\varepsilon_y\left(2d_{1i}-4d_{3i}-d_{4i}\right)-\varepsilon_x\left(2d_{2i}-4d_{3i}-d_{4i}\right)\right]\Big)\Big)^{0,5}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Методику проектирования оптимальной структуры КМ по критерию минимума потенциальной энергии деформации можно представить в виде следующего алгоритма:

1) выбирается материал и выписываются его физико-механические свойства;

2) определяется толщина пакета по формуле (11) и корректируется до значения, кратного толщине монослоя;

3) определяется значение приведенной потенциальной энергии деформации;

4) сравниваются минимальные значения толщины пакета и приведенной энергии деформации, назначается тип структуры КМ.

2. Параметрические исследования

Рассмотрим структуру [$\pm\varphi_i$]. Исследуемый материал – углепластик однонаправленный. Физико-механические свойства материала приведены в работе [5].

При внешних усилиях $N_x = N_y = q_{xy} = 5 \cdot 10^5$ Н/м имеем следующие значения потенциальной энергии деформации (табл. 1).

Таблица 1 – Зависимость потенциальной энергии деформации от угла армирования

Угол армирования $\pm\varphi$, град	Толщина пакета δ, мм	Потенциальная энергия деформации U, МПа	Приведенная энергия деформации U^*, Н
0	11,84	0,482	67,5
15	9,2	0,505	42,732
30	5,2	0,867	23,44
45	2,48	2,488	15,302
60	5,2	0,865	23,395
75	9,2	0,504	42,654
90	11,84	0,482	67,5

Таким образом, в данном случае оптимальной является структура [±45°], что соответствует минимальной толщине пакета. Значит, данный критерий не противоречит критерию минимума массы конструкции.

Изменяя значения внешних усилий, можно убедиться, что критерий справедлив во всех случаях. В табл. 2 приведены данные для некоторых вариантов нагружения.

Из данных табл. 2 видно, что критерий проектирования справедлив во всех случаях нагружения. Минимум массы соответствует минимуму приведенной потенциальной энергии деформации.

Таблица 2 – Зависимость толщины пакета и приведенной удельной энергии деформации от характера нагружения для структуры [$\pm\varphi_i$]

	Значения внешних нагрузок							
N_x, Н/м	$5{\cdot}10^5$		$5{\cdot}10^5$		$5{\cdot}10^5$		0	
N_y, Н/м	0		$5{\cdot}10^5$		0		$5{\cdot}10^5$	
q_{xy}, Н/м	0		0		$5{\cdot}10^5$		$5{\cdot}10^5$	
Угол армирования $\pm\varphi$, град	δ, мм	U^*, Н	δ, мм	U^*, Н	δ, мм	U^*, Н	δ, мм	U^*, Н
0	**0,56**	**2,08**	9,76	25,83	6,72	43,75	12,08	66,67
15	0,96	2,52	8,48	22,41	3,76	22,84	9,92	44,41
30	2,08	5,13	4,8	13,41	**2,96**	**15,16**	6,96	30,25
45	3,44	12,23	**1,68**	**7,3**	3,92	20,23	3,92	20,26
60	6,56	20,2	4,72	13,38	6,96	30,22	**2,96**	**15,16**
75	9,2	24,08	8,48	22,39	9,92	44,35	3,76	22,78
90	10	25	9,76	25,83	12,08	66,67	6,72	43,75

Рассмотрим структуру [0, ±φ]. Введем обозначение $\psi = \delta_1/\delta_\Sigma$,

где δ_1 - толщина слоев с углом укладки 0^0;

δ_Σ - суммарная толщина пакета КМ;

$\delta_\Sigma = \delta_1 + 2\,\delta_2$;

δ_2 - толщина слоев с армированием [$\pm\varphi_i$].

Тогда

$$\delta_1 = \psi \cdot \delta_\Sigma, \qquad \delta_2 = \frac{1-\psi}{2} \cdot \delta_\Sigma.$$

В табл. 3 представлены результаты расчета этой структуры при $N_x = q_{xy} = 5{\cdot}10^5$ Н/м, $N_y = 0$.

Таблица 3 – Зависимость потенциальной энергии деформации от структуры пакета КМ [0, ±φ]

Угол армирования $\pm\varphi$, град	Значение ψ					
	0		0,2		0,4	
	δ, мм	U^*, Н	δ, мм	U^*, Н	δ, мм	U^*, Н
0	6,72	43,75	6,72	43,75	6,72	43,75
15	3,76	22,84	4,08	25,04	4,48	27,87
30	**2,96**	**15,16**	2,88	15,72	3,04	17,56
45	3,92	20,23	**2,72**	**15,695**	**2,72**	**15,94**
60	6,96	30,22	3,36	19,19	3,12	18,9
75	9,92	44,35	4,88	30,3	4,64	30,1
90	12,08	66,67	7,28	49,44	6,88	46,27

Продолжение таблицы 3

Угол армирования $\pm\varphi$, град	Значение ψ					
	0,6		0,8		1	
	δ, мм	U^*, Н	δ, мм	U^*, Н	δ, мм	U^*, Н
0	6,72	43,75	6,72	43,75	6,72	43,75
15	4,96	31,56	5,68	36,58		
30	3,52	21,09	4,48	27,88		
45	**3,12**	**18,63**	**4,08**	**25,11**		
60	3,52	21,66	4,48	28,08		
75	5,04	32,56	5,68	36,94		
90	6,8	44,94	6,72	44,21		

Рассмотрим проектирование структуры КМ «в точке» по критерию отсутствия касательных напряжений. Методика расчета по данному критерию приведена в работе [6].

Оптимизация пакета КМ со структурой [±φ]. При внешних усилиях $N_x = N_y = 5{\cdot}10^5$ Н/м, $q_{xy} = 0$ получаем оптимальный угол укладки слоев пакета [±45°]. Таким образом, по двум сравниваемым критериям прочности оптимальной является структура [±45°] (см. табл. 2), это свидетельствует о том, что критерий минимума потенциальной энергии деформации для статически определимых систем приводит к конструкции минимальной массы.

Выводы

Впервые сформулирована задача проектирования структуры КМ в «точке» на основе критерия минимума потенциальной энергии деформации. На основе расчетов для некоторых типовых структур КМ получены зависимости удельной потенциальной энергии деформации от параметров нагружения и структуры КМ.

Сравнение полученных результатов на основе критерия минимума потенциальной энергии деформации с аналогичными исследованиями оптимальной структуры КМ на базе критерия отсутствия касательных напряжений показало, что оптимальные структуры идентичны.

Критерий минимума потенциальной энергии деформации является весьма эффективным для задач оптимального проектирования конструкций максимальной жесткости. При этом критерий удобен тем, что в ряде случаев могут быть удовлетворены одновременно и требования прочности и требования минимума массы. Кроме того, численная реализация данного критерия сводится к сравнительно небольшому числу итераций.

Список использованных источников

1. Бирюк В.И. Методы проектирования конструкций самолетов / В.И. Бирюк, Е.К. Липин, В.М.Фролов. – М.: Машиностроение, 1977. – 232 с.

2. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов / В.В. Васильев. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.

3. Карпов Я.С. Механика композиционных материалов: учеб. пособие / Я.С. Карпов. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2001. – 122 с.

4. Карпов Я.С. Оптимизация структуры композиционного материала панелей летательных аппаратов при ограничениях по прочности, устойчивости и прогибу / Я.С. Карпов // Проблемы прочности. – 2004. – №6 (372). – С. 33-47.

5. Справочник по композиционным материалам: в 2 кн. Кн. 1 / под ред. Дж. Любина; пер. с англ. А.Б. Геллера, М.М. Гельмонта; под ред. Б.Э. Геллера. – М.: Машиностроение, 1988. – 448 с.

6. Карпов Я.С. Проектирование оболочек вращения из композиционных материалов: учеб. пособие по курсовому и дипломному проектированию / Я.С. Карпов, О.С. Муравицкий. – Х.: Харьк. авиац. ин-т, 1997. – 88 с.

Поступила в редакцию 18.02.2009.
Рецензент: канд. техн. наук, доцент, О.В. Ивановская, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков