УДК 629.76

К.В. Аврамов, д-р техн. наук,
С.В. Филипковский, канд. техн. наук,
В.М. Федоров,
В.А. Пирог, канд. техн. наук

ДИСКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ КОЛЕБАНИЙ ПЕРЕКАЧИВАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДАХ С ГАЗОЖИДКОСТНЫМ ДЕМПФЕРОМ

Введение

Одной из проблем при проектировании ракет с ЖРД является продольная устойчивость [1, 2]. В большинстве ракет наблюдаются продольные автоколебания, которые в иностранной литературе называются явлением «pogo». Этот процесс наблюдается, когда основная частота колебаний корпуса ракеты близка к частоте колебаний топлива в трубопроводе окислителя. Если возникает необходимость отстройки собственной частоты колебаний от резонансной частоты, то изменяют собственные частоты колебаний жидкости в топливных трубопроводах, вводя в систему специальные устройства, которые называют сосредоточенными упругостями, или газожидкостными демпферами колебаний [2, 3].

Теоретические основы статики и динамики трубопроводов летательных аппаратов рассмотрены в работе [4]. В монографии [5] рассмотрены общие теоретические аспекты математического моделирования динамического состояния трубопроводных систем, а также вопросы разработки алгоритмических и программных средств численного исследования состояния таких систем. Простая формула для определения первой резонансной частоты топливного трубопровода с сосредоточенной упругостью на конце как системы с одной степенью свободы приведена в работе [2], но только для неразветвлённого трубопровода. Поэтому поставлена задача получения приближенных расчетных формул, которые позволяют определить низшие резонансные частоты колебаний топливных трубопроводов разной конфигурации.

Цель работы – разработать методику и дать простые, приближенные расчетные формулы, которые позволяют определить параметры демпфера колебаний на начальных этапах проектирования ракеты.

1. Математическая модель газожидкостного демпфера колебаний

Газожидкостный демпфер (рис. 1) представляет собой полость *1*, верхняя часть которой заполнена инертным газом. При колебаниях давления в трубопроводе *3* жидкость перетекает через отверстия *4* в полость и обратно. Тогда газ выполняет роль упругого элемента с малой жёсткостью. Количество газа в полости регулируется вдувом через клапан *2*.

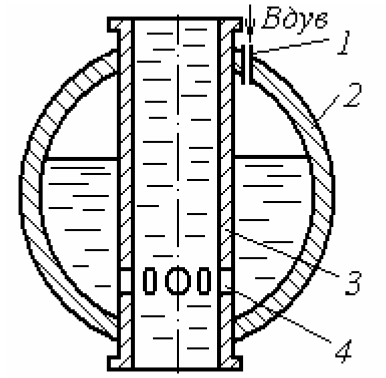


Рисунок 1 – Схема газожидкостного демпфера

Математическая модель газожидкостного демпфера основывается на допущении о несжимаемости жидкости [6]. В этом случае изменение объёма газа в демпфере равно разности расходов жидкости на входе и выходе:

$$\frac{dV_T}{dt} = -F\left(v_3 - v_2\right), \tag{1}$$

где V_T – объем газа в демпфере; v_3 – скорость на выходе из демпфера; v_2 – скорость на входе в демпфер. Так как процессы, происходящие в газе, являются адиабатическими, то соотношение, связывающее давление с объемом, можно представить так [7]:

$$\frac{p_0}{p_T} = \left(\frac{V_T}{V_0}\right)^{\gamma}, \tag{2}$$

где p_0, V_0 – начальное давление и начальный объем; $p_{\text{Т}}$, $V_{\text{Т}}$ – полное давление и объем; γ – показатель адиабаты. Продифференцируем уравнение (2) по времени и получим

$$\frac{dV_T}{dt} = \frac{V_0}{\gamma p_0}\left(1 + \frac{p}{p_0}\right)^{\tilde{\chi}} \dot{p}_T, \tag{3}$$

где $p_T = p_0 + p$; p_0 – постоянная составляющая давления; p – колебания давления; $\tilde{\chi} = -(1+\gamma)/\gamma$.

Соотношение (3) введем в (1) и произведем разложение в ряд Тейлора, учитывая, что $|p/p_0| < 1$. В результате придем к следующему уравнению:

$$v_3 - v_2 = \frac{V_0}{F\gamma p_0}\left[1 + \tilde{\chi}\frac{p}{p_0} + \frac{\tilde{\chi}(\tilde{\chi}-1)}{2}\frac{p^2}{p_0^2} + \ldots\right]\dot{p}. \tag{4}$$

Для достаточно точного анализа динамики трубопровода окислителя необходимо учитывать несколько слагаемых в разложении (4). В этом случае получаем задачу нелинейной динамики, решение которой выходит за рамки настоящей работы и будет рассмотрено в других научных исследованиях.

В дальнейшем предположим, что $\left|p/p_0\right| << 1$. Тогда приходим к следующему соотношению:

$$v_3 - v_2 = -\chi\, \dot{p}, \tag{5}$$

где $\chi = -\dfrac{V_0}{F\,\gamma\, p_0}$.

2. Динамические модели топливоподающих трактов с демпферами

Для получения приближенных динамических моделей трубопроводов с демпферами выберем одну общую стратегию. Так как жесткость демпфера намного меньше жесткости жидкости в трубопроводе, все упругие свойства системы сосредоточим в газожидкостном демпфере, а все инерционные свойства – в жидкости трубопровода [2]. Таким образом, для системы с одним газожидкостным демпфером получается расчетная схема с одной степенью свободы, приближенно описывающая первую собственную частоту колебаний системы.

Выведем формулу для упругости демпфера колебаний. Для этого воспользуемся соотношением (5), которое перепишем так:

$$\frac{F\gamma\, p_0}{V_0}\left(v_3 - v_2\right) = \dot{p}. \tag{6}$$

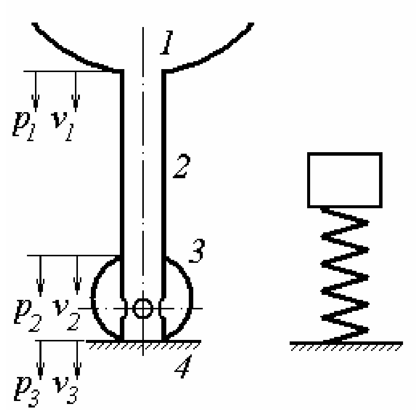
Из этого соотношения формулу для жесткости демпфера c можно представить так:

$$c = \frac{F^2\gamma\, p_0}{V_0}. \tag{7}$$

Массу всего столба жидкости выберем в качестве массы дискретной модели.

Рассмотрим топливоподающий тракт с демпфером, показанным на рис. 2, а. Он состоит из бака *1*, к которому крепится трубопровод *2*, на конце которого установлен газожидкостный демпфер колебаний *3*. Динамическая модель этой системы изображена на рис. 2, б. Она состоит из пружины, которая моделирует демпфер, и дискретной массы, которая описывает столб жидкости. Масса столба жидкости определяется так: $M = \rho LF$, где L – длина трубы. Тогда квадрат собственной частоты f колебаний находится из соотношения

$$f^2 = \frac{F\gamma p_0}{4\pi^2 V_0 \rho L}. \qquad (8)$$



а б

Рисунок 2 – Простейший топливоподающий тракт и его расчетная схема

Нами проведен расчет для трубопровода (рис. 2, а) с параметрами: показатель адиабаты $\gamma = 5/3$; длина трубопровода $L = 6$ *м* ; плотность жидкости $\rho = 1128{,}5$ *кг/м*^{3} ; объем газа $V_0 = 4 \cdot 10^{-2}$ *м*^{3} ; площадь проходного сечения трубопровода $F = 0{,}126$ *м*^{2} ; постоянная составляющая давления в трубопроводе $p_0 = 4 \cdot 10^5$ *Па* ; радиус трубы $r = 0{,}2$ *м* ; толщина стенок трубы $\delta = 0{,}003$ *м*; модуль Юнга материала трубы $E = 6{,}9 \cdot 10^{10}$ *Па*.

В результате расчета по формуле (8) получена собственная частота колебаний $f = 1{,}98$ *Гц*. Более точное значение собственной частоты, которая определяется на основании импедансного метода, составляет $f = 1{,}52$ *Гц*.

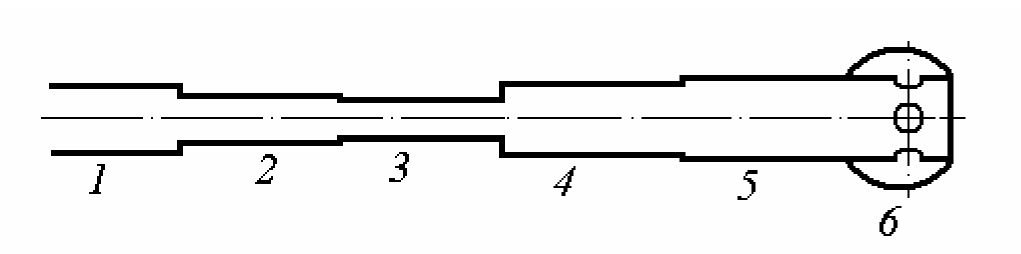


Рисунок 3 – Расчетная схема трубопровода ступенчатого сечения

Определим первую собственную частоту трубопровода со ступенчато изменяющимся сечением, показанного на рис. 3. Простейшая расчетная схема этой системы приведена на рис. 2, б. Массу всего столба жидкости определим так:

$$m = \rho \sum_{i=1}^{5} F_i l_i \ . \tag{8}$$

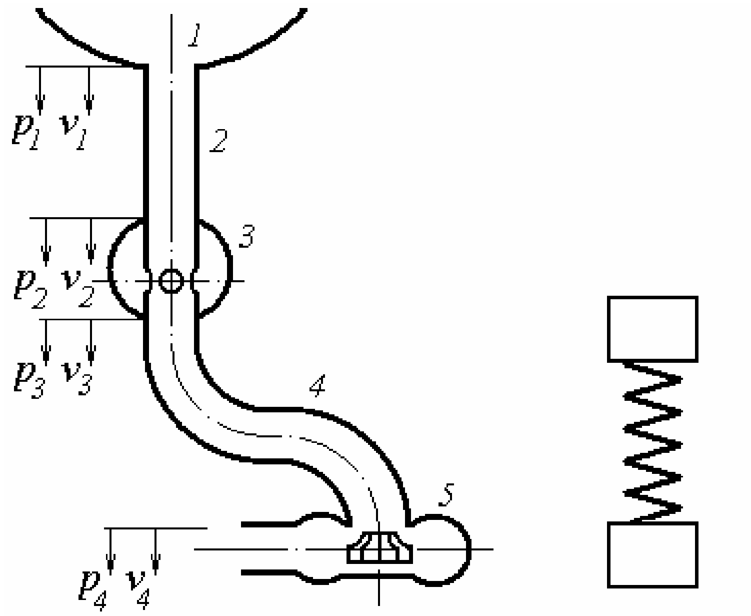
Так как к демпферу подходит труба с поперечным сечением F_5, то формулу для расчета собственных частот представим так:

$$f^2 = \frac{F_5^2 \gamma\, p_0}{4\pi^2 V_0 \rho \sum_{i=1}^{5} F_i\, l_i} \ . \tag{9}$$

Таблица 1 – Параметры трубопровода ступенчатого сечения

	1	2	3	4	5
l_n, *см*	28,0	561,0	247,2	261,3	30,0
D_n, *см*	58,8	58,1	39,0	40,0	50,0
δ_n, *см*	1,1	0,35	0,35	0,3	0,3
E_n, $кг/см^2$	$0{,}69 \cdot 10^5$	$0{,}69 \cdot 10^5$	$0{,}69 \cdot 10^5$	$0{,}21 \cdot 10^7$	$0{,}21 \cdot 10^7$

Параметры рассматриваемого трубопровода приведены в табл. 1. В результате расчетов получаем собственную частоту колебаний $f = 3{,}1\ Гц$. Более точное значение собственной частоты, полученное по континуальной модели, составляет $f = 2{,}4\ Гц$.



а б

Рисунок 4 – Расчетная схема топливоподающего тракта окислителя

Рассмотрим систему, представленную на рис. 4. Она состоит из бака *1* с трубопроводами окислителя *2*, *4*, газожидкостного демпфера *3* и турбонасосного агрегата *5*. На выходе из бака в трубопровод *2* колебания скорости и давления обозначим v_1 и p_1, на входе в газожидкостный демпфер – v_2 и p_2, на выходе из газожидкостного демпфера – v_3 и p_3, а на входе в турбонасосный агрегат – v_4 и p_4.

Теперь определим первую собственную частоту этой системы. Здесь два столба жидкости соединяются демпфером. Эти столбы жидкости описываются двумя дискретными массами, которые соединяются между собой пружиной. Она моделирует газожидкостный демпфер. Собственная частота колебаний такой системы рассчитывается так:

$$f^2 = \frac{1}{4\pi^2} c \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{F^2 \gamma p_0 (m_1 + m_2)}{V_0 m_1 m_2} . \qquad (10)$$

При выводе этого соотношения предполагается, что две трубы имеют одинаковую площадь поперечного сечения. Массы обоих столбов жидкости одинаковые: $m_1 = m_2 = \rho F l$. Тогда собственную частоту колебаний системы можно определить так:

$$f^2 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{2F^2 \gamma p_0}{V_0 \rho F l} . \qquad (11)$$

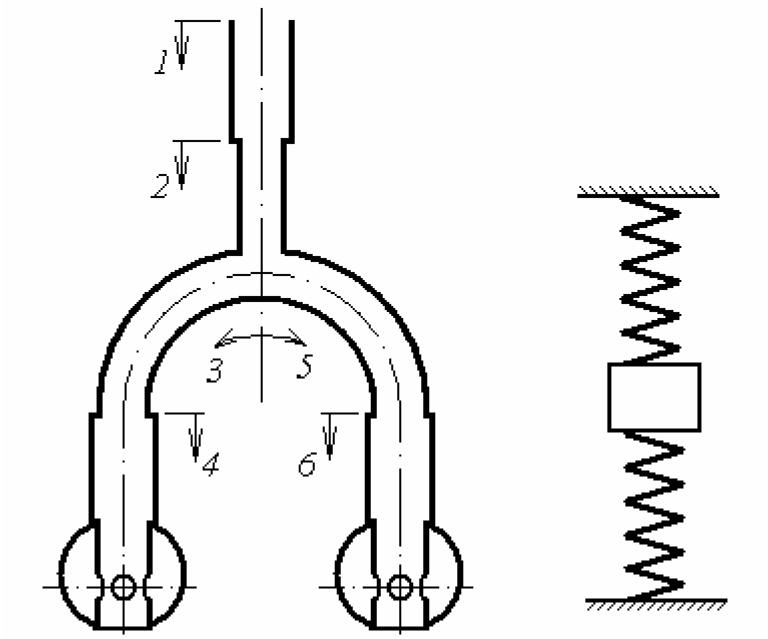
Численные расчеты проводились для параметров системы, показанной на рис. 4. В результате расчетов получили, что первая частота колебаний $f = 3{,}9\,Гц$. Более точное значение частоты, полученной из континуальной модели топливоподающего тракта окислителя, составляет $f = 2{,}138\,Гц$.

Теперь рассмотрим простейшую модель трубопровода с коллектором и двумя демпферами (рис. 5, а). Для моделирования первой собственной частоты топливоподающий тракт представляется в виде одной сосредоточенной массы и двух пружин, которые описывают демпферы с малой жесткостью. Простейшая модель этой системы представлена на рис. 5, б. Собственная частота этой системы определяется так:

$$f^2 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{2c}{m} \qquad (12)$$

Так как к двум демпферам подходят трубопроводы с площадью поперечного сечения F_4, то собственная частота колебаний определяется так:

$$f^2 = \frac{F_4^2 \gamma\, p_0}{2\pi^2 V_0 \rho \sum\limits_{i=1}^{6} F_i\, l_i} . \qquad (13)$$



а. б.

Рисунок 5 – Разветвлённый трубопровод с демпферами колебаний и его расчетная схема

На основании этого соотношения проводился расчет собственной частоты трубопровода с параметрами, представленными в табл. 2. Первая собственная частота трубопровода имеет следующее значение: $f = 1{,}172\ Гц$. Более точное значение частоты, которая определяется на основании континуальной модели, $f = 2{,}259\ Гц$.

Таблица 2 – Параметры разветвленного трубопровода

	1	2	3	4	5	6
l_n, м	2,302	5,67	1,512	4,818	1,512	4,818
R_n, м	0,2905	0,200	0,125	0,140	0,125	0,140
δ_n, м	0,0035	0,0035	0,0025	0,002	0,0025	0,002
E_n, $кг/см^2$	$0{,}69\cdot10^5$	$0{,}69\cdot10^5$	$0{,}21\cdot10^7$	$0{,}21\cdot10^7$	$0{,}21\cdot10^7$	$0{,}21\cdot10^7$

Все полученные формулы для расчета собственных частот представим в виде одной обобщающей формулы, которая примет следующий вид:

$$f^2 = \frac{F^2 \gamma p_0}{4\pi^2 V_0 \rho V}, \tag{14}$$

где V – объем всего трубопровода.

Предположим, что заранее задается необходимая величина собственной частоты колебаний жидкости в трубопроводе. Она должна принимать такое значение после установки в топливоподающем тракте демпфера колебаний. Тогда при установке демпфера был определен объём его газовой полости, который обеспечивает заданную собственную частоту:

$$V_0 = \frac{F^2 \gamma p_0}{f^2 \rho V 4\pi^2}\ . \tag{15}$$

После определения параметров демпфера по приближенной формуле проводится уточненный расчет трубопровода с демпфером как континуальной системы. Это можно выполнить методом четырехполюсника, или импедансным методом [6, 8].

Заключение

В статье предложена простая методика выбора параметров демпфера колебаний, основанная на определении первой собственной частоты трубопровода с демпфером по формулам для системы с одной степенью свободы. Результаты исследований применены для расчета разветвлённых топливоподающих трактов ракет.

Список использованных источников

1. Колесников К.С. Динамика топливных систем ЖРД / К.С. Колесников, Е.А. Самойлов, С.А. Рыбак. – М.: Машиностроение, 1975. – 172 с.
2. Натанзон М.С. Продольные автоколебания жидкостной ракеты / М.С. Натанзон. – М.: Машиностроение, 1977. – 206 с.
3. Овсянников Б.В. Теория и расчет агрегатов питания жидкостных ракетных двигателей / Б.В. Овсянников, Б.И. Боровский. – М.: Машиностроение, 1986. – 376 с.
4. Башта Т.М. Гидравлические приводы летательных аппаратов / Т.М. Башта. – М.: Машиностроение, 1967. – 498 с.
5. Черночуб И.П. Динамика трубопроводных систем / И.П. Черночуб, А.Е. Попов, П.Д. Доценко. – Х.: Основа, 1998. – 222 с.
6. Пилипенко В.В. Кавитационные автоколебания и динамика гидросистем / В.В. Пилипенко, В.А. Задонцев, М.С. Натанзон. – М.: Машиностроение, 1977. – 352 с.
7. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1 / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1970. – 512 с.
8. Гликман Б.Ф. Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей / Б.Ф. Гликман. – М.: Машиностроение, 1989. – 296 с.

Поступила в редакцию 04.07.09.
Рецензент: д-р техн. наук, проф. М.Е. Тараненко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков