## ПРИВЕДЕННЫЕ ПРЕДЕЛЫ ПРОЧНОСТИ ТРУБЧАТЫХ ЗАПОЛНИТЕЛЕЙ ДЛЯ КОМПОЗИТНЫХ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПАНЕЛЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

В работе [1] приведена методика предэскизного проектирования панельных композитных конструкций летательных аппаратов с трубчатым заполнителем, получившим широкое применение в агрегатах отечественных самолетов АНТК «Антонов» благодаря ряду преимуществ перед сотовыми и гофровыми заполнителями [2 - 3].

В работе [4] синтезированы физико-механические характеристики трубчатых заполнителей, необходимые для проектирования этого класса конструкций и их поверочного расчета с использованием современных компьютерных технологий на базе широко применяемых пакетов, реализующих конечноэлементные модели.

Если приведенные физико-механические характеристики трубчатого заполнителя (ТЗ) необходимы для определения напряженнодеформированного состояния в соответствующем слое сложной панели (компонент матрицы жесткости физического закона этого слоя) при заданных внешних нагрузках, то приведенные пределы прочности заполнителя позволяют проверить его прочность по принятому критерию прочности.

Ниже изложена методика синтеза приведенных характеристик пределов прочности ТЗ из полимерных композиционных материалов (КМ) при растяжении, сжатии и сдвиге.

Как и в работе [4], при получении приведенных характеристик использована идея о равенстве предельных относительных осевых и сдвиговых деформаций в типовом сплошном элементе T3 и равному ему по объему типовом элементе, учитывающем только содержащийся в нем материал T3.

## 1. Приведенные пределы прочности ТЗ при растяжении и сжатии

**1.1.** Приведенный предел прочности ТЗ в направлении оси *Z* определится из следующих условий.

Рассматривая тот же типовой элемент ТЗ, что и в случае определения  $E_{npus_Z}^{+(-)}$  в работе [4] (рис. 1), и принимая, что КМ ТЗ деформируется упруго вплоть до разрушения, получаем для приведенных относительных деформаций в направлении оси  $Z \, \varepsilon_{snpus_Z}^{+(-)}$ :

$$\frac{\Delta I}{I} = \varepsilon_{e_{npueZ}}^{+(-)} = \frac{\sigma_{e_{npueZ}}^{+(-)}}{E_{npueZ}^{+(-)}}, \qquad (1)$$

где  $\sigma_{e_{npueZ}}^{+(-)}$ ,  $E_{npueZ}^{+(-)}$  - приведенные предел прочности и модуль упругости ТЗ в направлении оси *Z* при растяжении (+) и сжатии (-).



Рисунок 1 – Типовой элемент ТЗ для определения модуля упругости  $E_{npusZ}^{+(-)}$ :

а - сплошной элемент; б - реальный трубчатый элемент

В то же время предельное относительное удлинение этого элемента при учете только материала трубки

$$\varepsilon_{mpZ}^{+(-)} = \frac{\sigma_{e_{ZKM}}^{+(-)}}{E_{ZKM}^{+(-)}},$$
(2)

где  $\sigma_{e_{ZKM}}^{+(-)}$ ,  $E_{ZKM}^{+(-)}$  - предел прочности и модуль упругости КМ в направлении оси *Z*.

Приравняв (1) и (2), с учетом значений приведенного модуля упругости в направлении оси *Z*, определенного в работе [4], получим:

- в случае растяжения

$$\sigma_{e_{npueZ}}^{+} = \frac{\sigma_{e_{KM}}^{+}}{E_{ZKM}^{+}} \cdot \frac{2(t+h)\delta_{mp}}{ht} \sigma_{e_{ZKM}}^{+}; \qquad (3)$$

- в случае сжатия без потери устойчивости элемента трубки толщиной  $\delta_{mp}$  и шириной t

$$\sigma_{\mathbf{e}_{\Pi p u \mathbf{e} Z}}^{-} = \frac{2(t+h)\delta_{mp}}{ht} \sigma_{\mathbf{e}_{Z \mathbf{K} \mathbf{M}}}^{-}; \qquad (4)$$

$$\sigma_{e_{\Pi P U B Z}}^{-} = \sigma_{\kappa \rho_{m p Z}}, \qquad (5)$$

где критические напряжения  $\sigma_{\kappa p_{mpZ}}$  зависят от того, в каком из пластинчатых элементах трубки раньше наступит потеря устойчивости.

Однако пластинчатый элемент трубки шириной *t* и достаточно большой длины *l* (*l*>>*t*) в панели подкреплен ее обшивкой и сжимается совместно с ней.

Поэтому потеря устойчивости этого элемента практически невозможна вследствие значительной жесткости обшивки. Для пластинчатого элемента шириной *h* с учетом того, что устойчивость может терять только трубка толщиной  $2\delta_{mp}$ , в соответствии с работой [5]

$$\sigma_{\kappa p_{mpZ}} = \frac{\pi^2 \sqrt{D_Z D_X}}{2h^2 \delta_{mp}} \left( 1 + \frac{D}{\sqrt{D_Z D_X}} \right). \tag{6}$$

Здесь  $D_Z$ ,  $D_X$ , D - цилиндрические жесткости ортотропной пластины:

$$D_{Z} = \frac{E_{Z\kappa M}^{-} \delta_{mp}^{3}}{12(1 - v_{ZX\kappa M} v_{XZ\kappa M})};$$
<sup>(7)</sup>

$$D_{\chi} = \frac{E_{\chi_{KM}}^{-} \delta_{mp}^{3}}{12(1 - v_{Z\chi_{KM}} v_{\chi_{ZKM}})}; \qquad (8)$$

$$D = D_{Z} v_{XZKM} + 2 \frac{G_{XZKM} \delta_{mp}^{3}}{12} = \left( \frac{E_{ZKM}^{-} v_{XZKM}}{1 - v_{XZKM} v_{ZXKM}} + 2G_{XZKM} \right) \cdot \frac{\delta_{mp}^{3}}{12},$$

$$(9)$$

где v<sub>ZXкм</sub>, v<sub>XZкм</sub> - коэффициенты Пуассона материала трубки; *G<sub>XZкм</sub>* - модуль сдвига материала трубки в плоскости *XOZ*.

Таким образом, в случае сжатия

$$\sigma_{\boldsymbol{e}_{npu\boldsymbol{\beta}Z}}^{-} = \min \left[ \sigma_{\boldsymbol{e}_{KMZ}}^{-} \frac{2(t+h)\delta_{mp}}{ht}, \sigma_{\kappa p_{mpZ}} \right]_{h}, \quad (10)$$

где  $D_{\kappa p_{mpZ}} \Big|_{h}$  определяется формулой (6).

**1.2.** Приведенный предел прочности ТЗ в направлении оси *X*  $\sigma_{e_{прив}X}^{+(-)}$  определяется из следующих условий.

Рассмотрим тот же типовой элемент ТЗ, что и в случае определения  $E_{npusX}^{+(-)}$  в [4] (рис. 2).



Рисунок 2 – Типовой конструктивный элемент Т3 при нагружении в направлении оси *X* 

Принимая, как и ранее, что КМ ТЗ деформируется упруго вплоть до разрушения, получаем предельную относительную деформацию

$$\varepsilon_{e_{npueX}}^{+(-)} = \frac{\sigma_{e_{npueX}}^{+(-)}}{E_{npueX}^{+(-)}}.$$
(11)

При нагружении элемента растягивающей нагрузкой *p*<sub>X</sub> его несущая способность определится пределом прочности клея – связующего  $\sigma_{g_{KT}}$ . Так, предельное относительное удлинение этого элемента при учете только материала трубки

$$\varepsilon_{mpX} = \frac{\sigma_{e_{K\Pi}}}{E_{XKM}^+}.$$
(12)

Приравнивая (11) и (12), с учетом значений приведенного модуля упругости в направлении оси *X*, определенного в работе [4], равного

$$E_{npus}^{+} = \frac{2\delta_{mp}}{h} E_{X\kappa M}^{+}.$$
 (13)

получаем:

- в случае растяжения

$$\sigma^{+} \epsilon_{n \rho u \epsilon X} = E_{\kappa M}^{+} \frac{2\delta_{m \rho}}{h} \frac{\sigma_{\epsilon_{\kappa \Pi}}}{E_{\kappa \Pi}}; \qquad (14)$$

- в случае сжатия без потери устойчивости элемента трубкипластины шириной / и длиной *t* его прочность определяется не прочностью клея – связующего как при растяжении, а пределом прочности КМ в направлении оси Х  $\sigma_{e_{KMX}}^-$ . Тогда

$$\frac{\overline{\sigma_{e_{\Pi P U B X}}}}{E_{\Pi P U B X}^{-}} = \frac{\overline{\sigma_{e_{K M X}}}}{E_{X \kappa M}^{-}}$$
(15)

или с учетом значения  $E^-_{npubX}$ , определенного в [4] и равного

$$E^{-}_{npueX} = \frac{2\delta_{mp}}{h}E^{-}_{X\kappa M}, \qquad (16)$$

получим

$$\sigma_{e_{\Pi p \mu e X}}^{-} = \sigma_{e_{KMX}}^{-} \frac{2\delta_{mp}}{h}.$$
(17)

Как уже отмечалось в п.1.1, сжатый конструктивный элемент трубки шириной / и длиной *t* подкреплен жесткой обшивкой панели, вследствие чего потеря его устойчивости исключается и приведенный предел прочности T3 в направлении оси *X* определяется формулой (17).

**1.3.** Приведенный предел прочности ТЗ в направлении оси *Y*  $\sigma^{+(-)}_{\mathfrak{e}_{прив}Y}$  определяется из следующих условий.

Типовой элемент ТЗ в плоскости ХОҮ принимается таким же, что и в случае определения  $E_{npusY}^{+(-)}$  (рис. 3).



Рисунок 3 – Типовой конструктивный элемент Т3 при нагружении в направлении оси Y

Как и ранее, считается, что КМ ТЗ деформируется упруго вплоть до разрушения.

Тогда получим предельную относительную деформацию

$$\varepsilon_{e_{\Pi \rho \mu e}}^{+(-)} = \frac{\sigma_{e_{\Pi \rho \mu e}Y}^{+(-)}}{E_{\Pi \rho \mu e}^{+(-)}}.$$
(18)

В то же время предельная относительная деформация этого элемента при учете только материала трубки

$$\varepsilon_{mpY}^{+(-)} = \frac{\sigma_{e_{KMY}}^{+(-)}}{E_{Y_{KM}}^{+(-)}}.$$
(19)

Приравнивая (18) и (19), с учетом значений приведенного модуля упругости  $E_{npusX}^{+(-)}$ , определенного в работе [4], получаем:

- в случае растяжения

$$\frac{\sigma_{e_{\Pi P U B Y}}^{+}}{E_{\Pi P U B Y}^{+}} = \frac{\sigma_{e_{KM}Y}^{+}}{E_{YKM}^{+}}$$
(20)

или

$$\sigma^{+}_{e_{\Pi P U e Y}} = \frac{2\delta_{m p} \sigma^{+}_{e_{K M Y}}}{t}; \qquad (21)$$

- в случае сжатия без потери устойчивости элемента трубки

$$\sigma_{e_{\Pi P U B Y}}^{-} = \frac{2\delta_{mp}}{t} \sigma_{e_{KMY}}^{-}; \qquad (22)$$

- в случае сжатия с потерей устойчивости пластинчатого элемента трубки шириной h и толщиной  $2\delta_{mp}$  и (l>>h) из формулы [5] при  $h_{/l} \to 0$  получим

$$\sigma_{\kappa\rho_{mp}\gamma} = \frac{\pi^2 D_Z}{2h^2 \delta_{mp}},\tag{23}$$

где *D<sub>Z</sub>* - цилиндрическая жесткость трубчатого элемента в направлении оси *Z*:

$$D_Z = \frac{2E_{Z\kappa M}^- \delta_{mp}^3}{3(1 - v_{YZ\kappa M} v_{ZY\kappa M})}.$$
 (24)

Таким образом, в случае сжатия

$$\sigma_{e_{\pi p \mu e Y}}^{-} = min \left[ \frac{2\delta_{mp}}{t} \sigma_{e_{KMY}}^{-}, \sigma_{\kappa p_{mpY}} \right], \qquad (25)$$

где  $\sigma_{\kappa\rho_{mpY}}$  определяется формулой (23).

## 2. Приведенные пределы прочности при сдвиге ТЗ

Приведенные пределы прочности ТЗ при сдвиге определяются при условии упругого деформирования КМ ТЗ до разрушения.

**2.1.** Предел прочности  $\tau_{eXZ}$  определяется из условия равенства относительных углов сдвига  $\gamma_{npueXZ}$  и  $\gamma_{mpXZ}$ :

$$\frac{\tau_{e_{npue}\chi_Z}}{G_{npue\chi_Z}} = \frac{\tau_{e_{mp\chi_Z}}}{G_{\kappa M \chi_Z}}.$$
(26)

Откуда с учетом значения  $G_{привXZ}$ , полученного в [4]:

$$\tau_{e_{\Pi p \mu e_{XZ}}} = \frac{2\delta_{mp}}{h} \tau_{e_{KM}XZ}.$$
(27)

Конструктивный элемент трубки в плоскости *XOZ* подкреплен жесткой на сдвиг обшивкой панели, поэтому потеря его устойчивости не реализуется.

**2.2.** Предел прочности при сдвиге  $\tau_{e_{npueYZ}}$  определяется аналогичным образом с учетом значения модуля сдвига  $G_{npueYZ}$ , полученного в работе [4]:

$$\tau_{e_{\pi p \mu e YZ}} = \frac{2\delta_{mp}}{h} \tau_{e_{KM}YZ}.$$
(28)

В противном случае предел прочности в плоскости YOZ определяется формулой, приведенной в работе [5] для пластинчатого элемента (рис. 4).



Рисунок 4 – Устойчивость элемента трубки при сдвиге в плоскости *YOZ* 

Критическое напряжение  $au_{\kappa 
ho XZ}$  определяется формулой

$$\tau_{\kappa\rho\,YZ} = \frac{\pi^2 \sqrt{D_Y D_Z}}{h^2 \delta_{m\rho}} \sqrt{4 + 3 \frac{\sqrt{D_Y D_Z}}{D} + \frac{D}{\sqrt{D_Y D_Z}}}, \qquad (29)$$

где *D* и *D*<sub>Y</sub> определяются формулами из работы [5]:

$$D_{Y} = \frac{2E_{Y_{KM}}^{-}\delta_{mp}^{3}}{3(1 - v_{YZ_{KM}}v_{ZY_{KM}})},$$

$$D = D_{Y}v_{YZ_{KM}} + 2\frac{G_{XZ_{KM}}\delta_{mp}^{3}}{12} =$$

$$= \left(\frac{E_{X_{KM}}v_{ZY_{KM}}}{1 - v_{YZ_{KM}}v_{ZY_{KM}}} + 2G_{XZ_{KM}}\right) \cdot \frac{\delta_{mp}^{3}}{12}.$$
(30)
(31)

 $D_Z$  определяется зависимостью (24).

Таким образом, предел прочности при сдвиге в плоскости YOZ определяется как наименьшее из значений:

$$\tau_{e_{npubYZ}} = min \left[ \frac{2\delta_{mp}}{h} \tau_{e_{KMYZ}}, \tau_{KpYZ} \right], \qquad (32)$$

где  $\tau_{\kappa p \, YZ}$  определяется формулой (29).

**2.3.** Предел прочности τ<sub>впривXY</sub> определяется также по аналогии с п. 2.1 и п. 2.2 с учетом значения модуля сдвига *G*<sub>привXY</sub>, полученного в работе [4]:

$$\tau_{\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{p}\boldsymbol{U}\boldsymbol{\mathcal{B}}\boldsymbol{X}\boldsymbol{Y}}} = \frac{2\delta_{\boldsymbol{m}\boldsymbol{p}}}{h} \tau_{\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{K}\boldsymbol{M}}\boldsymbol{X}\boldsymbol{Y}} \,. \tag{33}$$

Потеря устойчивости элементов трубки при действии сдвигающих сил в плоскости *XOY* не реализуется вследствие подкрепления жесткой на сдвиг обшивкой панели.

1. Гайдачук B.E. Методика предэскизного проектирования панельных композитных конструкций летательных аппаратов С B.E. трубчатым заполнителем / Гайдачук, A.B. Кондратьев, Е.В. Омельченко // Вопросы проектирования и производства конструкций аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. летательных ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». - Х., 2009. - Вып.59 (3) – С. 73 - 84.

2. Цариковский В.И. АНТК «Антонов» – лидер в создании конструкций из композиционных материалов в авиастроении // Авиационно-космическая техника и технология: сб. науч. тр. – 2006. – №1 (27). – С. 25 - 31.

3. Опыт применения сотовых конструкций в изделиях «Ан» / А.М. Баранников, А.В. Мирошников, Г.В. Неминский и др. // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 49 (2). – Х., 2007. – С. 9 - 16.

4. Гайдачук B.E. Приведенные физико-механические характеристики трубчатого заполнителя для трехслойных конструкций аппаратов / В.Е. Гайдачук, А.В. Кондратьев, Е.В. летательных Омельченко // Открытые информационные И компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Х., 2009. – Вып. 44.

5. Пластинки и оболочки из стеклопластиков: учеб. пособие / В.Л. Бажанов, И.И. Гольденблат, В.А. Копнов и др. – М.: Высш. шк., 1970. – 408 с.

Поступила в редакцию 21.11.09. Рецензент: канд. техн. наук, проф. В.В. Кириченко Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков