

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СТРИНГЕРНЫХ ПАНЕЛЕЙ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Из схемы термомеханического нагружения (рис. 1) видно, что в элементах панели действуют напряжения в ее плоскости, изгибные напряжения, температурные напряжения в плоскости, а также напряжения, связанные с взаимодействием панели с «соседями» в системе конструктивных элементов агрегата (например, крыла). Для формирования системы ограничений на прочность элементов панели (обшивки и стрингеров) необходимо знать распределение усилий между ними, которое зависит от соотношения их геометрических и жесткостных параметров. Это обстоятельство значительно осложняет расчет на прочность.

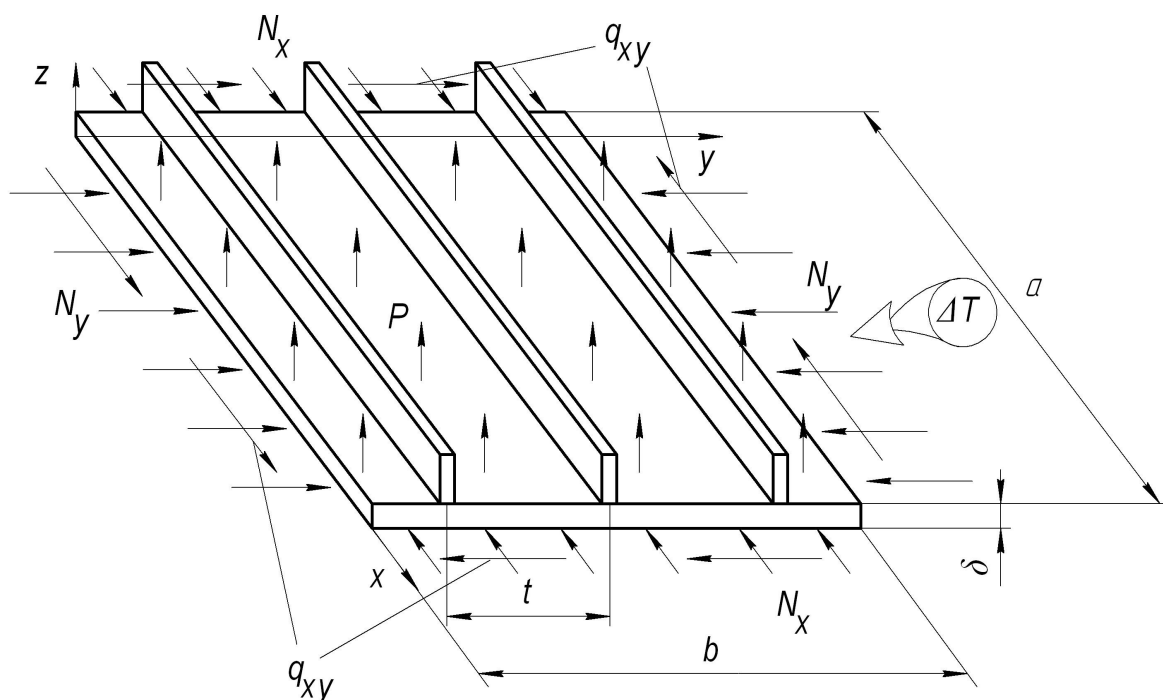


Рисунок 1 – Схема типового нагружения панели

Рассмотрим подробно задачу распределения внешних и внутренних (пуассоновых и температурных) усилий между обшивкой и стрингерами. По оси x обшивка и стрингеры, будучи соединенными между собой, деформируются совместно, т.е. деформации обшивки и стрингера –

$$\varepsilon_{обш} = \varepsilon_{стр} \quad \text{или} \quad \frac{\sigma_x}{E_x} = \frac{\sigma_{стр}}{E_{стр}}. \quad (1)$$

С другой стороны, из уравнения равновесия имеем равенство

$$\sigma_x \cdot \delta \cdot b + \sigma_{cmp} \cdot n_{cmp} \cdot f = N_x \cdot b. \quad (2)$$

Из этой системы двух уравнений получим формулы для расчета усилий в обшивке и стрингерах от внешней нагрузки:

$$N_{обш} = \sigma_x \cdot \delta = \frac{N_x}{1 + \frac{fE_{cmp}}{t\delta E_x}}; \quad N_{cmp} = \frac{N_x t}{1 + \frac{t\delta E_x}{fE_{cmp}}}. \quad (3)$$

При растяжении (сжатии) по оси y обшивка получает по оси x пуассоновы деформации (рис. 2, а), но стрингеры стесняют эти деформации (мешают обшивке свободно деформироваться). Вследствие этого в стрингерах и обшивке возникают дополнительные напряжения по оси x .

Свободная (нестесненная) деформация обшивки по оси x от усилий N_y вычисляется формулой

$$\varepsilon_{хсв} = -\varepsilon_y \mu_{yx} = -\frac{N_y}{\delta E_y} \mu_{yx}, \quad (4)$$

но стрингеры стесняют деформацию обшивки и в результате она оказывается растянутой по оси x , а стрингеры – сжатыми.

Уравнение равновесия сил на ось x имеет вид

$$\sigma_x^* \delta + N_{cmp}^* \cdot \frac{1}{t} = 0. \quad (5)$$

Выразив σ_x^* и N_{cmp}^* через деформации, получим

$$\sigma_x^* = E_x (\varepsilon_{хст} - \varepsilon_{хсв}); \quad N_{cmp}^* = E_{cmp} \cdot \varepsilon_{хст} \cdot f, \quad (6)$$

где $\varepsilon_{хсв}$, $\varepsilon_{хст}$ – соответственно свободная и стесненная деформация панели.

Подставим эти зависимости в уравнение (5) и найдем

$$\varepsilon_{хст} = -\frac{N_y t \mu_{xy}}{E_x \delta t + E_{cmp} f}. \quad (7)$$

С учетом этого пуассоновы напряжения в обшивке и усилия в стрингерах будут определяться формулами:

$$N_{cmp}^* = -\frac{N_y t \mu_{xy}}{\frac{E_x \delta t}{E_{cmp} f} + 1}; \quad N_{обш}^* = \frac{N_y \mu_{xy}}{\frac{E_x \delta t}{E_{cmp} f} + 1}. \quad (8)$$

При изменении температуры панели (нагрев или охлаждение) появляются температурные деформации из-за разности коэффициентов линейного температурного расширения (рис. 2, б). Полагая достаточно частое расположение подкрепления, можно считать, что деформация

обшивки по ширине панели постоянна. Тогда, составив два уравнения (равновесия и совместности деформаций), найдем деформацию панели и усилия в ее элементах:

$$\varepsilon_{xcm} = \Delta T \frac{E_x \delta t \alpha_x + E_{cmp} f \alpha_{cmp}}{E_x \delta t + E_{cmp} f}; \quad (9)$$

$$N_{обш}^{**} = \frac{E_x \delta \Delta T (\alpha_{cmp} - \alpha_x)}{\frac{E_x \delta t}{E_{cmp} f} + 1}; \quad N_{cmp}^{**} = \frac{E_x \delta t \Delta T (\alpha_x - \alpha_{cmp})}{\frac{E_x \delta t}{E_{cmp} f} + 1}, \quad (10)$$

где ΔT – перепад температуры;

α_x, α_{cmp} – КЛТР КМ обшивки и стрингера по оси x.

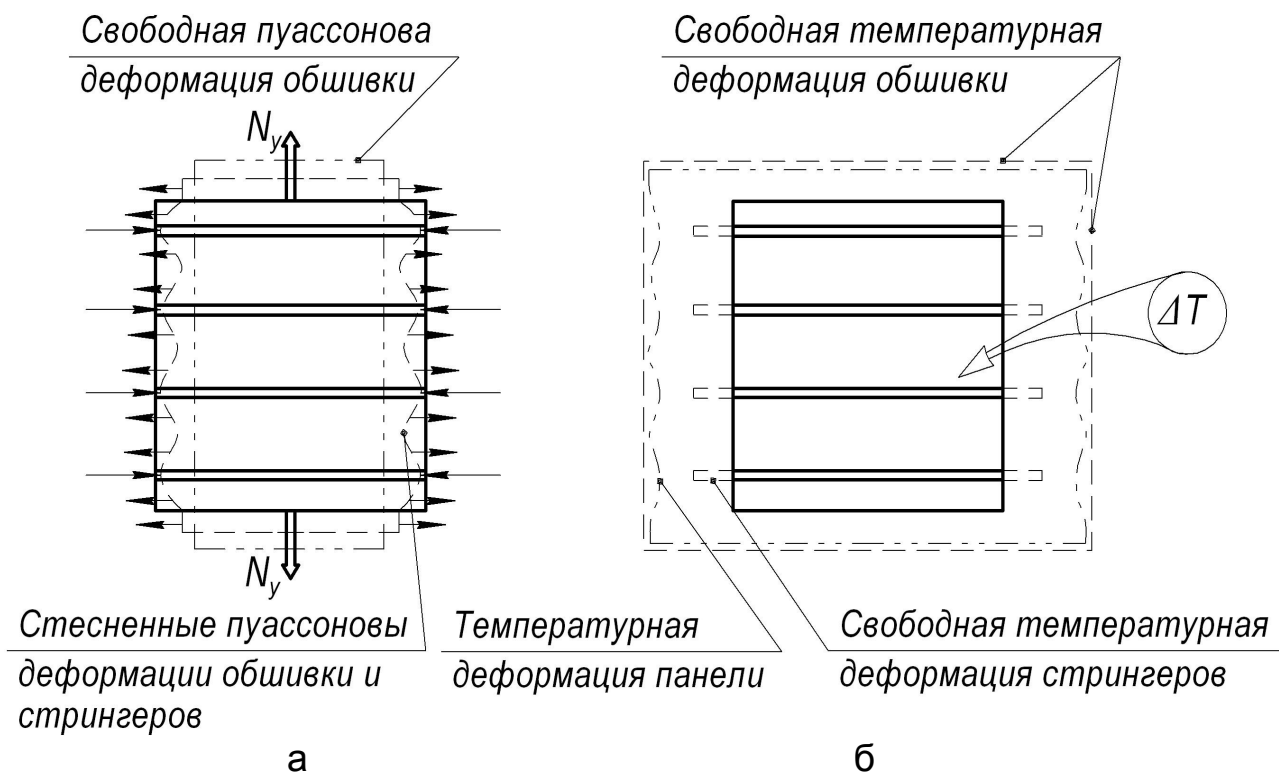


Рисунок 2 – К определению пуассоновых усилий (а) и температурных деформаций (б) в стрингерах

Суммарные усилия представим в виде

$$N_{обш} = \frac{N_x}{1 + \frac{f E_{cmp}}{t \delta E_x}} + \frac{N_y \mu_{xy}}{\frac{E_x \delta t}{E_{cmp} f} + 1} + \frac{E_x \delta \Delta T (\alpha_{cmp} - \alpha_x)}{\frac{E_x \delta t}{E_{cmp} f} + 1}; \quad (11)$$

$$N_{cmp} = \frac{N_x t}{1 + \frac{t \delta E_x}{f E_{cmp}}} - \frac{N_y t \mu_{xy}}{\frac{E_x \delta t}{E_{cmp} f} + 1} + \frac{E_x \delta \Delta T (\alpha_{cmp} - \alpha_x)}{\frac{E_x \delta t}{E_{cmp} f} + 1}.$$

Расчет на прочность очень усложняется за счет того, что напряжения в обшивке и стрингерах взаимосвязаны, т.е. зависят друг от друга. Для обеспечения некоторой самостоятельности в проектировании обшивки и стрингеров совершим маневр расчетной схемой. В условии прочности стрингера

$$\sigma_{cmp} = \frac{N_{cmp}}{f} \leq F_{cmp} \quad (12)$$

присутствует только площадь поперечного сечения, а параметры формы на это условие не влияют. Это позволяет «размазать» стрингеры по всей поверхности обшивки (рис. 3) и рассматривать их как условный слой толщиной $\delta_{cmp} = f / t$, углом армирования $\varphi_{cmp} = 0$ и со следующими физико-механическими свойствами: $E_1 = E_{cmp}$; $E_2 = G_{12} = \mu_{12} = \mu_{21} = 0$; $F_1 = F_{cmp}$; $\alpha_1 = \alpha_{cmp}$; $\alpha_2 = 0$.

Тогда жесткости панели в ее плоскости вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} B_{11}^* &= B_{11} + \delta_{cmp} E_{cmp}; & B_{22}^* &= B_{22}; \\ B_{12}^* &= B_{12}; & B_{33}^* &= B_{33}. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь $B_{11}, B_{12}, B_{22}, B_{33}$ – жесткости обшивки панели.

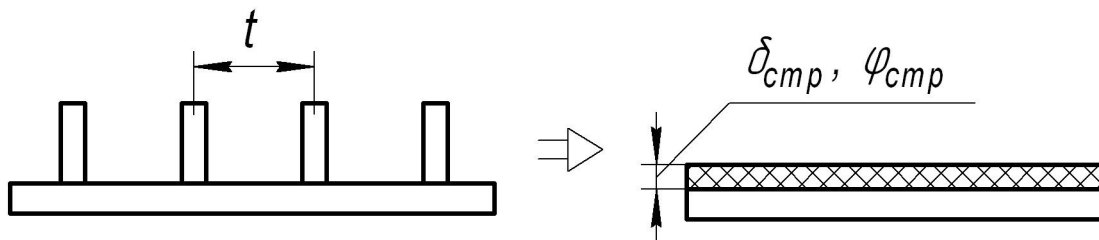


Рисунок 3 – Переход от стрингерной панели к однородной со «стрингерным» слоем

Этот маневр позволяет записать условие прочности для обшивки с одним дополнительным слоем, причем, учитывая его упругие свойства, все критерии прочности для «стрингерного» слоя принимают вид

$$\sigma_{cmp} = \sigma_1 \leq F_{cmp}. \quad (14)$$

Таким образом, предлагаемый маневр расчетной схемой (переход от дискретных стрингеров к условному стрингерному слою) позволяет

автоматически учесть температурные и пуассоновы деформации путем использования соответствующих зависимостей физического закона [1]:

$$\varepsilon_x = \frac{N_x B_{22}^* - N_y B_{12}^*}{B_{11}^* B_{22}^* - B_{12}^{*2}} + \alpha_x \Delta T = \frac{N_x B_{22} - N_y B_{12}}{B_{22} (B_{11} + \delta_{cmp} E_{cmp}) - B_{12}^2} + \alpha_x \Delta T; \quad (15)$$

$$\varepsilon_y = \frac{N_y (B_{11} + \delta_{cmp} E_{cmp}) - N_y B_{12}}{B_{22} (B_{11} + \delta_{cmp} E_{cmp}) - B_{12}^2} + \alpha_y \Delta T; \quad \gamma_{xy} = \frac{q_{xy}}{B_{33}}.$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1i} &= \varepsilon_x \cos^2 \varphi_i + \varepsilon_y \sin^2 \varphi_i + \gamma_{xy} \sin \varphi_i \cos \varphi_i; \\ \varepsilon_{2i} &= \varepsilon_x \sin^2 \varphi_i + \varepsilon_y \cos^2 \varphi_i - \gamma_{xy} \sin \varphi_i \cos \varphi_i; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{12i} &= (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \sin 2\varphi_i + \gamma_{xy} \cos 2\varphi_i; \\ \sigma_{1i} &= \bar{E}_{1i} [(\varepsilon_{1i} - \alpha_{1i} \Delta T) + \mu_{21i} (\varepsilon_{2i} - \alpha_{2i} \Delta T)]; \\ \sigma_{2i} &= \bar{E}_{2i} [(\varepsilon_{2i} - \alpha_{2i} \Delta T) + \mu_{12i} (\varepsilon_{1i} - \alpha_{1i} \Delta T)]; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\tau_{12i} = G_{12i} \gamma_{12i}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} \alpha_x &= \frac{A_{T1}^* B_{22} - A_{T2}^* B_{12}}{B_{22} (B_{11} + \delta_{cmp} E_{cmp}) - B_{12}^2}; \\ \alpha_y &= \frac{A_{T2}^* (B_{11} + \delta_{cmp} E_{cmp}) - A_{T1}^* B_{12}}{B_{22} (B_{11} + \delta_{cmp} E_{cmp}) - B_{12}^2}; \end{aligned} \quad (18)$$

$$A_{T1}^* = \delta_{cmp} E_{cmp} \alpha_{cmp} + A_{T1}; \quad A_{T2}^* = A_{T2}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \alpha_x &= \frac{B_{22} (\delta_{cmp} E_{cmp} \alpha_{cmp} + A_{T1})}{B_{22} (B_{11} + \delta_{cmp} E_{cmp}) - B_{12}^2}; \\ \alpha_y &= \frac{-B_{12} (\delta_{cmp} E_{cmp} \alpha_{cmp} + A_{T1})}{B_{22} (B_{11} + \delta_{cmp} E_{cmp}) - B_{12}^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Как указывалось выше, «стрингерный» слой является особым, потому что он обладает прочностью и жесткостью только по оси x . Известно, что все критерии прочности для таких слоев сводятся к условию

$$\sigma_{cmp} \leq F_{cmp}^*. \quad (20)$$

Согласно приведенной выше схеме определения напряжений можно записать [2]

$$\varepsilon_{1cmp} = \varepsilon_x. \quad (21)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \sigma_{1cmp} &= E_{cmp} (\varepsilon_{1cmp} - \alpha_{cmp} \Delta T) = E_{cmp} (\varepsilon_x - \alpha_{cmp} \Delta T); \\ \varepsilon_x &= \frac{N_x B_{22} - N_y B_{12}}{B_{22} (B_{11} + \delta_{cmp} E_{cmp}) - B_{12}^2} + \frac{B_{22} (\delta_{cmp} E_{cmp} \alpha_{cmp} + A_{T1})}{B_{22} (B_{11} + \delta_{cmp} E_{cmp}) - B_{12}^2} \Delta T; \\ \sigma_{1cmp} &= E_{cmp} \left[\frac{N_x B_{22} - N_y B_{12} + \Delta T B_{22} (A_{T1} + \delta_{cmp} E_{cmp} \alpha_{cmp})}{B_{22} (B_{11} + \delta_{cmp} E_{cmp}) - B_{12}^2} - \alpha_{cmp} \Delta T \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

Примем, что условие прочности стрингера выполняется в виде равенства $\sigma_{1cmp} = F_{cmp}^*$. Тогда

$$\frac{N_x B_{22} - N_y B_{12} + \Delta T B_{22} (A_{T1} + \delta_{cmp} E_{cmp} \alpha_{cmp})}{B_{22} (B_{11} + \delta_{cmp} E_{cmp}) - B_{12}^2} - \alpha_{cmp} \Delta T = \frac{F_{cmp}^*}{E_{cmp}}. \quad (23)$$

Из этого уравнения можно выразить толщину «стрингерного» слоя (или суммарную площадь поперечного сечения стрингеров) через параметры обшивки, т.е.

$$\begin{aligned} \delta_{cmp} &= \frac{x B_{22} - N_y B_{12}}{B_{22} F_{cmp}^*} - \frac{B_{11} B_{22} - B_{12}^2}{B_{22} E_{cmp}} + \\ &+ \Delta T \frac{B_{22} A_{T1} - \alpha_{cmp} (B_{11} B_{22} - B_{12}^2)}{B_{22} F_{cmp}^*}. \end{aligned} \quad (24)$$

С учетом этого выражения деформации панели определяются по формулам

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{F_{cmp}^*}{E_{cmp}} + \alpha_{cmp} \Delta T; \quad \gamma_{xy} = \frac{q_{xy}}{B_{33}}; \\ \varepsilon_y &= \frac{\delta_{cmp} E_{cmp} (N_y - \Delta T B_{12} \alpha_{cmp}) + N_y B_{11} - N_x B_{12} - \Delta T B_{12} A_{T1}}{\delta_{cmp} E_{cmp} B_{22} + B_{11} B_{22} - B_{12}^2}. \end{aligned} \quad (25)$$

Критерий прочности для стрингеров с неоднородным поперечным сечением (рис. 4) записывается аналогично, только «стрингерный» слой состоит в данном случае из двух слоев с соответствующими углами укладки, как показано на рис. 5.

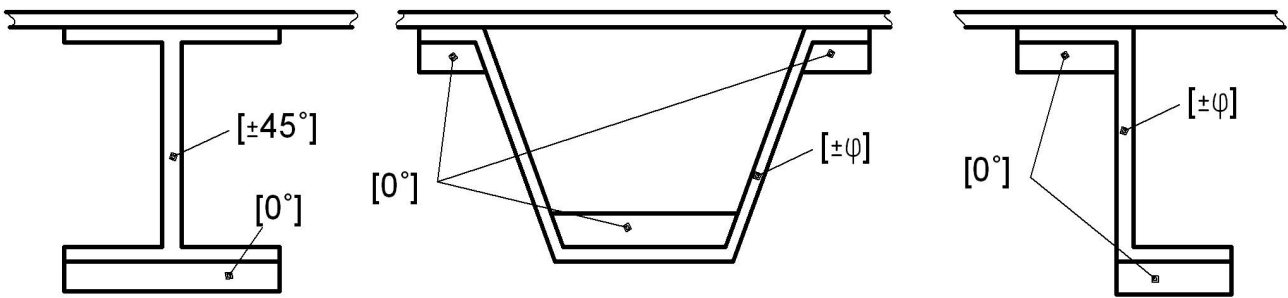


Рисунок 4 - Стрингеры с неоднородным поперечным сечением

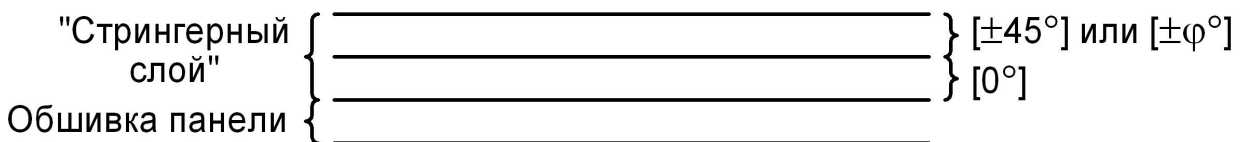


Рисунок 5 – Однородная панель с неоднородным «стрингерным» слоем

Рассмотрим на примере применение методики с использованием условного «стрингерного» слоя. Параметры панели: $a = b = 1000$ мм; $\delta = 5$ мм; $\delta_{cmp} = 0,5$ мм (рис. 6); материал обшивки – углепластик с физико-механическими свойствами: $E_{cmp} = 45$ ГПа; $F_{cmp} = 500$ МПа; $\alpha_{cmp} = 8 \cdot 10^{-6}$ 1/К; $B_{11} = 293,2$ ГПа·мм; $B_{22} = 138,3$ ГПа·мм; $B_{12} = 86,3$ ГПа·мм; $B_{33} = 98,84$ ГПа·мм. Внешние нагрузки $N_x = N_y = q_{xy} = 10$ Н/мм; $\Delta T = 100$ °С.

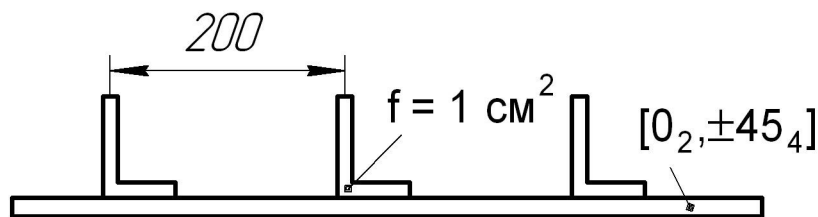


Рисунок 6 – Параметры панели из КМ

Деформации панели определяются по формулам (15)

$$\varepsilon_x = \frac{10 \cdot 138,3 \cdot 10^9 - 10 \cdot 86,3 \cdot 10^9}{138,3 \cdot 10^9 \cdot 10^9 (293,2 + 0,5 \cdot 45) - (86,3 \cdot 10^9)^2} + 5,03 \cdot 10^{-7} \cdot 100 = 6,47 \cdot 10^{-5}.$$

Оценка прочности для стрингеров проводится по зависимостям (22)

$$\sigma_{1cmp} = 45 \cdot 10^9 (6,47 \cdot 10^{-5} - 8 \cdot 10^{-6} \cdot 100) = -33,1 \text{ МПа}.$$

Из уравнения равновесия (2) можно определить напряжения в обшивке панели

$$\sigma_x = \frac{N_x \cdot b - \sigma_{сmp} n_{сmp} \cdot f}{\delta \cdot b} = \frac{10 \cdot 1000 + 3.31 \cdot 10^7 \cdot 3 \cdot 100}{5 \cdot 1000} = 3.99 \text{ МПа.}$$

Выводы

Таким образом, панели, подкрепленные ребрами, на этапе обеспечения прочности можно рассматривать как условно однородные и слоистые, т.е. стрингеры как бы «размазываются» по всей ширине панели, сохраняя при этом изгибную жесткость по оси y и на сдвиг. Это позволяет рассматривать стрингерную панель как ортотропную в осях x , y с изгибными и крутильными жесткостями, равными жесткостям реальной панели. Температурные и пуассоновы напряжения, возникающие в обшивке и стрингерах, определяются на основе классической теории слоистых сред без учета дискретности расположения подкрепляющих ребер. Получены соответствующие расчетные зависимости и на численном примере показана эффективность предложенной методики.

Список использованных источников

1. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов / В.В. Васильев. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
2. Карпов Я.С. Оптимизация структуры композиционного материала панелей летательных аппаратов при ограничениях по прочности, устойчивости и прогибу / Я.С. Карпов // Проблемы прочности. – 2004. - № 6 (372). – С. 33-47.

Поступила в редакцию 21.02.10.

Рецензент: канд. техн. наук, проф. В.В. Кириченко

Национальный аэрокосмический университет

им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков