

УДК 519.713

И.Ш. Невлюдов, д-р техн. наук,  
М.А. Омаров, д-р техн. наук,  
В.А. Паладин, канд. техн. наук,  
Е.А. Разумов-Фризюк

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА БАЙЕСОВСКИХ СТАТИСТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ДЛЯ ВЫБОРА ВАРИАНТА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА**

В настоящее время в сфере производства электронной техники существует огромное количество разнообразного оборудования, оснастки, материалов. И при производстве нередко появляется вопрос выбора их сочетаний для достижения оптимальных значений критериев (надежность, себестоимость, производительность и др.)

При разработке технологического процесса огромное значение имеет построение корректной модели производства. Производство – многоцелевая система, а управление такой системой – многокритериальная задача, решение которой осложняется учетом группового предпочтения лиц, участвующих в процессе принятия решений (ПР). Качество решения задачи не может оцениваться единственной функцией. Механизм рационального выбора в таких случаях требует дополнительной информации, позволяющей, по крайней мере, сравнивать альтернативы.

Существует несколько основных методов поиска оптимального варианта: экспертные системы, минимаксные методы, марковские случайные процессы, метод байесовских статистических решений.

Рассмотрим более подробно метод байесовских статистических решений. Ранее его главный недостаток заключался в том, что для практического применения обычно требовалось большое количество вычислений, а потому расцвет методов байесовых оценок приходится на революцию в компьютерных и сетевых информационных технологиях.

К достоинствам поиска теоремы Байеса относятся:

1. Простота математического аппарата теоремы Байеса. Большой объем расчетов в наше время легко компенсируется применением компьютерной техники. Даже при большом количестве учитываемых факторов технологического процесса можно легко проводить моделирование.

2. Компенсация субъективности и недостаточной информированности экспертов. Эти недостатки исключаются путем уточнения априорных и апостериорных данных.

3. Уточнение экспертной оценки с помощью экспериментальных данных. Все вычисления основываются не только на экспертных данных, но и на экспериментальных.

4. Высокая скорость пересчета вероятности в случае появления новой информации.

5. Наглядность модели за счет применения дерева решений.

Разрабатываемая модель основана на методе байесовских статистических решений. Предполагается что существует множество переменных, достаточно полное для того, чтобы любое возможное решение задачи разработки технологического процесса могло быть описано с помощью членов этого множества. Это множество переменных определяет пространство всех возможных решений задачи. Оно может быть представлено в виде  $n$ -мерного пространства, в котором каждая координата соответствует одной из  $n$  переменных, необходимых для описания решения.

Операцией называется любая точка или множество точек в этом пространстве, т.е. операцией является решение или множество решений.

Одноуровневый оператор (ОУО) представляет собой множество процедур, применяемых к какой-либо операции, чтобы произвести другую операцию и оценить значение критерия стоимости, связанную с такой операцией. Процедуры, охватываемые оператором, содержат такие этапы.

В операции выбора могут быть выделены три процесса:

Предсказание – процесс, при котором оценивается эффект новой операции.

Оценивание – состоит в определении численных оценок для различных следствий.

Принятие решения – завершающая стадия выбора, в которой на основе оценок для следствий определяется относительное достоинство каждой операции по сравнению с ранее предложенными операциями. На стадии принятия решения устраняются неопределенности.

Первым элементом, необходимым для анализа технологического процесса на основе метода байесовских статистических решений, является дерево решений. Оно по существу представляет собой список всех возможных альтернатив выбора, имеющихся у проектировщика, и всех возможных событий, которые не находятся под его контролем, причем те и другие расположены так, что выявлена их последовательность во времени. В технологическом процессе объектами выбора являются эксперименты и операции.

Предлагаемое стандартное дерево решений для выбора оптимального сочетания компонентов технологического процесса показано на рис. 1.

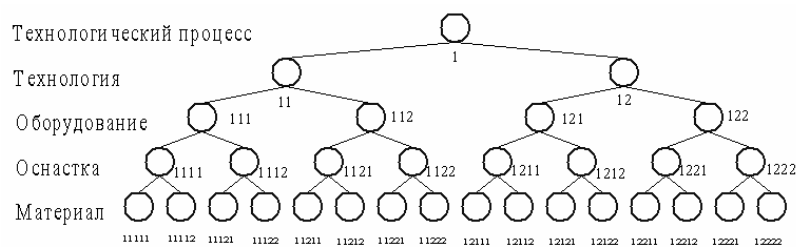


Рисунок 1 – Дерево решений

Предложенное дерево решений состоит из пяти уровней иерархии:

1. Множество вариантов технологического процесса;
2. Выбор технологии производства изделия (например, выбор между различными технологиями создания матрицы шариковых выводов BGA – трафаретная печать и инжекционный метод);
3. Выбор оборудования для производства;
4. Выбор технологической оснастки;
5. Выбор материала.

В каждом частном случае могут добавляться или исключаться варианты для наиболее полного отображения технологического процесса.

Конечными операциями, которыми располагает проектировщик в какой-либо момент поиска наилучшего варианта технологического процесса, будут основные операции, которые уже были генерированы к этому моменту (если таковые имеются). К ним относится и нулевая альтернатива, т.е. отказ от внедрения технологического процесса. Конечной операцией выбирается операция с наиболее оптимальным значением.

Основными элементами байесовской теории решений (БТР) можно считать: множество конечных операций  $A$ , множество возможных экспериментов  $E$ , множество результатов экспериментов  $Z$ , состояния  $\theta$ , выгоды  $u(e, z, a, \theta)$  и распределения вероятностей  $P(\theta)$  и  $P(z | e, \theta)$ .

Основная задача принимающего решение (ПР) состоит в выборе некоторой конечной операции  $a$ , которая будет максимизировать его выгоду (под термином “выгода” в теории Байеса подразумевается значение параметра оптимизации). Это трудная задача, поскольку выгода, соответствующая  $a$ , зависит от значения переменной состояния  $\theta$ . При данном распределении вероятностей  $P(\theta)$  принимающий решение должен использовать принцип ожидаемого значения: он должен выбрать такое конечное действие  $a$ , для которого ожидаемое значение выгоды при распределении  $P(\theta)$  является наибольшим.

Чтобы подвести итог, перечислим последовательность операций, требуемых для принятия решения выбора структуры технологического процесса.

1. Составляется список всех возможных операций  $a$ .
2. Составляется список всех возможных состояний  $\theta$ .

3. Составляется список всех возможных экспериментов  $e$ , включая нулевой  $e_0$ .

4. Для каждого эксперимента составляется список всех возможных результатов  $z$ .

Эти первые четыре шага эквивалентны построению дерева решений.

6. Для каждой комбинации «эксперимент, результат, операция, состояние» определяется ее относительная желательность, т.е.  $u(e, z, a, \theta)$ . Это равносильно указанию в конце каждого пути по дереву решения численного значения выгоды.

7. Предварительное («априорное») суждение принимающего решение об относительной вероятности различных состояний  $\theta$  выражается в виде распределения априорных вероятностей  $P'(\theta)$ .

8. Для каждого эксперимента определяется его вероятностная характеристика в виде  $P'(z|\theta, e)$ . Шаги 6 и 7 дают совместное распределение вероятностей  $P(z|\theta, e)$ . Их можно заменить какими-либо другими действиями, дающими тот же результат, т.е. совместное распределение вероятностей  $P(\theta, z|e)$ , безусловное распределение  $P'(\theta)$  и условное распределение  $P(z|\theta, e)$ .

9. Для каждой комбинации «эксперимент, результат» вычисляется апостериорное распределение  $P''(\theta|z, e)$  по формуле Байеса

$$P''(\theta|z, e) = \frac{P'(\theta)P(z|\theta, e)}{\sum_{\theta} P'(\theta)P(z|\theta, e)} \quad (1)$$

10. Определяется ожидаемая выгода от каждой операции для каждой комбинации «эксперимент, результат» по формуле

$$u^*(a, e, z) = \sum_{\theta} u(e, z, a, \theta) \cdot P''(\theta|z, e). \quad (2)$$

11. Для каждой комбинации «эксперимент, результат» определяется оптимальная операция и оптимальная выгода:

$$u^*(z, e) = \max u^*(a, z, e). \quad (3)$$

12. Для каждого эксперимента вычисляется вероятность каждого частного результата  $z$ , задаваемого безусловным распределением  $P(z|e)$ .

13. Для каждого эксперимента определяется ожидаемая выгода  $u^*(e)$ :

$$u^* = \sum_z P(z|e) \cdot u^*(z, e). \quad (4)$$

14. Оптимальным считается тот эксперимент  $e$ , для которого выгода  $u^*(e)$  максимальна. Поскольку здесь рассматривается также и нулевой эксперимент, может оказаться, что именно он и является оптимальным; это будет означать, что операция должна выбираться без всякого эксперимента:

$$u^*(e^*) = \max u^*(e). \quad (5)$$

В качестве примера рассмотрен выбор оптимального технологического процесса создания контактов по технологии BGA (матричных шариковых контактов). В качестве оценочного фактора (выгоды) для расчетов по теореме Байеса рассмотрен процент выхода годной продукции (матричных контртов). В дереве решений представлены такие уровни иерархии: 1 - непосредственно создание зондов по технологии BGA на полиимидном шлейфе; 2 - тип технологии, в данном рассматриваемом случае представлен выбор между технологиями трафаретной печати (11) и впрыскивание капель припоя (12); 3 - тип оборудования (BGA9000A (111), APR-5000 (112) для трафаретной печати: InjectSys350A (121), AOYUE 720 (122) – инъекционного создания шариков припоя); 4 - материал заготовок (рассмотрены паяльная паста Sn62/Pb36/Ag2 (аналог отечественной пасты ПСрОС-2-58) и золотосодержащая паста NC297DX для каждого из вариантов).

На основе экспертных оценок формируем данные выхода годных изделий по дереву решений ( $\theta$  и  $y$  – выход годных изделий, %) и имеют следующие значения в соответствии с суждением проектировщика (принимающего решение) о вероятностях результата  $y$  (рис. 2).

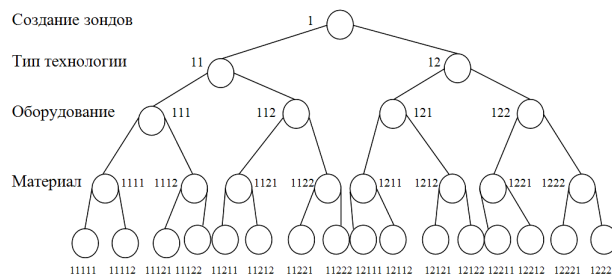


Рисунок 2 – Дерево решений для BGA

В табл. 1 представлено априорное суждение эксперта о вероятностях получения результата.

Таблица 1

**Суждение эксперта о вероятностях результата**

$y$	$P(y)$
91	0
92	0
93	0.05
94	0.05
95	0.1
96	0.2
97	0.3
98	0.2
99	0.1
100	0

Далее эксперт принимает решение об априорном распределении по  $\theta$  при условии  $y$  (табл. 2).

Таблица 2

## Априорное распределение

y	$\theta$								P(y)	
	92	93	94	95	96	97	98	99		
92	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
93	0.05	0.20	0.25	0.40	0.10	-	-	-	-	0.05
94	0	0.10	0.20	0.30	0.30	0.10	-	-	-	0.05
95	0	0	0.10	0.30	0.30	0.20	0.10	-	-	0.10
96	0	0	0	0.20	0.50	0.20	0.10	-	-	0.20
97	0	0	0	0.10	0.20	0.60	0.10	-	-	0.30
98	0	0	0	0	0.10	0.60	0.20	0.10	-	0.20
99	0	0	0	0	0.10	0.30	0.40	0.20	-	0.10
100	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Определяется совместное распределение  $P(\theta, y)$  (табл. 3).

Таблица 3

Совместное распределение  $P(\theta, y)$ 

y		92	93	94	95	96	97	98	99	P(y)
93	P( $\theta/y$ )	0.0025	0.0100	0.0125	0.0200	0.0050	-	-	-	0.05
94		0	0.0050	0.0100	0.0150	0.0150	0.0050	-	-	0.05
95		0	0	0.0100	0.0300	0.0300	0.0200	0.0100	-	0.10
96		0	0	0	0.0400	0.1000	0.0400	0.0200	-	0.20
97		0	0	0	0.0300	0.0600	0.1800	0.0300	-	0.30
98		0	0	0	0	0.0200	0.1200	0.0400	0.0200	0.20
99		0	0	0	0	0.0100	0.0300	0.0400	0.0200	0.10
	P( $\theta$ )	0.0025	0.0150	0.0325	0.1350	0.2400	0.3950	0.1400	0.0400	

В последней строке таблицы приведены значения безусловного распределения  $P(\theta)$ . По данным таблицы вычисляем  $g_i(m) = \sum_{\theta} P(\theta, y = m + \theta)$ , значения вероятностей  $P(\theta, y = m + \theta)$  для различных  $\theta$  и  $m$  таковы (табл. 4).

Таблица 4

Значения вероятностей  $P(\theta, y = m + \theta)$ 

m	P(m)
-3	0.01
-2	0.08
-1	0.2775
0	0.39
1	0.1475
2	0.075
3	0.02

Далее необходимо рассмотреть расчетные значения вероятности выхода годных изделий для всех возможных вариантов по дереву решений (табл. 5).

**Таблица 5**

**Значения вероятности выхода годных изделий**

№	y
11111	95.1
11112	96.4
11121	96.2
11122	97
11211	96.3
11212	97.2
11221	97.1
11222	97.4
12111	96.2
12112	98.1
12121	96.8
12122	97.3
12211	96.9
12212	98.4
12221	97.9
12222	98.8

Далее по формуле Байеса (1) необходимо перейти от априорного распределения к апостериорному.

Из полученных значений формируется таблица, аналогичная табл. 2, и производится перерасчет для более низкого уровня иерархии (дерево решений).

Необходимо определить значение стоимостного фактора, в нашем случае это количество выхода годных изделий.

Ожидаемая выгода  $u^*$  определяется по формуле  $u^*(e_{ij}) = P_{ij}(y) \cdot u(e_{ij}, y)$  (табл. 6).

**Таблица 6**

**Ожидаемая выгода**

№	u
1111	9.75
1112	9.75
1121	9.42
1122	9.42
1211	8
1212	8
1221	7,67
1222	7,67
2111	8,25
2112	8,25
2121	7,92
2122	7,92
2211	7,75
2212	7,75
2221	7,42
2222	7,42

Ожидаемая выгода  $u^*$  (табл. 7) определяется по формуле

$$u^*(e_{ij}) = P_{ij}(y) \cdot u(e_{ij}, y)$$

Таблица 7

## Выгода

Выгода	$P_{ij}(y)$	$u^*(e_{ij})$	Выгода	$P_{ij}(y)$	$u^*(e_{ij})$	Выгода	$P_{ij}(y)$	$u^*(e_{ij})$
1111	0.0697	0,6796	1112	0.1876	1,8291	1121	0.1876	1,7672
	0.4069	3,9673		0.4682	4,5679		0.4682	4,4104
	0.2739	2,6705		0.2916	2,8431		0.2916	2,7469
	0.2278	2,2211		0.0526	0,5129		0.0526	0,4955
	0.0217	0,2116						
1122	0.0428	0,4031	1211	0.1876	1,5008	1212	0.0428	0,3424
	0.2641	2,0256		0.4682	3,7456		0.2641	2,1128
	0.6110	5,7556		0.2916	2,3328		0.6110	4,888
	0.0821	0,7734		0.0526	0,4208		0.0821	0,6568
1221	0.0428	0,3283	1222	0.0428	0,3283	2111	0.1876	1,5477
	0.2641	2,0256		0.2641	2,0256		0.4682	3,8627
	0.6110	4,6864		0.6110	4,6864		0.2916	2,4057
	0.0821	0,6297		0.0821	0,6297		0.0526	0,434
2112	0.0792	0,6534	2121	0.0428	0,339	2122	0.0428	0,339
	0.4521	3,7298		0.2641	2,0917		0.2641	2,0917
	0.2252	1,8579		0.6110	4,8391		0.6110	4,8391
	0.2435	2,0089		0.0821	0,6502		0.0821	0,6502
2211	0.0428	0,3317	2212	0.0792	0,6138	2221	0.0792	0,5877
	0.2641	2,0468		0.4521	3,5038		0.4521	3,3546
	0.6110	4,7352		0.2252	1,7453		0.2252	1,671
	0.0821	0,6363		0.2435	1,8871		0.2435	1,8068
2222	0.1014	0,7524						
	0.5790	4,2962						
	0.2884	2,14						
	0.0321	0,2382						

Оптимальным вариантом ссылаясь на проведенные расчеты, по стоимостному критерию процента выхода годных изделий является вариант 1111 в соответствии с деревом решений, что соответствует технологии трафаретной печати, установка BGA9000A, материал выводов паяльная паста Sn62/Pb36/Ag2.

Таким образом, метод байесовских статистических решений позволяет производить выбор наиболее оптимального из рассматриваемых технологических процессов; полученный результат обладает высокой достоверностью за счет рассмотрения априорных и апостериорных данных; отсутствует необходимость специального программного обеспечения (расчеты можно производить с помощью средств MatLab, Excel и др.); скорость перерасчетов совместного распределения  $P(\theta, y)$  высока за счет использования средств компьютерной техники.

#### Список использованных источников

1. Мангейм М.Л. Иерархические структуры. Модель процессов проектирования и планирования / М.Л. Мангейм // Cambridge-Massachusetts, пер. с англ. – 1966. – 195 с.
2. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем / Н.Н. Моисеев. – М.: Наука, 1975.- 526 с.
3. Finn V. Bayesian Networks and Decision Graphs (Information Science and Statistics) Information/ V. Finn // L.:Science & Statistics.– P. 124.