

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ОБЛИКА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПО КРИТЕРИЮ МАКСИМАЛЬНОГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО КАЧЕСТВА

### Введение

Современные и перспективные летательные аппараты (ЛА) создаются для решения широкого круга задач как гражданского, так и военного назначения. В зависимости от назначения, условий применения и особенностей той или иной задачи ЛА должны иметь соответствующие летно-технические характеристики. Это, в первую очередь, масса целевой нагрузки, диапазон рабочих скоростей и высот полета, который зависит от устанавливаемого на ЛА целевого оборудования, дальность и продолжительность полета ЛА и т.д.

Аэродинамические характеристики ЛА зависят от формы в плане, формы профиля и многих других факторов. Поскольку существует большое разнообразие форм ЛА, то создать общий метод расчета аэродинамических характеристик, учитывающий все это разнообразие, является чрезвычайно трудной, а порой и невыполнимой задачей. Упрощение задачи сводится к использованию системы обобщенных проектных параметров [1], позволяющей представить аэродинамические характеристики ЛА в виде критериев, количество которых сравнительно невелико.

**Цель работы** – формирование аэродинамического облика летательного аппарата по оптимальным критериям на базе одного или нескольких вариантов геометрических параметров ЛА.

### Постановка задачи

Система обобщенных проектных параметров построена на оптимизации таких критериев:

- критерий совершенства несущих свойств  $U_{нс}$ ;
- критерий совершенства аэродинамической компоновки  $U_{ак}$ ;
- критерий максимального аэродинамического качества  $K_{max}$ .

Обобщенным проектным параметром (ОПП) называется формализованный параметр, определяющий некоторые относительные характеристики аэродинамической компоновки ЛА [1]. ОПП – это относительные проектные параметры, участвующие в анализе основных технических характеристик ЛА. ОПП определяют не только летно-технические характеристики ЛА, но и основные принципы реализации его компоновочной схемы.

Большинство ОПП связаны между собой определенными

соотношениями. Кроме того, ОПП влияют на критерии эффективности, вследствие чего некоторые проектные параметры могут рассматриваться как критерии качества (совершенства) компоновки проектируемого ЛА.

Наиболее существенные обобщенные проектные параметры в дальнейшем должны рассматриваться как критерии качества компоновочной схемы разрабатываемого ЛА.

### Обобщенные проектные параметры

Эффективность аэродинамической компоновки ЛА можно оценивать рядом критериев, которые связаны с понятиями приведенного лобового сопротивления, удлинения крыла по омываемой поверхности ЛА и коэффициента Освальда [2].

Понятие приведенного лобового сопротивления базируется на том, что у хорошо спроектированного ЛА коэффициент  $C_{x0}$  определяется в основном **сопротивлением трения** обшивки при относительно малом сопротивлении формы, обусловленным отрывом потока.

Приведенное лобовое сопротивление ЛА можно представить в виде

$$C_{fe} = C_{x0} \cdot \frac{S}{S_{OM}}. \quad (2)$$

Площадь омываемой поверхности  $S_{OM}$  определяется по полуэмпирической зависимости

$$S_{OM} = [(1.977 + 0.52\bar{c})S_{кр,ГО,ВО} + 1.7(S_{пл} + S_{бок})], \quad (3)$$

где  $S_{кр,ГО,ВО}$  – площадь крыла (горизонтального, вертикального оперения);  $S_{пл}$ ,  $S_{бок}$  – площади плановой и боковой поверхностей фюзеляжа и мотогондол.

Как следует из формулы (2), для «идеального летающего крыла» коэффициент  $C_{fe} \approx \frac{1}{2} C_{x0}$ .

**Критерием совершенства несущих свойств** (удлинением по омываемой площади) называется зависимость вида

$$U_{нс} = \lambda_{OM} = \lambda \cdot \frac{S}{S_{OM}}. \quad (4)$$

Физический смысл этого критерия заключается в том, что он определяет, какая доля омываемой поверхности ЛА  $S_{OM}$  участвует в создании подъемной силы.

**Критерий совершенства аэродинамической компоновки ЛА** можно представить в виде зависимости

$$U_{a.k} = \frac{e}{c_{fe}}, \quad (5)$$

где  $e$  – коэффициент Освальда, учитывающий отличие формы в плане реального крыла от эллиптического, а также степень реализации подсосывающей силы и наличие площадей крыла, занятых фюзеляжем, мотогондолами и другими элементами.

Физический смысл этого критерия отображает совершенство формообразования поверхности ЛА. Максимальное значение критерия совершенства аэродинамической компоновки  $U_{a.k}$  будет иметь ЛА, выполненный по схеме «летающее крыло» с двигателями с плоскими соплами, расположенными внутри планера.

Если у ЛА присутствуют фюзеляж, мотогондолы, гондолы шасси и т.п., вводится **критерий совершенства формы поперечного сечения** ЛА. Под этим критерием понимают зависимость

$$U_{\phi} = \frac{c_f}{c_{fe}} = \frac{c_f \cdot S_{OM}}{c_{x0} \cdot S}, \quad (6)$$

где  $c_f$  – коэффициент трения плоской пластины при постоянном числе Рейнольдса [93]. Этот критерий отражает влияние формы поперечного сечения ЛА, в первую очередь фюзеляжа и мотогондол двигателей, на величину сопротивления трения.

Значение коэффициента индуктивности  $A$  в уравнении поляры  $c_x = c_{x0} + Ac_y^2$  определяется формулой

$$A = \frac{1}{\pi e \lambda}. \quad (7)$$

### **Коэффициент Освальда**

Приведенный в работе [1] метод позволяет рассчитать коэффициент Освальда ЛА монопланной схемы с крылом произвольной формы в плане и произвольной формой поперечного сечения фюзеляжа и заключается в расчете:

- коэффициента Освальда при полной реализации подсосывающей силы  $e_{k=1}$ ;
- коэффициента Освальда при нулевой подсосывающей силе  $e_{k=0}$ ;
- степени реализации подсосывающей силы  $k$ ;
- коэффициента формы поперечного сечения фюзеляжа  $k_{\phi}$ .

В расчетах принимаются следующие допущения: идеальная поляра, для построения которой определяется значение параметра  $e\lambda$ , ограничивается числом  $M < M_{кр}$  и коэффициентом подъемной силы на линейном участке зависимости  $c_y = f(\alpha)$ . В этом случае для заданных условий обтекания можно записать следующее уравнение связи:

$$A = \frac{1}{\pi e \lambda} = \frac{k}{\pi \cdot e_{k=1} \lambda \cdot k_{\phi}} + \frac{1-k}{\pi \cdot e_{k=0} \lambda \cdot k_{\phi}}. \quad (8)$$

Из уравнения (8) следует, что своего максимального значения параметр  $e\lambda$  для аэродинамических компоновок достигает тогда, когда крыло «чистое» ( $k_{\phi} = 1$ ) и полностью реализуется подсосывающая сила ( $k = 1$ ).

Коэффициент  $e$  крыла при полной реализации подсосывающей силы определяется по формуле, полученной на базе вихревой модели обтекания эквивалентного крыла простой формы в плане [1]:

$$e_{x=1} = \frac{c_y^{\alpha}}{\beta \lambda} \bar{y}_{cg}^e, \quad (9)$$

где  $\bar{y}_{cg}^e = \frac{2y_{cg}^e}{l}$  – относительное расстояние между центрами масс вихревых жгутов в плоскости Трэфтца;  $y_{cg}^e$  – расстояние между центрами масс вихревых жгутов;  $l$  – размах крыла.

Для расчета относительного расстояния  $\bar{y}_{cg}^e$  в работе [1] приведены эмпирические зависимости с переменными коэффициентами:

$$\bar{y}_{cg}^e = k_1 = k_2 \beta \cdot \lambda + \lambda \operatorname{tg} \chi_{ПК} (k_3 + k_4 \beta \cdot \lambda + k_5 \lambda \operatorname{tg} \chi_{ПК}), \quad (10)$$

где  $\beta = \sqrt{1 - M^2}$ ;  $\lambda$  – удлинение крыла;  $\chi_{ПК}$  – стреловидность крыла по передней кромке.

Значения коэффициентов в (10) для различных сужений крыла приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Значения переменных коэффициентов для различных сужений крыла

$\eta$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$
1.0	0.5269	0.1230	0.0441	-0.0057	0.0032
2.0	0.4919	0.1413	0.0157	-0.0054	0.0061
5.0	0.5160	0.1176	0.0156	-0.0023	0.0071
$\infty$	0.5694	0.1202	0.0083	-0.0028	0.0081

Параметр  $e$  крыла при нулевой подсосывающей силе определяется формулой

$$e_{x=0} = \frac{c_y^\alpha}{\beta \cdot \pi \cdot \lambda}. \quad (11)$$

Точный расчет степени реализации подсосывающей силы на этапе предварительного проектирования достаточно сложен. Однако для первоначальной оценки параметра  $k$ , характеризующего степень влияния подсосывающей силы, можно пользоваться приближенным выражением

$$k = 0.974 - 0.0976 \cdot e^{(-0.456 \frac{\lambda}{\cos \chi_{ПК} \cdot \eta})}. \quad (12)$$

Приведенные выше зависимости являются определяющими для разработки методики и программы расчета аэродинамических характеристик ЛА произвольной аэродинамической компоновки.

Для упрощения задачи расчета коэффициента  $A$  проектируемого ЛА в качестве базовой конфигурации в математической модели рассматривается эквивалентное крыло простой формы в плане. Под таким крылом понимают крыло с линейными передней и задней кромками и с концевой хордой, параллельной корневой. Форма в плане такого крыла определяется тремя безразмерными параметрами: удлинением  $\lambda$ , сужением  $\eta$  и углом стреловидности по передней кромке  $tg \chi_{ПК}$ . Так как параметр  $e\lambda$  зависит от числа  $M$  полета (сжимаемости), в целях сокращения количества аргументов вводятся параметры подобия:  $\beta\lambda = \lambda \sqrt{1 - M^2}$ ;  $\lambda \cdot tg \chi_{ПК}$ ;  $\eta$  [3].

### Сложные в плане крылья

На практике современные ЛА чаще всего имеют сложные в плане крылья (рис. 1).

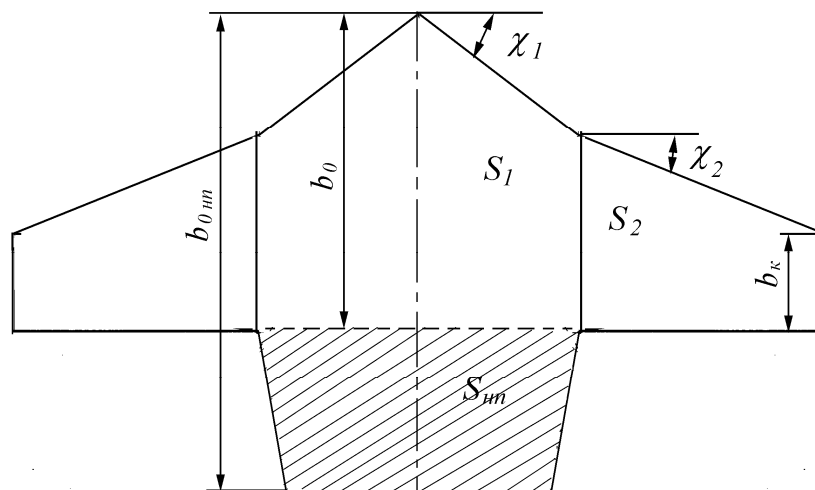


Рисунок 1 – Геометрические параметры крыла сложной формы в плане

Сложное в плане крыло состоит из базового крыла переменной стреловидности с корневой хордой  $b_0$  и заднего наплыва. Геометрические параметры  $\lambda_{сп}, \eta_{сп}, \chi_{сп1}, \chi_{сп2}$  такого крыла связаны с геометрическими параметрами эквивалентного крыла  $\lambda, \eta, \chi_{ПК}$  следующими соотношениями:

- $S_{баз} = S_1 + S_2$  – площадь базового крыла;
- $\bar{S}_{зН} = \frac{S_{зН}}{S_{баз}}$  – относительная площадь заднего наплыва;
- $S = S_{баз} (1 + \bar{S}_{зН})$  – площадь крыла с учетом заднего наплыва;
- $b_{ср1} = b_{србаз} (1 + \bar{S}_{зН})$  – средняя хорда крыла;
- $\eta_1 = \eta_{баз} (1 + \bar{S}_{зН}) + \bar{S}_{зН}$  – сужение крыла;
- $\lambda_1 = \frac{\lambda_{баз}}{1 + \bar{S}_{зН}}$  – удлинение крыла;
- $\bar{c}_{ср.сп} = \frac{\bar{c}_1 \cdot (S_1 + S_{зН}) + \bar{c}_2 \cdot S_2}{S}$  – средняя относительная

толщина профиля крыла, где  $\bar{c}_1, \bar{c}_2$  – относительные толщины профилей центроплана и консольной части крыла;  $(S_1 + S_{зН}), S_2$  – площади центроплана и консольной части крыла;  $S$  – площадь крыла;

- $b_{A_{сп}} = \frac{b_{A_1} \cdot (S_1 + S_{зН}) + b_{A_2} \cdot S_2}{S}$  – средняя аэродинамическая

хорда крыла, где  $b_{A_1}, b_{A_2}$  – средние аэродинамические хорды центроплана и консольной части крыла;

- $\bar{x}_{A_{сп}} = \frac{x_{A_1} \cdot (S_1 + S_{зН}) + x_{A_2} \cdot S_2}{S \cdot b_A}$  – относительная координата

носки САХ.

$$\chi_{ПКсп} = \frac{\chi_1 \cdot S_1 + \chi_2 \cdot S_2}{S_{баз}}, \text{ где } S_1 \text{ – площадь центропланной части}$$

базового крыла;  $S_2$  – площадь консольной части крыла.

### Фюзеляж

Задача раскрытия параметра  $e\lambda$  сводится к определению параметров эквивалентного крыла  $e_{k=1}, e_{k=0}$  и коэффициента формы поперечного сечения фюзеляжа  $k_\phi$ .

В случае, когда исследуется ЛА «нормальной» аэродинамической схемы, схемы «бесхвостка» или схемы «утка», для определения коэффициента формы поперечного сечения фюзеляжа  $K_\phi$  можно использовать графическую зависимость вида  $K_\phi = K_\phi(\bar{d}, \bar{a})$ , приведенную на рис. 2, где  $\bar{d} = \frac{d}{l}$  – относительный диаметр фюзеляжа в районе крепления крыла;  $\bar{a} = \frac{a}{l}$  – характерный относительный размер поперечного сечения фюзеляжа.

Таким образом, зная геометрические параметры крыла, фюзеляжа, мотогондол и оперения, можно в первом приближении по обобщенным проектным параметрам оценить одну из главных составляющих квадратичной поляры – коэффициент индуктивности  $A$ .

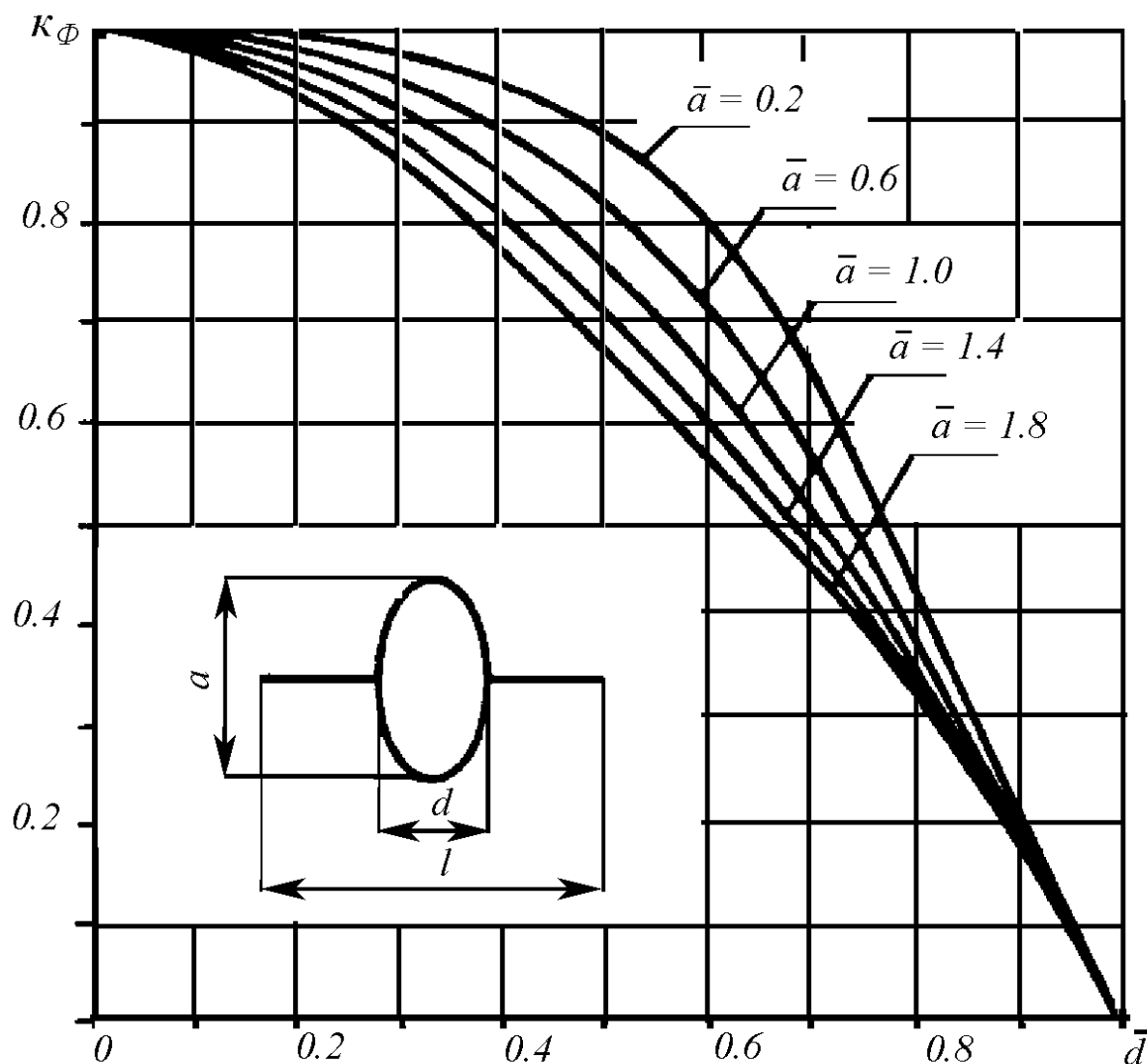


Рисунок 2 – Графическая зависимость  $K_\phi = K_\phi(\bar{d}, \bar{a})$  для фюзеляжей [1]

### Связь критериев

Связь критериев совершенства несущих свойств и аэродинамической компоновки ЛА осуществляется через максимальное аэродинамическое качество. Максимальное аэродинамическое качество самолета с «плоским» крылом определяется формулой

$$K_{max} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \cdot \lambda_{эф}}{c_{x0}}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi \cdot e \lambda}{c_{x0}}}.$$

Умножив подкоренное выражение на  $\frac{S}{S_{ом}} \cdot \frac{S_{ом}}{S}$  и учитывая (8),

получим  $K_{max} = \sqrt{\frac{\pi}{4}} \cdot \sqrt{\lambda \frac{S}{S_{ом}} \cdot \frac{e}{c_{x0}} \cdot \frac{S_{ом}}{S}}$  и, следовательно,

$$K_{max} = \sqrt{\frac{\pi}{4}} \cdot \sqrt{\lambda_{ом} \cdot \frac{e}{c_{fe}}} = \sqrt{\frac{\pi}{4}} \cdot \sqrt{U_{н.с} \cdot U_{а.к}}. \quad (13)$$

Формула (13) может быть использована для определения значения максимального аэродинамического качества самолета с «плоским»

крылом, не имеющим крутки, для которого  $c_x = c_{x0} + \frac{c_y^2}{\pi \cdot e \lambda}$ .

Реальные крылья современных ЛА имеют пространственную аэродинамическую крутку. Поэтому в первом приближении можно считать, что максимальное аэродинамическое качество деформированного крыла связано с качеством «плоского» крыла уравнением

$$K_{max}^{def} = K_{max}^{пл} + \Delta K(\lambda) = \sqrt{\frac{\pi}{4}} \cdot \sqrt{U_{н.с} \cdot U_{а.к}} + \Delta K(\lambda), \quad (14)$$

где  $\Delta K(\lambda)$  – приращение аэродинамического качества за счет деформации крыла [5].

Потери максимального аэродинамического качества на балансировку учитываются коэффициентом

$$k_{бал} = \left[ 1 - \frac{m_z^{c_y}}{\bar{L}_{эо}} \right]^2, \quad (15)$$

где  $m_z^{c_y}$  – степень продольной статической устойчивости ЛА;  $\bar{L}_{эо}$  – относительное расстояние между центром масс ЛА и 0.25 САХ горизонтального оперения (для ЛА схемы «бесхвостка» или «летающее крыло» параметр  $\bar{L}_{эл}$  – относительное расстояние между центром масс ЛА и 0.25 САХ элевона или руля высоты).



Окончательное выражение для аэродинамического качества сбалансированного ЛА будет иметь следующий вид:

$$K_{бал_{max}} = \left[ \sqrt{\frac{\pi}{4}} \cdot \sqrt{U_{н.с.} \cdot U_{а.к.}} + \Delta K(\lambda) \right] \cdot \frac{1}{K_{бал}}. \quad (16)$$

### Выводы

Анализ результатов исследования показал, что предложенная математическая модель формирования аэродинамического облика ЛА произвольной аэродинамической формы по критерию максимального аэродинамического качества позволяет оперативно с помощью стандартных расчетных программ типа «**MATLAB**» оценивать совершенство ЛА произвольной аэродинамической формы.

### Список использованных источников

1. Самойлович О.С. Формирование области существования самолета в пространстве проектных параметров / О.С. Самойлович, Д.Ю. Стрелец. – М.: Полет, 1998. – С. 11-17.
2. Торенбик Э. Проектирование дозвуковых самолетов: пер. с англ. / Э. Торенбик – М.: Машиностроение, 1983. – 648 с.
3. Аэродинамика летательных аппаратов и гидравлика их систем / М.И. Ништ, С.А. Попыталов, А.Д. Шамшурин и др.; под ред. М.И. Ништа. – М.: ВВИА им. проф. Жуковского, 1981. – 579 с.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1970. – 904 с.
5. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / под ред. акад. РАН Г.С. Бюшгенса. – М.: Наука, Физмалит, 1998. – 816 с.

*Поступила в редакцию 10.02.2011.*

*Рецензент: д-р техн. наук, проф. Я.С. Карпов,  
Национальный аэрокосмический университет  
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков*