## ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРИНГЕРНЫХ ПАНЕЛЕЙ. СООБЩЕНИЕ 2. ОБЕСПЕЧЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ

В статье [1] рассмотрено проектирование подкрепленной панели по прочности при нескольких расчетных случаях. Кроме прочностных ограничений на параметры панели накладываются ограничения по устойчивости: общей — для панели в целом, местной — для обшивки и местной — для элементов стрингера. Из стрингерного слоя, приведенного в работе [1], необходимо сформировать такой стрингерный набор, который обеспечивал бы условия прочности.

При известной толщине стрингерного слоя (суммарной площади поперечного сечения стрингеров) следует выбрать количество стрингеров. Рассмотрим два варианта подкрепления панели (рис. 1) с разным количеством стрингеров, но с постоянной площадью поперечного сечения, т.е.

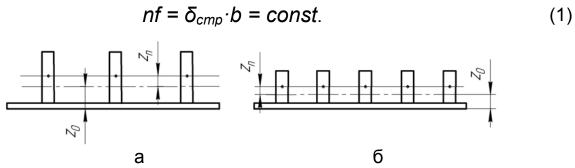


Рисунок 1 – K анализу влияния высоты ребра на общую устойчивость панели

Увеличение количества стрингеров приводит, с одной стороны, к росту критических усилий местной потери устойчивости обшивки из-за уменьшения расстояния между ними, а с другой – к снижению критических усилий общей устойчивости панели из-за уменьшения изгибной жесткости стрингеров (рис. 2). Скачки на графиках местной устойчивости объясняются тем, что при некотором количестве стрингеров местная устойчивость обшивки не наблюдается из-за недостаточной изгибной жесткости подкреплений. Из этого графика следует, что для первого варианта оптимальное количество стрингеров равно  $n_1$ . В этом случае реализуются наибольшие критические усилия как местной, так и общей устойчивости. Для второго варианта оптимальное количество стрингеров  $n_0$ , которое характеризует равноустойчивость обшивки и панели в целом. При  $n > n_1$  для первого варианта и при  $n > n_2$  для второго варианта общая и местная формы потери устойчивости совпадают ввиду отсутствия местной.

С ростом доли усилий в обшивке увеличиваются критические усилия общей устойчивости панели (из-за увеличения площади стрингера,

а значит, и его момента инерции) (рис. 3). Величина критических усилий местной устойчивости сначала равна общей, но начиная с какого-то значения площади поперечного сечения стрингера, появляется местная форма потери устойчивости и ее критические усилия скачкообразно возрастают, а затем из-за уменьшения толщины обшивки снижаются до нуля. Из графиков на рис. 3 видно, что существует такое значение  $(F_{cmp}\delta_{cmp})$ , при котором реализуются наибольшие критические усилия и это имеет место в точке пересечения графиков, т.е. при обеспечении равенства критических усилий общей и местной форм потери устойчивости. Кроме того, из рис. 2, 3 следует, что наличие местной формы потери устойчивости выгодно.

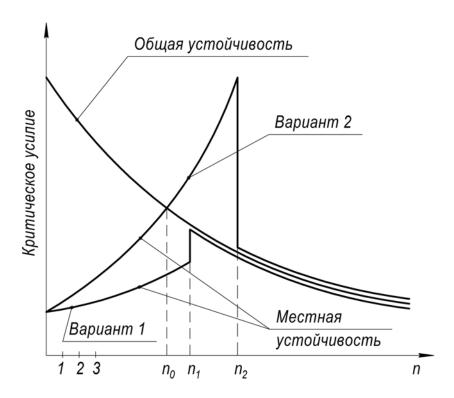


Рисунок 2 – Зависимость критических напряжений от количества стрингеров

Поиск точки равноустойчивости математическими средствами невозможно из-за того, что графики на рис. 2, 3 являются ступенчатыми, а количество стрингеров – это целое число.

Из расчета панели на прочность нам известны толщина обшивки и структура ее КМ, а значит, известны жесткости  $D_2$  и  $D_3$  с точностью до последовательности укладки слоев.

Критерий общей устойчивости панели имеет вид [2]

$$-\frac{N_{x}}{N_{x\kappa\rho}} - \frac{N_{y}}{N_{y\kappa\rho}} + \frac{q_{xy}^{2}}{q_{xy\kappa\rho}^{2}} \le 1, \tag{2}$$

$$\left\{N_{x\kappa\rho}, N_{y\kappa\rho}, q_{xy\kappa\rho}\right\} = \left\{K_x, K_y, K_{xy}\right\} \frac{\pi^2 \sqrt{D_1 D_2}}{ab}.$$
 (3)

Коэффициенты опирания  $K_{\chi}$ ,  $K_{V}$  определяются по формулам

$$K_{x} = \frac{m^{2}}{c} \sqrt{\frac{D_{1}}{D_{2}}} + 2c\sqrt{\frac{D_{3}}{D_{1}}} \sqrt{\frac{D_{3}}{D_{2}}} + \frac{c^{3}}{m^{2}} \sqrt{\frac{D_{2}}{D_{1}}};$$

$$K_{y} = \frac{1}{n^{2}c^{3}} \sqrt{\frac{D_{1}}{D_{2}}} + \frac{2}{c} \sqrt{\frac{D_{3}}{D_{1}}} \sqrt{\frac{D_{3}}{D_{2}}} + n^{2}c\sqrt{\frac{D_{2}}{D_{1}}}.$$
(4)

Здесь m и n – количество полуволн потери устойчивости, которые вычисляют в соответствии с такими неравенствами:

$$m(m-1) < c^2 \sqrt{\frac{D_2}{D_1}} < m(m+1),$$
  
 $n(n-1) < \frac{1}{c^2} \sqrt{\frac{D_1}{D_2}} < n(n+1).$ 

Коэффициент опирания  $K_{xy}$  определяется по таблицам [3, 4].

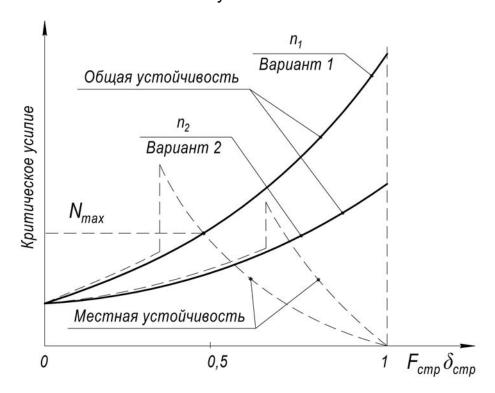


Рисунок 3 – Зависимость критических напряжений от доли усилий  $N_x$  в обшивке

После последовательной подстановки формулы (4) в (3), а затем в (2), взятую со знаком равенства, получим уравнение, из которого можно определить минимальную потребную жесткость  $D_1$ . Из-за отсутствия яв-

ного выражения для  $K_{xy}$  это уравнение решается методом последовательных приближений, попутным исследованием последовательности укладки слоев при расчете  $D_2$  и  $D_3$  на предмет минимизации левой части критерия устойчивости (2), что равносильно повышению общей устойчивости. При нескольких расчетных случаях вычисляется  $D_1$  для всех случаев и принимается наибольшее из найденных значений. Это объясняется тем, что критерий устойчивости должен выполняться для всех расчетных случаев.

Критические усилия местной устойчивости обшивки растут с увеличением количества стрингеров (см. рис. 2), т.е. с уменьшением шага. Так как толщина и структура КМ обшивки известны из расчетов на прочность, то из условия местной устойчивости можно определить максимально возможную величину шага (или минимально возможное количество стрингеров). Очевидно, что это всегда можно сделать, так как уменьшение размеров повышает устойчивость:

$$-\frac{N_{o\delta u}}{N_{x\kappa\rho M}} - \frac{N_y}{N_{y\kappa\rho M}} + \frac{q_{xy}^2}{q_{xy\kappa\rho M}^2} \le 1.$$
 (5)

Здесь

$$N_{obu} = \sigma_{x}\delta;$$
 (6)

$$\left\{N_{x\kappa\rho M}, N_{y\kappa\rho M}, q_{xy\kappa\rho M}\right\} = \left\{K_x, K_y, K_{xy}\right\} \frac{\pi^2 \sqrt{D_{obw} D_2}}{at}.$$
 (7)

Для сложноармированных КМ последовательность укладки слоев по толщине влияет на величину критических усилий, поэтому необходимо найти рациональную последовательность. Если же по каким-либо причинам это невозможно сделать, то жесткости определяются по формулам

$$D_{obm} = \frac{\delta^2 B_{11}}{12}; D_2 = \frac{\delta^2 B_{22}}{12}; D_3 = D_{12} + 2D_{33} = \frac{\delta^2}{12} (B_{12} + 2B_{33}).$$
 (8)

Такое упрощение оправдано тем, что недобор критических усилий легко компенсируется уменьшением шага стрингеров.

После подстановки формул (6) и (7) в критерий (5), принимаемый в виде равенства, находим предельное верхнее значение шага t. Необходимо помнить, что коэффициенты опирания  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $K_{xy}$  зависят от отношения сторон пластин, т.е. от величины шага t. По этой причине неравенство (5) решается численно итерационным методом.

При нескольких расчетных случаях критерий устойчивости (5) должен выполняться для всех расчетных случаев, поэтому для дальнейших расчетов принимается минимальное значение шага установки стрингеров t.

Таким образом, зная шаг t (или количество стрингеров) и толщину стрингерного слоя, определим площадь поперечного сечения стрингера

$$f = \delta_{cmp} \cdot t. \tag{9}$$

После этого можно начинать формирование облика стрингера и определение его параметров для получения требуемой изгибной жесткости панели  $D_1$ , величину которой вычислили из критерия общей устойчивости [5]. Все параметры элементов панели найдены из условий прочности и снижение массы уже невозможно. Если это не удается сделать, то нет иного пути кроме увеличения жесткостей обшивки и стрингеров, а этого можно добиться, изменяя уровень проектных значений напряжений в стрингерах и коэффициент запаса прочности обшивки, предложенных в [1]. Произвольное увеличение жесткости стрингеров и (или) обшивки приведет к нарушению уравнения совместности деформаций обшивки и стрингеров. Это единственное условие, которое безусловно выполняется в виде равенства.

В качестве примера рассмотрим проектирование стрингерной панели со структурой  $[0_3, \pm 45_6]$  из материала с физико-механическими характеристиками:  $E_1$  = 39 ГПа,  $E_2$  = 8 ГПа,  $G_{12}$  = 3,8 ГПа,  $\mu_{12}$  = 0,28,  $\delta_0$  = 0,15 мм,  $B_{11}$  = 49,44 ГПа·мм;  $B_{22}$  = 35,27 ГПа·мм;  $B_{12}$  = 18,71 ГПа·мм;  $B_{33}$  = 21,65 ГПа·мм по устойчивости. Параметры панели: a = b = 500 мм;  $\delta$  = 2,25 мм. Внешние нагрузки  $N_x$  = 500 Н/мм,  $N_y$  =  $q_{xy}$  = 0.

Напряжения в обшивки находим по формуле

$$\sigma_{x} = \frac{N_{x}}{\delta} = \frac{100}{2,25} = 44,4 M\Pi a.$$

Коэффициент опирания определяется по зависимости (4). По формулам (8) вычисляем жесткости

$$D_{o6w} = \frac{2,25^2 \cdot 49,44}{12} = 20,86 \, \text{kH} \cdot \text{mm};$$
 
$$D_2 = \frac{2,25^2 \cdot 35,27}{12} = 14,88 \, \text{kH} \cdot \text{mm};$$
 
$$D_3 = \frac{2,25^2}{12} (18,71 + 2 \cdot 21,65) = 26,16 \, \text{kH} \cdot \text{mm}.$$

После соответствующих преобразований получим формулу для определения предельного верхнего значения шага установки стрингеров

$$t = \frac{-K_x \pi^2 \sqrt{D_{o6\omega} D_2}}{\sigma_x \delta a} = \frac{5 \cdot \pi^2 \sqrt{20,86 \cdot 14,88}}{44,4 \cdot 2,25 \cdot 500} = 17,4 \text{ мм.}$$

В дальнейшем можно проектировать внешний облик стрингера [2] и определять его рациональные параметры.

## Выводы

Рассмотрены ограничения по местной и общей устойчивости подкрепленных панелей. Показано влияние высоты ребра на общую устойчивость панели, количества стрингеров на критические усилия, а также доли усилий в обшивке на критические усилия общей устойчивости панели. Оптимальным является количество стрингеров, при котором наблюдается равноустойчивость обшивки и панели в целом. Рассмотрены задачи оптимизации структуры КМ обшивки при ограничениях на общую и местную устойчивость. Наличие подкрепляющих элементов не влияет на тип структуры КМ обшивки, но сказывается на величине оптимального угла армирования, что значительно упрощает процесс оптимизации параметров стрингерной панели, так как можно пользоваться рекомендациями, сформулированными для гладких панелей.

## Список использованных источников

- 1. Литвинова, Т.А. Проектирование стрингерных панелей. Сообщение 1. Обеспечение прочности при нескольких расчетных случаях [Текст] / Т. А. Литвинова // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». Вып. 3 (67). Х., 2011. С. 19 26.
- 2. Лехницкий, С.Г. Анизотропные пластинки [Текст] / С.Г. Лехницкий. М.: Гос. изд-во техн. лит., 1957. 463 с.
- 3. Карпов, Я.С. Проектирование деталей и агрегатов из композитов [Текст]: учебник / Я.С. Карпов. Х.: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2010. 768 с.
- 4. Проектирование и конструктивно-технологические решения панелей из КМ [Текст]: учеб. пособие / Я.С. Карпов, П.М. Гагауз, Ф.М. Гагауз, Т.А. Литвинова. Х.: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2010. 180 с.
- 5. Литвинова, Т.А. Проектирование стрингеров из композиционных материалов [Текст] / Т. А. Литвинова // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е.Жуковского «ХАИ». Вып. 4 (64). Х., 2010. С. 23 29.

Поступила в редакцию 13.12.2011. Рецензент: д-р техн. наук, проф. Я.С. Карпов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков