

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОМПОЗИТНЫХ ОБОЛОЧЕК В ЗОНЕ ЗАКОНЦОВОК

Оболочки вращения из композиционных материалов (КМ) как отдельный класс конструкций находят широкое применение в технике. Связано это в первую очередь с отработанным и постоянно совершенствующимся технологическим процессом изготовления оболочек методом непрерывной намотки, который характеризуется высокой степенью реализации свойств КМ, возможностью полной автоматизации, низкими энергозатратами и достаточно широким спектром используемых материалов. Во-вторых, методики проектирования композитных оболочек, построенные на теории оптимального армирования [1], на сегодняшний день являются наиболее завершенными и опробованными на практике. Вместе с тем эффективность как процесса намотки, так и используемых методик проектирования, будет обуславливаться наличием или отсутствием в оболочках различных зон нерегулярности (местных усилий, переменной структуры КМ, разнотолщинности и т.п.), без которых, очевидно, невозможно обеспечить надлежащее функционирование изделия в условиях эксплуатации.

Самым распространенным и ответственным видом нерегулярности являются соединительные законцовки самого различного назначения (от технологических до сугубо функциональных). В связи с этим актуальной является проблема разработки таких конструктивно-технологических решений (КТР) стыков и соединений, которые были бы интегрированы в конструкцию оболочки при ее изготовлении намоткой и которые вносили бы минимальное искажение исходной структуры КМ. Одним из факторов, определяющим при этом эффективность того или иного типа КТР, будет являться уровень дополнительного (моментного) напряженно-деформированного состояния в зоне краевого эффекта, которое может рассчитываться как поправка к основному (безмоментному) напряженному состоянию. Изменение моментных усилий в этой зоне имеет характер быстро затухающих колебаний, а протяженность самой зоны соизмерима с долями радиуса и существенно зависит от анизотропии свойств материала стенки оболочки.

В настоящее время для исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) композитных оболочек вблизи закрепленных краев не существует хорошо отработанных аналитических подходов. Однако для инженерных расчетов с достаточной степенью точности может быть применима методика В.В. Васильева для бесконечно длинной оболочки, подкрепленной в центральной части шпангоутом [2 – 4].

Рассмотрим цилиндрическую оболочку радиусом R , изготовленную спиральной намоткой и нагруженную внутренним p и/или внешним q давлением и осевой силой (рис. 1). Для оценки НДС стенки оболочки введем местную систему координат $\alpha\beta\gamma$ (см. рис. 1) с направлениями осей вдоль продольной оси оболочки, по касательной к окружности и по направлению нормали к поверхности соответственно.

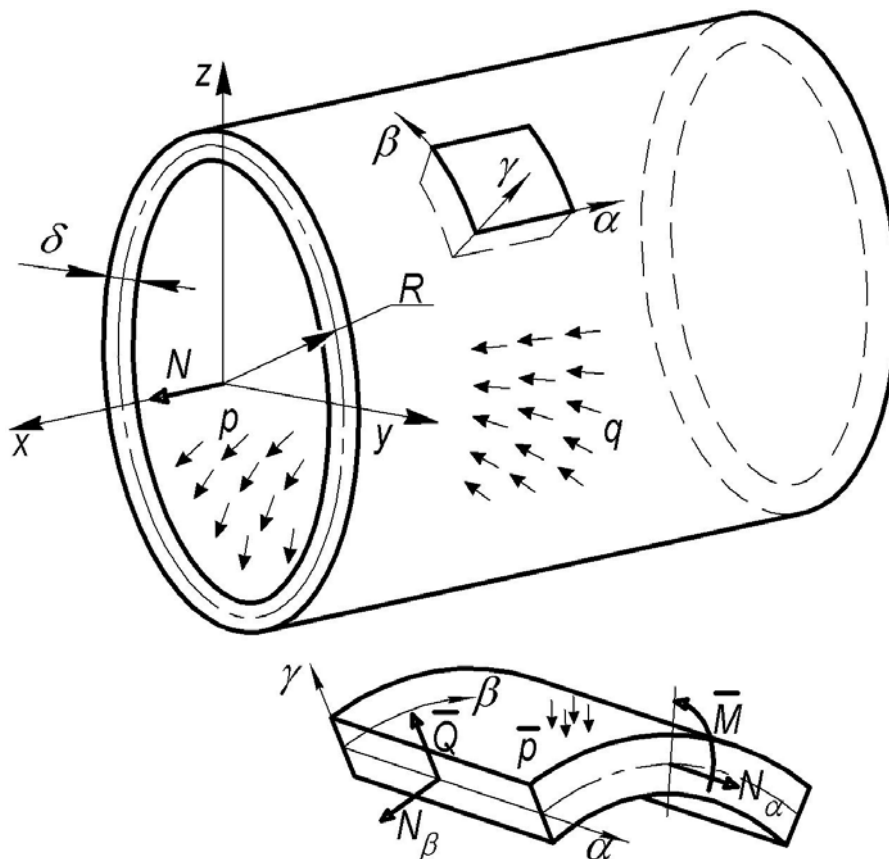


Рисунок 1 – Расчетная схема оболочки при осесимметричном нагружении

Решение основного уравнения осесимметричной задачи для цилиндрической оболочки в зоне краевого эффекта при учете только затухающего по α моментного состояния имеет вид [2, 3]

$$w = w_0 + C_1\Phi_1(\alpha) + C_2\Phi_2(\alpha), \quad (1)$$

где C_1, C_2 – постоянные интегрирования, которые определяются из граничных условий на торцах оболочки $\alpha = 0$ (см. рис. 2);

$\Phi_1(\alpha), \Phi_2(\alpha)$ – функции формы, запись которых будет зависеть от соотношения между действующими усилиями и жесткостными параметрами оболочки [2, 3];

w_0 – частное решение, которое соответствует свободному радиальному перемещению стенки оболочки вдали от края (см. рис. 2) и согласно физическим соотношениям:

$$w_0 = R \frac{N_\beta B_{11} - N_\alpha B_{12}}{B_{11} B_{22} - B_{12}^2}, \quad (2)$$

где N_α, N_β – осевые и окружные усилия (см. рис. 1);

B_{11}, B_{12}, B_{22} – мембранные жесткости КМ стенки оболочки, которые для однородного КМ со структурой $[\pm\varphi]$ вычисляются по следующим формулам [2, 5]:

$$\begin{aligned} B_{11} &= \delta(\bar{E}_1 \cos^4 \varphi + \bar{E}_2 \sin^4 \varphi + 2\bar{E}_1 \mu_{21} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + G_{12} \sin^2 2\varphi); \\ B_{22} &= \delta(\bar{E}_1 \sin^4 \varphi + \bar{E}_2 \cos^4 \varphi + 2\bar{E}_1 \mu_{21} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + G_{12} \sin^2 2\varphi); \\ B_{12} &= \delta[(\bar{E}_1 + \bar{E}_2 - 4G_{12}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \bar{E}_1 \mu_{21} (\sin^4 \varphi + \cos^4 \varphi)]. \end{aligned} \quad (3)$$

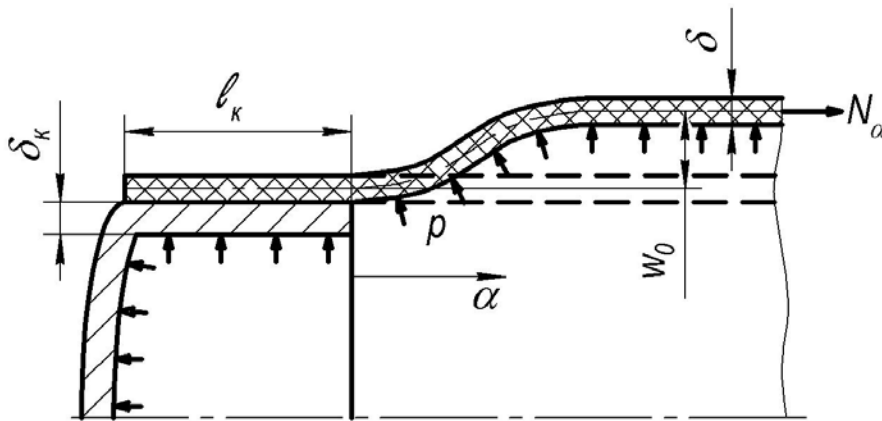


Рисунок 2 – Деформированное состояние оболочки в зоне краевого эффекта при нагружении внутренним давлением

Для определения констант интегрирования C_1, C_2 запишем граничные условия для оболочки при $\alpha = 0$ (см. рис. 2):

$$\left. \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0} = 0; \quad w \Big|_{\alpha=0} = w_K, \quad (4)$$

где w_K – прогиб края оболочки, который соответствует радиальному перемещению кольца [3]:

$$w_K = \frac{R^2}{B_K} (\bar{p} l_K + 2\bar{Q} \Big|_{\alpha=0}). \quad (5)$$

Здесь $B_K = l_K (E_K \delta_K + B_{22})$ – жесткость законцовки в окружном направлении с учетом жесткости присоединенной стенки оболочки (см. рис. 2).

Таким образом, для тонкостенных композитных оболочек ($\bar{\delta} = \delta/R \leq 0,1$), в которых деформацией сдвига можно пренебречь, решение (1) примет следующий вид:

$$\text{при } N_\alpha < \frac{\delta}{R} \sqrt{\frac{B_{11}B_{22} - B_{12}^2}{3}} \quad (6)$$

$$w = w_0 - \frac{w_0 - \bar{p} l_\kappa \frac{R^2}{B_\kappa}}{1 + 4 \frac{D_1 R^2}{B_\kappa} r (t^2 + r^2)} e^{-r\alpha} \left(\cos t\alpha + \frac{r}{t} \sin t\alpha \right); \quad (7)$$

$$\text{при } N_\alpha > \frac{\delta}{R} \sqrt{\frac{B_{11}B_{22} - B_{12}^2}{3}} \quad (8)$$

$$w = w_0 - \frac{w_0 - \bar{p} l_\kappa \frac{R^2}{B_\kappa}}{1 - \frac{r_1}{r_2} + 2 \frac{D_1 R^2}{B_\kappa} r_1 (r_2^2 - r_1^2)} \left(e^{-r_1\alpha} - \frac{r_1}{r_2} e^{-r_2\alpha} \right), \quad (9)$$

где $D_1 = B_{11} \frac{\delta^2}{12}$ – изгибная жесткость стенки оболочки;

$$r = \sqrt{\frac{k_2^2 + k_1^2}{2}}; \quad t = \sqrt{\frac{k_2^2 - k_1^2}{2}}; \quad (10)$$

$$r_1 = \sqrt{k_1^2 - \sqrt{k_1^4 - k_2^4}}; \quad r_2 = \sqrt{k_1^2 + \sqrt{k_1^4 - k_2^4}}. \quad (11)$$

В формулах (10), (11) параметры k_1 и k_2 с учетом принятого допущения о пренебрежении сдвиговой составляющей прогиба определяются из следующих уравнений:

$$k_1^2 = \frac{N_\alpha}{2D_1}; \quad k_2^2 = \frac{B_{11}B_{22} - B_{12}^2}{D_1 R^2 B_{11}}. \quad (12)$$

Дополнительные изгибные и окружные напряжения, а также межслойные касательные напряжения определяются по известным зависимостям:

$$\Delta\sigma_\alpha = -\frac{6}{\delta^2} D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2}; \quad \Delta\sigma_\beta = \frac{1}{\delta} D_1 \frac{\partial^3 w}{\partial \alpha^3}; \quad \tau_{\alpha\gamma} = -\frac{3}{2\delta} D_1 \frac{\partial^3 w}{\partial \alpha^3}. \quad (13)$$

Рассмотрим реализацию данной методики на примере расчета цилиндрической оболочки из углепластика (рис. 3). Предполагая, что оболочка подвержена всестороннему внешнему давлению $\bar{p} = -q = -20$ МПа, получим $N_\alpha = \bar{p}R/2 = 2,88$ МН/м; $N_\beta = \bar{p}R = 5,76$ МН/м. В качестве материала законцовки принят титановый сплав ($E_\kappa = 112$ ГПа).

Для исследования влияния степени анизотропии КМ на НДС оболочки в зоне краевого эффекта рассмотрим решение задачи для двух оболочек, изготавливаемых спиральной намоткой жгутом и окружной намоткой тканью. Полагая, что задача оптимального проектирования оболочки в регулярной зоне решалась отдельно, в качестве исходных данных примем следующие параметры:

- для оболочки, изготавливаемой окружной намоткой тканью: $\delta = 26$ мм; $E_\alpha = E_2 = 68,2$ ГПа; $E_\beta = E_1 = 59,4$ ГПа; $\mu_{\alpha\beta} = \mu_{21} = 0,069$;

- для КМ со структурой $[\pm 70,5^\circ]$, образуемого спиральной намоткой жгутом: $\delta = 26$ мм; $E_\alpha = 6,59$ ГПа; $E_\beta = 19,88$ ГПа; $\mu_{\alpha\beta} = 0,474$.

Для исследуемой оболочки относительная толщина $\bar{\delta} = \delta/R = 0,095$, поэтому деформацией сдвига и изменением метрических свойств по толщине стенки можно пренебречь.

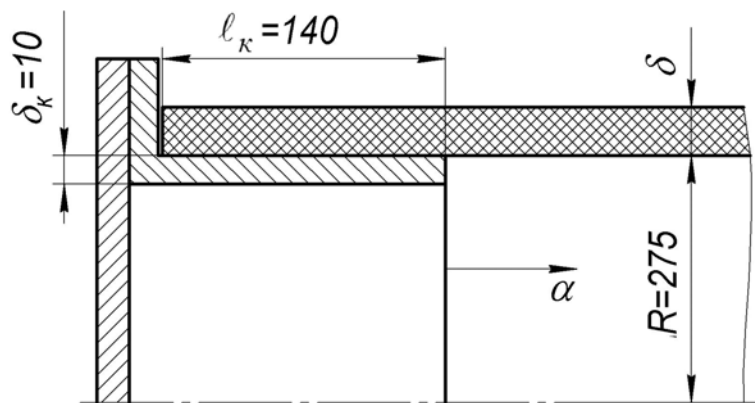


Рисунок 3 – Геометрические размеры оболочки

С учетом заданных параметров изменение радиальных перемещений оболочек в зоне краевого эффекта будет описываться уравнением (7) и примет вид, показанный на рис. 4. На рис. 5, 6 приведены результаты расчета изгибных и межслойных касательных напряжений в зоне краевого эффекта.

Для верификации аналитического решения был проведен расчет методом конечных элементов (МКЭ). При построении конечно-элементной модели предполагалось, что между стенкой оболочки и переходником существует идеальная связь. Результаты расчета, полученные МКЭ, приведены на рис. 4 – 6.

Анализ полученных результатов свидетельствует о том, что протяженность зоны краевого эффекта ограничивается размером, соотносимым с радиусом, и составляет $0,7R$ для оболочки, намотанной жгутом, и $1,3R$ для оболочки, намотанной тканью. Существенные отличия не только в величинах, но и в характере изменения НДС в зоне краевого эффекта, полученных аналитически и с использованием МКЭ для оболочки, намотанной жгутом, можно объяснить высокой степенью анизотропии свойств КМ, для которого $\mu_{\alpha\beta} = 1,731$. Во-вторых, описанная выше

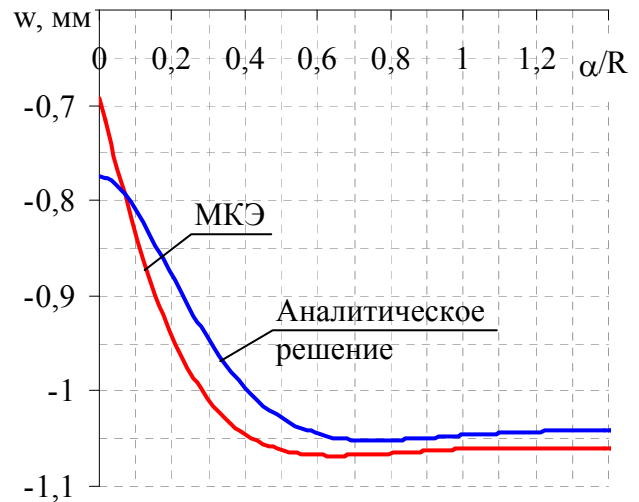
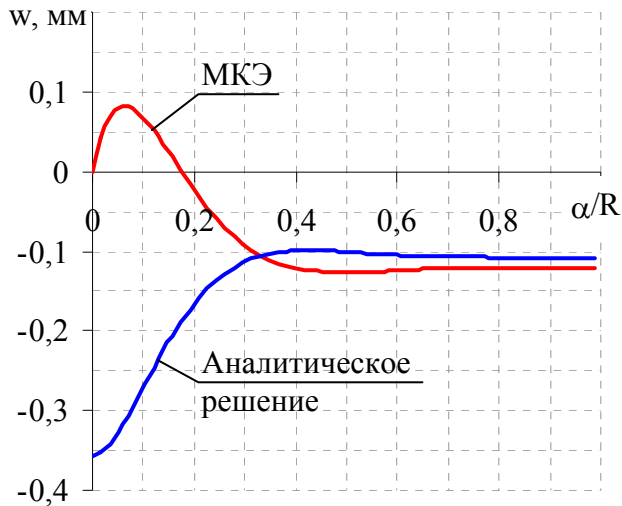


Рисунок 4 – Радиальные перемещения в зоне краевого эффекта для оболочки, намотанной жгутом (слева) и тканью (справа)

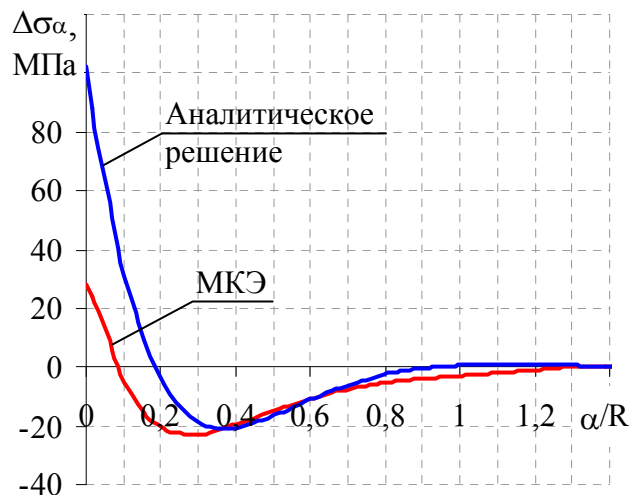
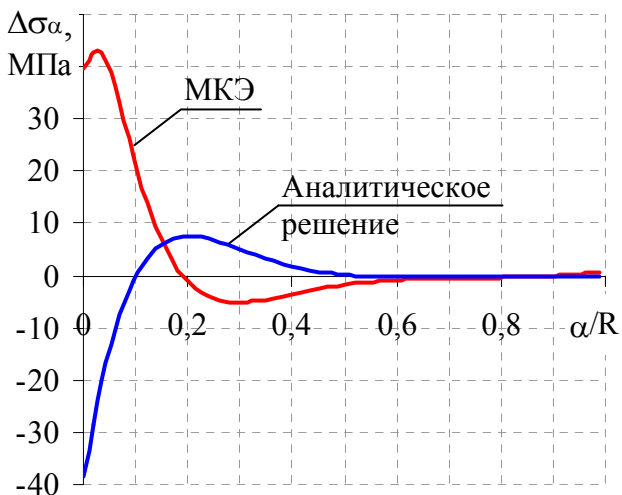


Рисунок 5 – Распределение изгибных напряжений в зоне краевого эффекта для оболочки, намотанной жгутом (слева) и тканью (справа)

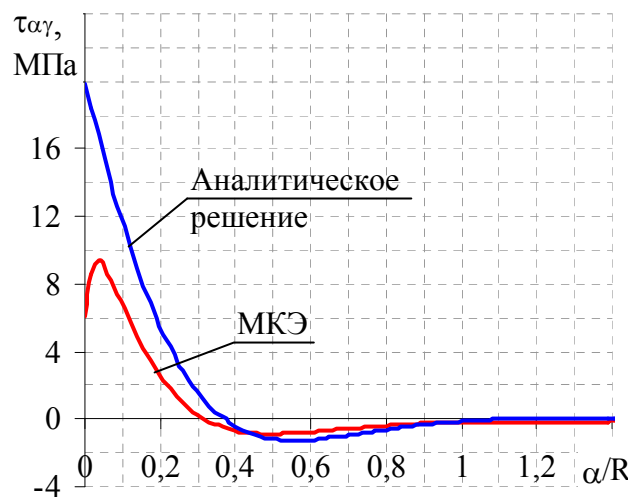
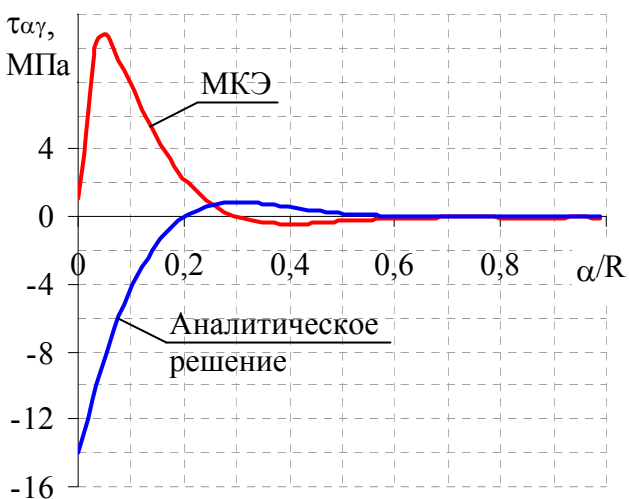


Рисунок 6 – Распределение межслойных касательных напряжений для оболочки, намотанной жгутом (слева) и тканью (справа)

методика служит для анализа НДС длинных оболочек, подкрепленных в центральной части упругим кольцом, т.е. непосредственно справа и слева от кольца деформация стенки оболочки в окружном направлении будет одинаковой и составит $\varepsilon_{\beta} = w_K/R$. В действительности же на торцах оболочки, закрытых днищами, окружные деформации будут отсутствовать (см. сечение $\alpha = -\ell_K$ на рис. 2). В-третьих, при решении уравнений (4) и выводе расчетных зависимостей для радиальных перемещений сечение кольца считалось абсолютно жестким [3]. Однако значительное влияние на НДС в зоне краевого эффекта будут, очевидно, оказывать не только жесткостные характеристики самой стенки оболочки, но также форма и размеры законцовки.

Для исследования вопроса о влиянии конфигурации переходника на НДС оболочки в зоне краевого эффекта были проведены параметрические исследования с использованием МКЭ для шести различных вариантов конструктивно-технологического исполнения законцовок, которые схематично показаны на рис. 7. Результаты численных исследований приведены на рис. 8 – 10.

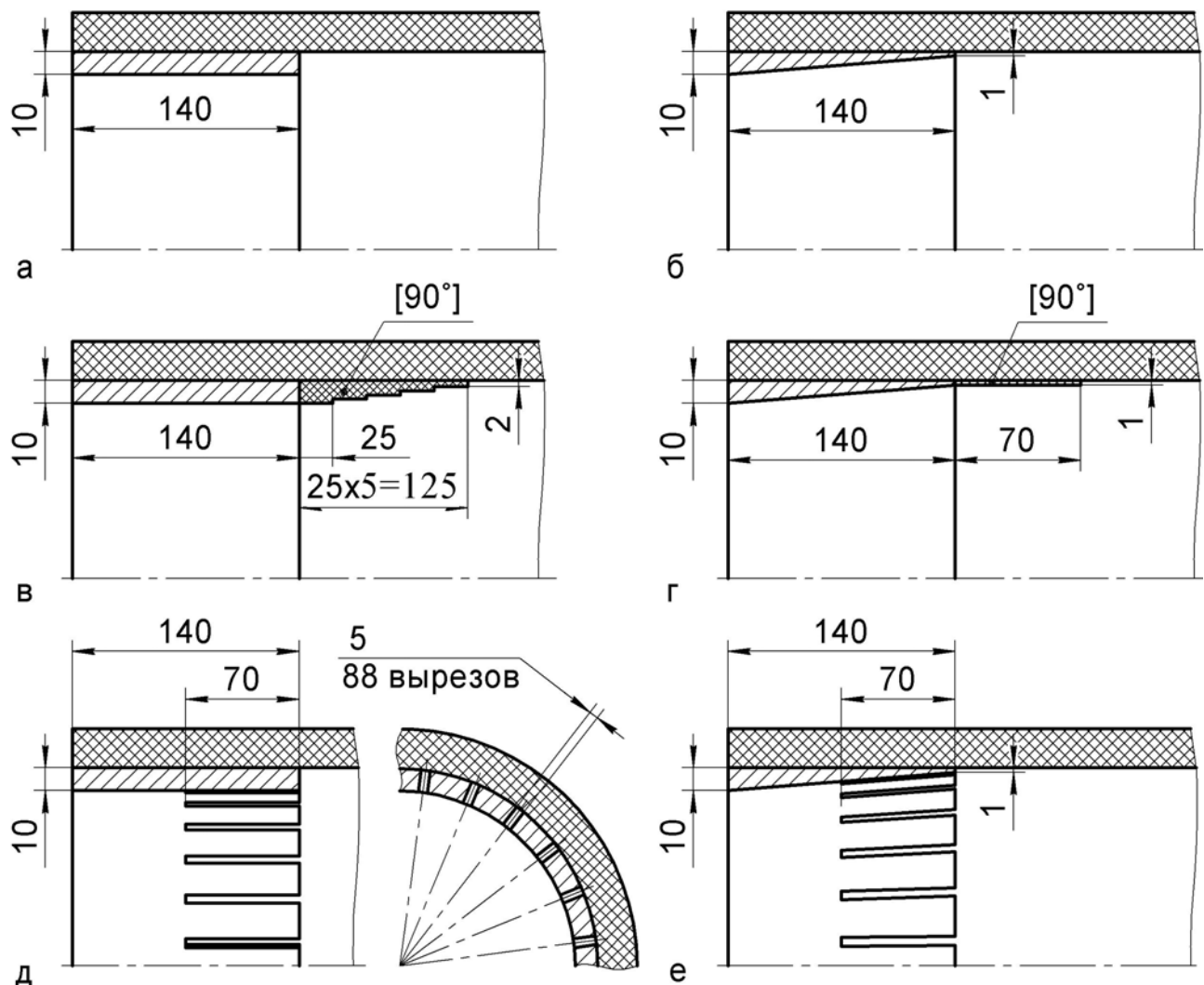


Рисунок 7 – КТР законцовок оболочки

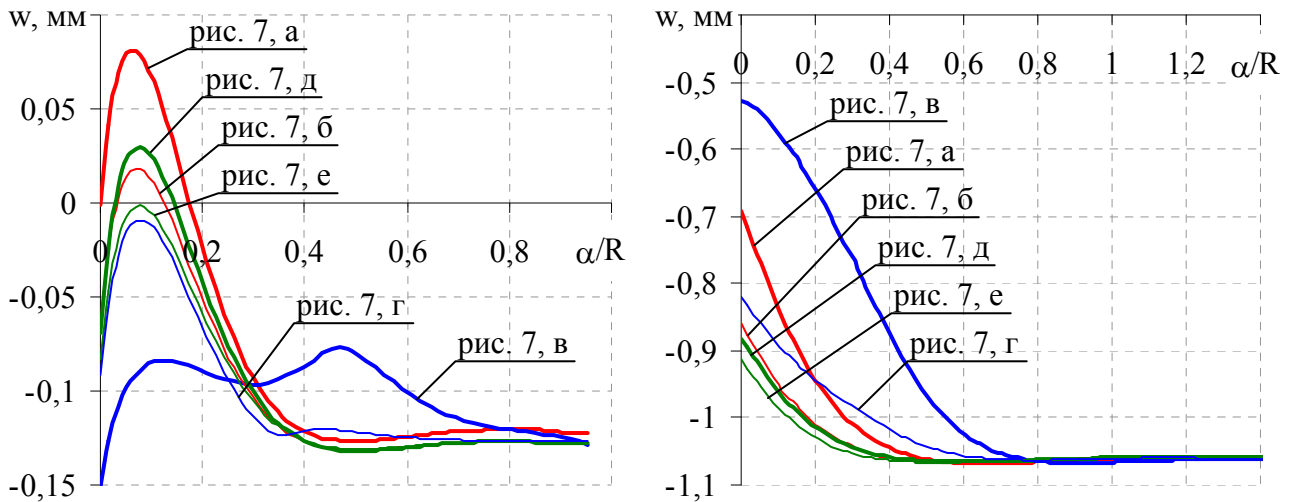


Рисунок 8 – Радиальные перемещения оболочки, намотанной жгутом (слева) и тканью (справа), с различными типами законцовок

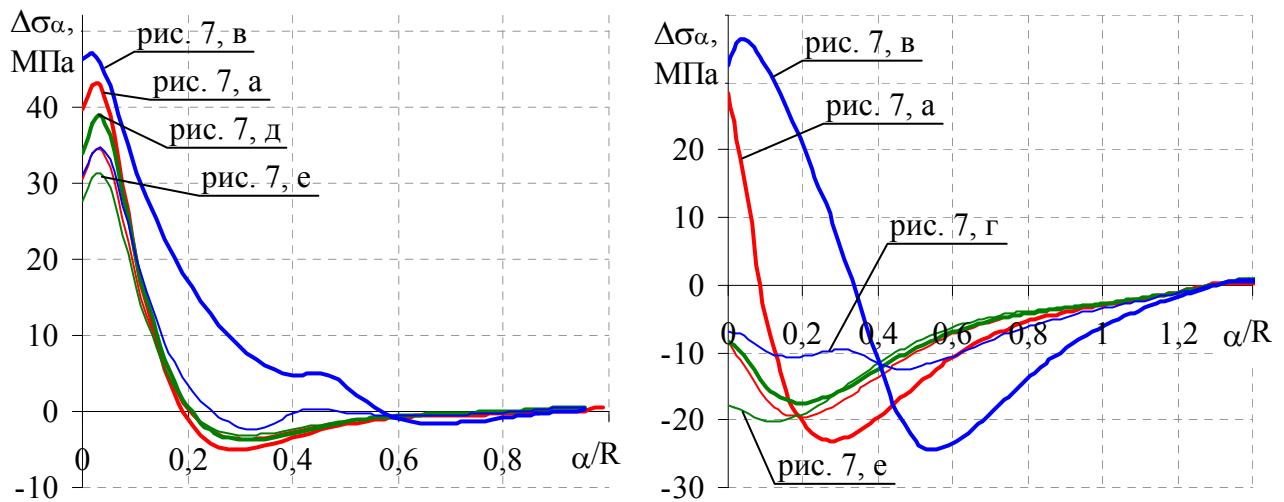


Рисунок 9 – Распределение изгибных напряжений оболочки, намотанной жгутом (слева) и тканью (справа), с различными типами законцовок

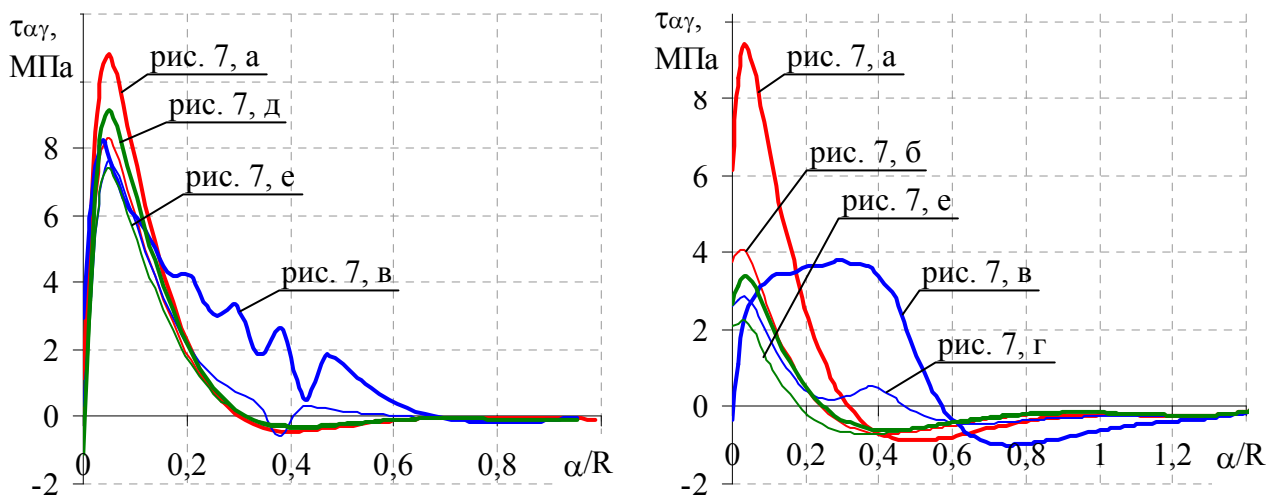


Рисунок 10 – Распределение межслойных касательных напряжений оболочки, намотанной жгутом (слева) и тканью (справа)

Анализ полученных результатов показывает, что форма и конфигурация законцовки значительно влияют на величину и характер распределения изгибных и межслойных касательных напряжений в зоне краевого эффекта для оболочки, намотанной тканью. Однако в случае КМ с существенной степенью анизотропии форма законцовки практически не влияет на уровень дополнительного НДС. Как видно из результатов параметрических исследований, наличие локального усиления стенки оболочки в виде подмотки жгутом в окружном направлении (см. рис. 7, в, г) приводит к увеличению изгибных и межслойных касательных напряжений и значительному изменению характера распределения дополнительного НДС в зоне краевого эффекта.

Окончательный вывод об эффективности того или иного КТР законцовки необходимо проводить на основе полного и детального анализа НДС сопрягаемых элементов, в том числе с учетом реального характера взаимодействия переходника со стенкой. К примеру, в табл. 1 и 2 приведены результаты расчета МКЭ компонентов дополнительного напряженного состояния на внутренней поверхности оболочки в зоне краевого эффекта.

Таблица 1 – Результаты расчета НДС оболочки, изготовленной спиральной намоткой углежгутом

Тип законцовки	Компоненты напряженного состояния на внутренней поверхности оболочки			Эквивалентные напряжения в кольце
	σ_{α} , МПа	σ_{β} , МПа	$\tau_{\alpha\gamma}$, МПа	σ_{von} , МПа
Рисунок 7, а	-246	-434	40,7	516
Рисунок 7, б	-411	-404	47,0	482
Рисунок 7, в	-203	-268	34,0	503
Рисунок 7, г	-353	-261	41,6	481
Рисунок 7, д	-246	-430	43,5	537
Рисунок 7, е	-414	-397	51,1	567

Таблица 2 – Результаты расчета НДС оболочки, изготовленной окружной намоткой углетканью

Тип законцовки	Компоненты напряженного состояния на внутренней поверхности оболочки			Эквивалентные напряжения в кольце
	σ_{α} , МПа	σ_{β} , МПа	$\tau_{\alpha\gamma}$, МПа	σ_{von} , МПа
Рисунок 7, а	-257	-249	26,0	573
Рисунок 7, б	-191	-307	17,3	567
Рисунок 7, в	-241	-78,3	13,0	563
Рисунок 7, г	-184	-108	11,0	564
Рисунок 7, д	-173	-304	12,8	636
Рисунок 7, е	-158	-299	14,9	588

Анализ полученных результатов свидетельствует о том, что непосредственно в месте примыкания стенки к переходнику окружные и осевые напряжения в 1,5 – 3 раза превышают соответствующие компоненты напряженного состояния оболочки в регулярной зоне, где $\sigma_\alpha = N_\alpha/\delta = 111\text{МПа}$; $\sigma_\beta = N_\beta/\delta = 222\text{МПа}$. Однако такие возмущения напряженного состояния на внутренней поверхности оболочки носят локальный характер и быстро затухают на расстоянии порядка толщины стенки от края переходника (см., к примеру, рис. 11). Дополнительное усиление оболочки в виде окружных слоев из однонаправленного КМ, которое, по сути, является «бандажом», существенно снижает уровень окружных напряжений в зоне взаимодействия стенки оболочки с переходником, а за счет уменьшения при этом среднего модуля упругости пакета КМ в осевом направлении это приведет и к уменьшению дополнительных изгибных напряжений (см. табл. 1, 2).

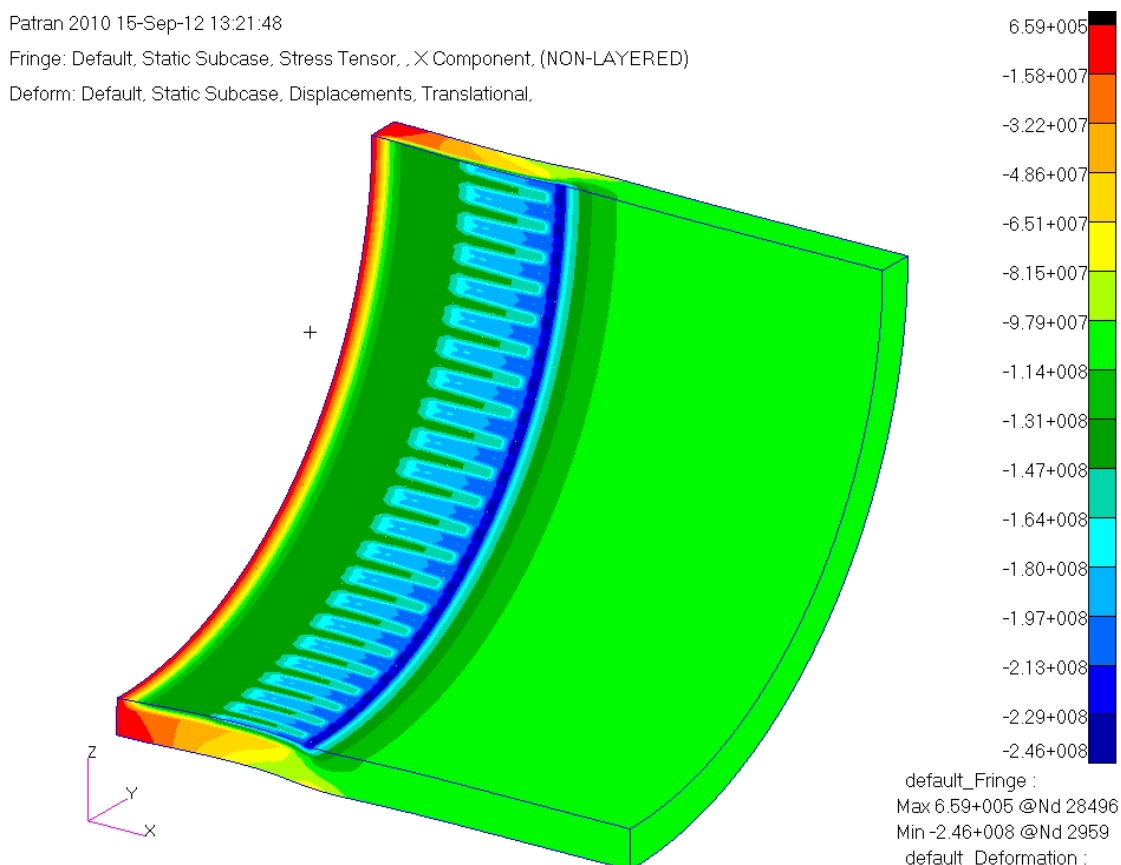


Рисунок 11 – Распределение осевых напряжений для оболочки, изготовленной намоткой жгутом. Тип законцовки соответствует рис. 7, д

Проведенные в данном разделе параметрические исследования показали, что использование методики В.В. Васильева в большинстве случаев позволяет получить близкий по характеру закон распределения НДС в зоне краевого эффекта по сравнению с результатами моделирования МКЭ. Численные значения при этом оказываются несколько за-

вышенными, что делает возможным ее использование при расчетах в запас прочности. Однако использование данной методики в исследованиях, направленных на разработку практических рекомендаций по конструированию зоны перехода от композитной оболочки к металлическому днищу, будет малопродуктивным в силу ряда причин. Во-первых, как показали результаты моделирования оболочек методом конечных элементов, в зоне краевого эффекта НДС будет существенно зависеть от выбранного типа законцовки, что не учитывается в классической теории краевого эффекта слоистых цилиндрических оболочек. Во-вторых, для некоторых случаев аналитическое решение может привести к несопоставимым результатам (см., к примеру, графики, приведенные на рис. 4 – 6 для оболочки, намотанной жгутом), что несколько ограничивает область его применения. В-третьих, описанная выше методика расчета оболочек вблизи закрепленных краев, безусловно, является приближенной и не дает полного представления о том, каким образом будут распределяться напряжения по толщине оболочки. Более детальное исследование НДС в зоне краевого эффекта, в том числе с учетом характера взаимодействия переходника со стенкой, можно получить только с помощью расчетных схем и моделей более высокой точности, например МКЭ.

Список использованных источников

1. Образцов, И.Ф. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов [Текст] / И.Ф. Образцов, В.В. Васильев, В.А. Бунаков. – М.: Машиностроение, 1977. – 144 с.
2. Васильев, В.В. Механика конструкций из композиционных материалов [Текст] / В.В. Васильев. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
3. Композиционные материалы [Текст]: справ./ В.В. Васильев, В.Д. Протасов, В.В. Болотин и др.; под общ. ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.
4. Елпатьевский, А.Н. Прочность цилиндрических оболочек из армированных материалов [Текст] / А.Н. Елпатьевский, В.В. Васильев. – М.: Машиностроение, 1972. – 168 с.
5. Карпов, Я.С. Проектирование деталей и агрегатов из композитов [Текст]: учебник / Я.С. Карпов. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2010. – 768 с.

Поступила в редакцию 27.08.2012.

*Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.В. Гайдачук,
Национальный аэрокосмический университет
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков.*