МЕТОД РАСЧЕТА КОМБИНИРОВАННОЙ ТРАЕКТОРИИ УКЛАДКИ ПРИ НАМОТКЕ КОМПОЗИТНОГО НЕСУЩЕГО СЛОЯ ТРАПЕЦИЕВИДНОГО КРЫЛА МАЛОГО УДЛИНЕНИЯ

Интенсивное развитие авиационной и ракетной техники требует создания новых технологий изготовления конструкций с использованием композиционных материалов. Особенно актуальна задача изготовления из композитов крыльев малого удлинения (КМУ), которые более чем на 50 % состоят из несущих слоев, традиционно изготавливаемых выкладкой с последующим вакуумным формованием, что не позволяет реализовать исходную прочность наполнителя. Добиться повышения реализации исходной прочность наполнителя. Добиться повышения реализации исходной прочности армирующего материала (АМ) позволяет использование намотки. Однако распространение данной технологии на сложные элементы конструкции, такие как несущие поверхности (НП) крыльев малого удлинения, сдерживается отсутствием отработанных приемов изготовления, так как они имеют существенные отличия от традиционно используемых для намотки тел вращения.

Разработке технологии намотки НП КМУ посвящена работа [1], где с использованием предложенного в [2] метода намотки разработан алгоритм подготовки управляющей намоточной программы для намоточного станка с ЧПУ, который состоит из следующих этапов:

- задание геометрических характеристик оправки;

- задание основных структурно-технологических параметров, а именно типа материала (линейной плотности, диаметра нити), количества нитей в ленте (ширины ленты), толщины ленты, шага намотки;

- задание схемы размещения АМ на основной технологической поверхности трапециевидного КМУ (определение положения предельных точек витков, определение порядка следования витков);

- расчет траекторий укладки AM на основной технологической поверхности трапециевидного КМУ;

- расчет траекторий переходов с витка на виток;

- расчет траекторий размещения точек схода AM с нитераскладчика намоточного станка;

- расчет перемещения рабочих органов намоточного станка;

- подготовка управляющей намоточной программы станка с ЧПУ в формате устройства ЧПУ.

Одним из основных этапов алгоритма подготовки программы для намотки НП является определение траектории укладки АМ. В работе [1] траектория укладки АМ на основной технологической поверхности рассчитывается исходя из условия, что она должна быть геодезической.

Данное обстоятельство накладывает ограничения на геометрические характеристики изготавливаемых данным способом НП трапециевидных КМУ [3] и не позволяет обеспечить оптимальные углы армирования и размеры по зонам укладки (рис. 1).



Рисунок 1 – Сеть намотки трапециевидного КМУ: а – общий вид сети намотки НП с характеристиками: удлинение λ=2,36;

сужение η =4.0; угол при вершине развертки β =56°; количество витков 88; предельные точки витков $B_{x;} \pi/2; B_{x;} 3\pi/2; \delta$ – вид сверху сети намотки с нанесенными зонами укладки: зона 1 - φ_1 =90°, K_s=0,004612;

2 - $\varphi_1 = 90^\circ$; $\varphi_2 = 62^\circ$, K_s=0,005980, 3 - $\varphi_1 = 90^\circ$; $\varphi_2 = -62^\circ$, K_s=0,005980; 4 - $\varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = \pm 62^\circ$, K_s=0,029896; 5 - $\varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = \pm 62^\circ$; $\varphi_3 = 34^\circ$, K_s=0,049186; 6 - $\varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = \pm 62^\circ$; $\varphi_3 = -34^\circ$, K_s=0,049186; 7 - $\varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = \pm 62^\circ$; $\varphi_3 = \pm 34^\circ$, K_s=0,299085; 8 - $\varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = \pm 62^\circ$; $\varphi_3 = \pm 34^\circ$, $\varphi_4 = 6^\circ$, K_s=0,026389; 9 - 90°, $\varphi_2 = \pm 62^\circ$; $\varphi_3 = \pm 34^\circ$, $\varphi_4 = -6^\circ$, K_s=0,026389, (K_s=S_{30Hbl}/S_{oбщ})

Для устранения этого недостатка предложен способ намотки [4], который заключается в использовании при укладке AM на основной технологической поверхности комбинированной траектории, состоящей из участков, уложенных с углом геодезического отклонения, равным нулю, (зоны укладки с низкой кривизной) и участков, уложенных с углом геодезического отклонения, отличным от нуля (зоны укладки с высокой кривизной).

При этом закон изменения угла геодезического отклонения в зонах высокой кривизны выбирается таким образом, чтобы обеспечить угол укладки АМ, максимально близкий к ±45°.

Традиционно, наряду с геодезической намоткой, используется намотка с постоянным углом геодезического отклонения, однако использовать ее на всей поверхности трапециевидного КМУ нецелесообразно, так как эффект от негеодезической укладки ощутим лишь на поверхностях, имеющих высокую кривизну. При использовании НП такими являются зоны входной и выходной кромок.

При комбинированной траектории укладки АМ поверхность оправки НП разбивается на ряд зон (рис. 2.) а именно зоны геодезической укладки (на рис. 2 обозначены г) и зоны укладки с некоторым законом изменения угла геодезического отклонения (на рис. 2 обозначены д). При этом закон изменения угла геодезического отклонения должен ставить в зависимость от управляющего параметра угол таким образом, чтобы его значение на границе зон перехода к геодезической намотке равнялось нулю, а значение внутри зоны не превышало предельных значений коэффициента трения µ для данных материалов оправки и АМ.



траектория укладки АМ, построенная на развертке основной технологической поверхности КМУ

Согласно данным изложенным в работе [5], коэффициент трения µ зависит от типа намотки (сухая, мокрая), материала и чистоты поверхности оправки, структуры жгута АМ (витые волокна или нет):

- для сухого жгута, состоящего как из витых, так и невитых волокон, на полированной алюминиевой поверхности μ=0,15;

 для сухого жгута, состоящего из витых волокон на шероховатой сухой эпоксидной поверхности: µ=0,2;

- для пропитанного жгута на полированной алюминиевой поверхности μ=0,4;

- для сухого жгута на гладкой эпоксидной поверхности μ =0,5;

- для сухого жгута, состоящего из невитых волокон, на шероховатой эпоксидной поверхности μ=0,6.

Чтобы реализовать предложенный способ, необходимо иметь алгоритм построения линий на поверхности с заданным законом изменения угла геодезического отклонения. При этом алгоритм должен состоять из двух частей: первый – для расчета геодезической траектории, второй – для расчета траектории с заданным законом изменения угла геодезического отклонения.

Определение геодезической траектории на поверхности, заданной в параметрическом виде

$$\vec{r} = \vec{r}(u,v) = x(u,v)i + y(u,v)j + z(u,v)k,$$
(1)

основано на решении системы дифференциальных уравнений, имеющей вид [7]

$$\left(\frac{d^{2}u_{e}}{ds^{2}} + \Gamma_{11}^{1}\left(\frac{du_{e}}{ds}\right)^{2} + 2\Gamma_{12}^{1}\left(\frac{du_{e}}{ds}\right)\left(\frac{dv_{e}}{ds}\right) + \Gamma_{22}^{1}\left(\frac{dv_{e}}{ds}\right)^{2} = 0;$$

$$\left(\frac{d^{2}v_{e}}{ds^{2}} + \Gamma_{11}^{2}\left(\frac{du_{e}}{ds}\right)^{2} + 2\Gamma_{12}^{2}\left(\frac{du_{e}}{ds}\right)\left(\frac{dv_{e}}{ds}\right) + \Gamma_{22}^{2}\left(\frac{dv_{e}}{ds}\right)^{2} = 0;$$
(2)

где через *S* обозначена длина дуги вдоль геодезической кривой, а через Γ_y^k – символы Кристоффеля 2-го рода, которые алгоритмически вычисляют по формуле

$$\Gamma_{y}^{k} = (-1)^{k} \frac{\left\langle \vec{r}_{3-k}, \vec{r}_{y}, [\vec{r}_{1}, \vec{r}_{2}] \right\rangle}{\left[[\vec{r}_{1}, \vec{r}_{2}]^{2} \right]^{2}}, i, j, k = 1, 2.$$
(3)

Для расчета траектории с заданным законом изменения угла геодезического отклонения алгоритм строится исходя из того, что для поверхности, заданной в параметрическом виде, угол геодезического отклонения характеризует устойчивость укладки или равновесность нити волокна [5].

Условие равновесия нити на поверхности в общем случае имеет вид

$$|tg\theta| \le \mu, \tag{4}$$

где θ – угол геодезического отклонения кривой; μ – коэффициент трения скольжения нити на поверхности.

Уравнение произвольной кривой / на поверхности, заданной в параметрическом виде (1), можно представить так

$$l(s) = \vec{r}(u(s), v(s)), \qquad (5)$$

где **s** – натуральный параметр (длина кривой *I*).

Уравнение вектора касательной т к кривой на поверхности заданной (5), имеет вид

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{r}}{ds} = \vec{r}_{u}u' + \vec{r}_{v}v'.$$
(6)

Уравнение главной нормали *n* к кривой / имеет вид

$$\vec{n} = \frac{d\vec{\tau}}{ds} = \vec{r}_u u'' + \vec{r}_v v'' + N_d, \qquad (7)$$

где через N_d обозначено выражение $\vec{r}_{uu} {u'}^2 + \vec{r}_{vv} {v'}^2 + 2\vec{r}_{uv} {u'v'}$.

Так как угол геодезического отклонения θ есть угол между нормалью \vec{m} к поверхности и главной нормалью \vec{n} к кривой, проведенных к одной и той же точке, его можно определить из уравнения

$$\frac{(\vec{\tau}, (\vec{m} \times \vec{n}))}{(\vec{m}, \vec{n})} = \frac{|\vec{\tau}| (|\vec{m}| |\vec{n}| \sin \theta) \cos \theta}{|\vec{m}| |\vec{n}| \cos \theta} = tg\theta.$$
(8)

Принимая, что *s* – натуральный параметр кривой *l*, получаем скалярное произведение векторов $\vec{\tau}$ и \vec{n} , равное нулю в каждой точке кривой:

$$(\vec{\tau}, \vec{n}) = 0. \tag{9}$$

Подставив выражения (6) и (7) в формулы (8) и (9), запишем систему уравнений относительно U'' и V'', учитывая закон изменения $tg\theta$ от окружного угла V:

$$tg\theta = \begin{cases} \rightarrow 0.; \, \partial \pi S V = \alpha_{H3}; \\ . \\ \mu_{\partial \Pi} |; \, \partial \pi S V \in [\alpha_{H3}; \alpha_{K3}]; \\ . \\ . \\ \rightarrow 0.; \, \partial \pi S V = \alpha_{K3}, \end{cases}$$
(10)

где α_{HS} - окружной угол начала зоны не геодезической укладки; α_{KS} - окружной угол конца зоны не геодезической укладки.

$$\begin{cases} (\vec{\tau}, \vec{r}_u) u'' + (\vec{\tau}, \vec{r}_v) v'' + (\vec{\tau}, N_d) = 0; \\ ((\vec{\tau} \times \vec{m}), \vec{r}_u) u'' + ((\vec{\tau} \times \vec{m}), \vec{r}_v) v'' + ((\vec{\tau} \times \vec{m}), N_d) = (\vec{m}, N_d) tg\theta. \end{cases}$$
(11)

Таким образом, получена система двух линейных уравнений с двумя неизвестными *U*["] и *V*["]. Решив полученную систему по правилу Крамера, получим систему:

$$\begin{cases}
\frac{du}{ds} = u'; \\
\frac{dv}{ds} = v'; \\
\frac{du'}{ds} = \frac{-(\tau, N_d)((\tau \times m), r_v) - (\tau, r_v)((m, N_d)tg\theta - ((\tau \times m), N_d)))}{(\tau, r_u)((\tau \times m), r_v) - (\tau, r_v)((\tau \times m), r_u)}; \\
\frac{dv'}{ds} = \frac{(\tau, r_u)((m, N_d)tg\theta - ((\tau \times m), N_d)) + (\tau, N_d)((\tau \times m), r_u)}{(\tau, r_u)((\tau \times m), r_v) - (\tau, r_v)((\tau \times m), r_u)}.
\end{cases}$$
(12)

Численно системы (2) и (12) решаются методом Рунге – Кутта.

Для проверки предложенных алгоритмов был проведен расчет траектории укладки АМ на поверхности НП с характеристиками: удлинение λ =2,36; сужение η =4,0; угол при вершине развертки β =56°, предельная точка витка B_x ; $\pi/2$; координата Х предельной точки витка 75,0. Траектория рассчитывается в зоне окружного угла $V \in [a3, a4]$. Результаты расчета приведены на рис. 3. Для сравнения и оценки полученных результатов в поле рисунка представлена траектории геодезической укладки.



Рисунок 3 – Иллюстрация расчета траектории укладки АМ с заданным законом изменения *tgθ*: а – изменении окружного угла *V* по зонам укладки; б – график описывающий закон изменения *tgθ* в зоне окружного угла [*a3,a4*]; в – траектории укладки АМ в рассматриваемой зоне: 1- геодезическая траектория укладки; 2 – траектория с предложенным законом изменения *tgθ* (расчет проводился с использованием пакета Mathcad 14) Проанализировав представленные на рис. 3 результаты, можно сделать вывод, что для данной поверхности возможно уложить виток по предложенной методике, так как кривая, соответствующая траектории укладки (рис. 2), лежит в зоне допустимых углов геодезического отклонения (зона между кривыми 1 и 2 на рис. 3).

В приведенном примере решалась прямая задача определения траектории укладки по известному закону изменения *tgθ*, что актуально. Однако очень часто необходимо по известной траектории определить закон изменения *tgθ*, т.е. решить обратную задачу.

При известных значениях координат линий укладки, а соответственно известных первых и вторых производных u(s) и v(s)

$$tg\theta = \left(\left((\tau \times m), r_{U} \right) u'' + \left((\tau \times m), r_{V} \right) v'' + \left((\tau \times m), N_{d} \right) \right) / (m, N_{d}).$$
(13)

Итак, исходя из вышесказанного, формирование траекторий укладки АМ должно проводиться в следующем порядке:

1. Построение развертки поверхности трапециевидного КМУ (рис. 4, а).

2. Задание предельных точек витков.

3. Построение прямых с точками излома на входной и выходной кромках и образующих с базовыми меридианами углы ±45°.

4. Построение сопрягающих NURBS кривых в зонах негеодезической укладки позиция A (рис. 4, а).

5. Определение координат точек NURBS кривых.

6. Построение зависимостей *tgθ* от окружного угла в зонах негеодезической укладки (рис. 4, б).

7. Анализ полученных зависимостей и принятие решения о возможности намотки или необходимости корректировки размещения траекторий укладки АМ путем изменения геометрических характеристик КМУ или углов пересечения с базовыми меридианами.



Рисунок 4 – Иллюстрация формирования траектории укладки АМ по предложенному способу намотки: а – развертка поверхности КМУ с нанесенными траекториями укладки АМ; б – зависимость *tgθ* от окружного угла в зонах не геодезической намотки (зависимости построены для двух первых траекторий укладки)

С использованием предложенного способа намотки и разработанного метода расчета была получена сеть намотки трапециевидного КМУ, представленная на рис. 4 и 5).

В результате построения траекторий укладки АМ по предложенной методике мы имеем более равномерное распределение зон укладки по поверхности трапециевидного КМУ с постепенным увеличением количества слоев укладки к корню и угол армирования в зонах, равный ± 45°, что является оптимальным с точки зрения восприятия несущим слоем изгибающих и сдвиговых усилий.



Рисунок 5 – Сеть намотки трапециевидного КМУ: а – общий вид сети намотки НП с характеристиками: удлинение λ=2,36; сужение η=4.0; угол при вершине развертки β=56°; количество витков 88; предельные точки

витков $B_{x;\pi/2;}B_{x;3\pi/2}$; б – вид сверху сети намотки с нанесенными зонами укладки: зона 1 - φ_1 =90°, K_s=0,0077; 2 - φ_1 = 90°; φ_2 =45°, K_s=0,012,

 $3 - \varphi_1 = 90^\circ$; $\varphi_2 = -45^\circ$, $K_s = 0,012; 4 - \varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = \pm 45^\circ$, $K_s = 0,039;$ $5 - \varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = \pm 45^\circ$; $\varphi_3 = 45^\circ$, $K_s = 0,03255; 6 - \varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = \pm 45^\circ;$ $\varphi_3 = -45^\circ$, $K_s = 0,03255; 7 - \varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = \pm 45^\circ; \varphi_3 = \pm 45^\circ$, $K_s = 0,1055;$ $8 - \varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = \pm 45^\circ; \varphi_3 = \pm 45^\circ, \varphi_4 = 45^\circ, K_s = 0,08415; 9 - 90^\circ, \varphi_2 = \pm 45^\circ;$ $\varphi_3 = \pm 45^\circ, \varphi_4 = -45^\circ, K_s = 0,08415; 10 - 90^\circ, \varphi_2 = \pm 45^\circ; \varphi_3 = \pm 45^\circ, \varphi_4 = \pm 45^\circ,$ $K_s = 0,08415$ ($K_s = S_{30Hb}/S_{ofcij}$)

Таким образом, предложенный способ и метод расчета, разработанный на его основе, позволяют расширить область применения намоточных технологий при изготовлении несущих слоев трапециевидных КМУ и обеспечить высокие прочностные характеристики последних.

Список использованных источников

1. Киреев, И.Ю. Технология намотки композитных крыльев малого удлинения беспилотных летательных аппаратов: дис. ... канд. техн. наук: 05.07.02 / Киреев Игорь Юрьевич. – Луганск, 2011. – 171 с.

2.Пат. 2 089 444 Российская Федерация, МКП В 64 С 3/20; В 64 F 5/00; В 32 В 33/00. Способ изготовления сложнопрофильных изделий из композиционных материалов методом непрерывной намотки [Текст] / Рач В.А., Могильный Г.А., Малков И.В.; Заявитель и патентообладатель Восточноукраинский государственный университет; заявл. 25.08.1995; опубл. 10.09.1997.

3. Киреев, И.Ю. Методика определения структуры композитного несущего слоя трапециевидного крыла малого удлинения беспилотного летательного аппарата, изготовленного намоткой [Текст] / И.Ю. Киреев // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – Вып. 4(64). – Х., 2010. – С. 52 – 58.

4. Пат. 70825 Україна, МКП ВЗ2В ЗЗ/00, В64С З/00, В64F 5/00. Спосіб виготовлення аеродинамічних несучих поверхонь з композитних матеріалів безперервним намотуванням [Текст] / Кірєєв І.Ю., Могильний Г.А., Жуков М.С.; заявл. 25.06.2012; опубл. бюл. № 12, 2012.

5. Sotiris Koussios Friction Experiments for Filament Winding Applications [Text] / Sotiris Koussios, Otto K. Bergsma // Journal of Thermoplastic Composite Materials. – 2006. – 19 p.

> Поступила в редакцию 03.09.2012. Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.П. Коробецкий, СНУ им Володимира Даля г. Луганск.