

АНАЛИЗ ВЕЛИЧИН И ХАРАКТЕРА ПРИЛОЖЕНИЯ ВНУТРЕННИХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ УСИЛИЙ И ОЦЕНКА ЗОНЫ КРАЕВОГО ЭФФЕКТА В КОМПОЗИТНЫХ СТЕРЖНЯХ

При оценке напряженно-деформированного состояния силовых элементов авиационных конструкций из полимерных композитов, а также в ходе их проектирования зачастую возникает вопрос возможности применения той или иной модели поведения материала. В общем случае применения анизотропных материалов и сложном внешнем нагружении достаточно большое количество варьируемых геометрических, силовых и физико-механических параметров и характеристик может значительно усложнить решение задачи и потребовать дополнительных затрат. Достаточно актуальным является вопрос об оценке абсолютных величин и характере распределения внутренних напряжений, возникающих как в процессе изготовления составных стержней различных поперечных сечений из композиционных материалов, так и в процессе эксплуатации при нагружении температурным полем. Достаточно часто [1, 2] при анализе деформирования составных анизотропных стержней используется следующая модель взаимодействия и передачи усилий между элементами (рис. 1).

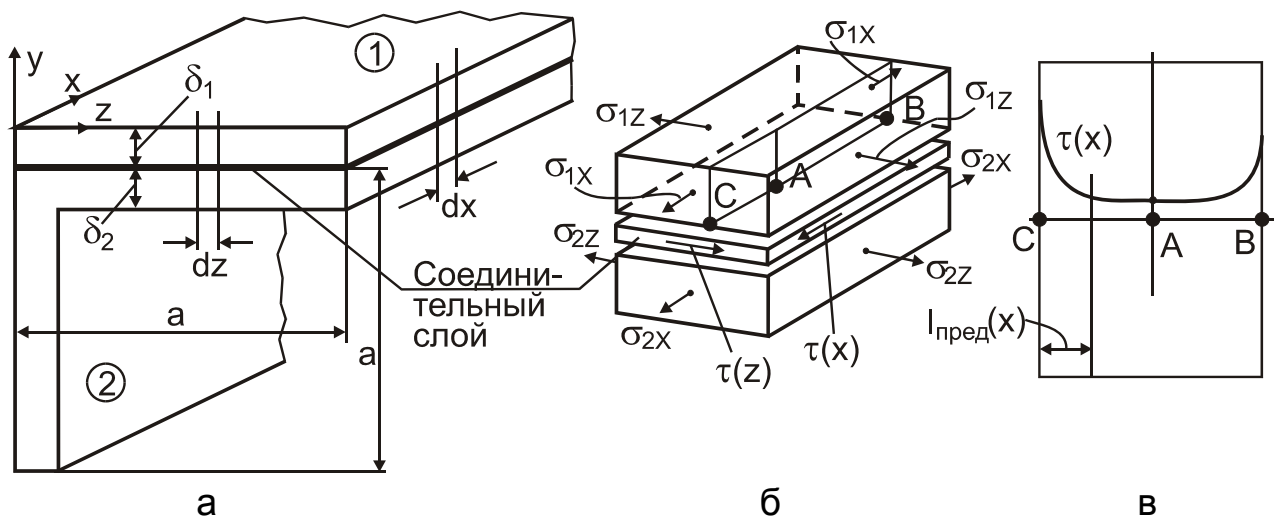


Рисунок 1 – Модель взаимодействия элементов составного профиля:
а – общая геометрия стержня; б – температурные напряжения, возникающие в представительном элементе; в – проявление эффекта затухания касательных напряжений

Для того чтобы, с одной стороны корректно и полно, а с другой – рационально записать уравнения равновесия, физического закона и совместности деформации, следует оценить весомость каждого из компонентов напряжений в зависимости от сочетания геометрических (толщи-

на, ширина, длина), физических (соотношения упругих свойств) и других характеристик соединяемых элементов.

Еще одним из часто используемых инженерных приемов является условное “отсечение” каких-либо элементов конструкции или их частей. Предпосылками к такому приему является допущение о том, что в “отсекаемой” части возникают напряжения и деформации либо достаточно малы, и которые не оказывают влияния на оставшуюся конструкцию, либо, наоборот, оценка НДС “отсекаемой” части на текущем этапе достаточно затруднена ввиду сложности расчета. Типовым примером реализации такого приема является оценка величины (длины) зоны затухания касательных напряжений в соединительном слое (рис. 1, в). Решение этой задачи позволит, с одной стороны, рекомендовать рациональную ширину соединения по оси z , а с другой – позволит упростить оценку температурного НДС в продольном направлении x .

В работах [1 – 3] были рассмотрены в основном случаи оценки температурного НДС стержней из композитов, в которых влияние поперечных температурных деформаций или не учитывалось, или учитывалось косвенно путем принятия равными нулю каких-либо компонентов напряжений и деформаций при выводе обобщенных уравнений физического закона и совместности деформации.

Рассмотрим подробнее вопрос об оценке температурного НДС композитного стержня и попытаемся учесть влияние деформаций, возникающих в поперечном направлении z . В общем случае касательные напряжения τ являются функцией двух переменных x и z [1], но учет обоих направлений сразу требует решения системы дифференциальных уравнений третьего порядка в частных производных. В настоящее время аналитическое решение такой системы не найдено. Примем допущение об ортотропии свойств материала элементов стержня в осях xz . Тогда, принимая во внимание уравнение совместности деформаций деталей 1 и 2 в продольном и поперечном направлениях

$$\varepsilon_{1x} = \varepsilon_{2x}, \quad \varepsilon_{1z} = \varepsilon_{2z}, \quad (1)$$

записывая уравнения физического закона для представительного элемента деталей (рис. 1, б)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1x} &= \frac{\sigma_{1x}}{E_{1x}} - \mu_{1zx} \frac{\sigma_{1z}}{E_{1z}} + \varepsilon_{10x}, & \varepsilon_{2x} &= \frac{\sigma_{2x}}{E_{2x}} - \mu_{2zx} \frac{\sigma_{2z}}{E_{2z}} + \varepsilon_{20x}, \\ \varepsilon_{1z} &= \frac{\sigma_{1z}}{E_{1z}} - \mu_{1xz} \frac{\sigma_{1x}}{E_{1x}} + \varepsilon_{10z}, & \varepsilon_{2z} &= \frac{\sigma_{2z}}{E_{2z}} - \mu_{2xz} \frac{\sigma_{2x}}{E_{2x}} + \varepsilon_{20z} \end{aligned} \quad (2)$$

и уравнения равновесия соединяемых элементов в двух направлениях

$$\begin{aligned} \sigma_{1x} \delta_1 + \sigma_{2x} \delta_2^* &= 0; \\ \sigma_{1z} \delta_1 + \sigma_{2z} \delta_2 &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

можно получить аналитические зависимости для определения всех компонентов нормальных напряжений в представительном элементе:

$$\begin{aligned} \sigma_{1z} &= E_{1z} \frac{(\mu_{1xz} + \mu_{2xz} K_x)(\varepsilon_{20x} - \varepsilon_{10x}) + (\varepsilon_{20z} - \varepsilon_{10z})(K_x + 1)}{(K_z + 1)(K_x + 1) - (\mu_{1xz} + \mu_{2xz} K_x)(\mu_{1zx} + \mu_{2zx} K_z)}, & \sigma_{2z} &= -\frac{\delta_1}{\delta_2} \sigma_{1z}, \\ \sigma_{1x} &= E_{1x} \frac{(\mu_{1zx} + \mu_{2zx} K_z)(\varepsilon_{20z} - \varepsilon_{10z}) + (\varepsilon_{20x} - \varepsilon_{10x})(K_z + 1)}{(K_x + 1)(K_z + 1) - (\mu_{1xz} + \mu_{2xz} K_x)(\mu_{1zx} + \mu_{2zx} K_z)}, & \sigma_{2x} &= -\frac{\delta_1}{\delta_2^*} \sigma_{1x}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $K_x = \frac{\delta_1 E_{1x}}{\delta_2^* E_{2x}}$; $K_z = \frac{\delta_1 E_{1z}}{\delta_2 E_{2z}}$.

В формулах (1) - (4) приняты следующие обозначения:

ε_{10x} , ε_{20x} , ε_{10z} , ε_{20z} – суммарные свободные (температурные и усадочные) деформации, вызванные изменением температуры ΔT :

$$\varepsilon_{10x} = \alpha_{1x} \Delta T, \quad \varepsilon_{20x} = \alpha_{2x} \Delta T, \quad \varepsilon_{10z} = \alpha_{1z} \Delta T, \quad \varepsilon_{20z} = \alpha_{2z} \Delta T;$$

E_{1x} , E_{2x} , E_{1z} , E_{2z} , μ_{1xz} , μ_{2xz} , μ_{1zx} , μ_{2zx} – модули упругости и коэффициенты Пуассона деталей 1 и 2 в соответствующих направлениях и плоскости $хоу$;

δ_1 , δ_2 , δ_2^* – толщина деталей 1 и 2 и приведенная толщина детали 2 с учетом вертикальных элементов (стенок).

Для уголкового профиля с наружной накладкой на полку (рис. 1, а) с размерами $a = 20$ мм, $\delta_1 = 5$ мм, $\delta_2 = 5,86$ $\delta_2^* = \delta_2(2a - \delta_2)/a = 10$ мм.

На основании предложенной математической модели (4) можно оценить величины нормальных напряжений в соединяемых деталях в зависимости от соотношений их модулей упругости в поперечном направлении E_{1z}/E_{2z} и значений толщин деталей δ_1/δ_2 . Диапазоны изменения рассматриваемых соотношений выбирались исходя из анализа типовых значений упругих характеристик существующих материалов и конструкторских рекомендаций. Результаты проведенных параметрических исследований занесены в табл. 1 и изображены графически на рис. 2.

По результатам параметрических исследований можно сделать следующие выводы:

- увеличение жесткости накладки в поперечном направлении (E_{1z}) приводит к значительному росту (до 10 и более раз) напряжений в обеих деталях;

- уменьшение толщины накладки по сравнению с толщиной основной детали приводит к значительному росту поперечных напряжений σ_{1z} в ней, при этом они могут превышать продольные напряжения σ_x как в основной детали, так и в накладке в 2–4 раза. Поэтому особое внимание при выборе материала накладки и ее структуры следует уделять прочностным характеристикам материала при растяжении и сжатии;

- увеличение толщины накладки по сравнению с толщиной основной детали приводит к ее разгрузке в поперечном направлении, но не разгружает основную деталь, и даже несколько увеличивает (до 10%) напряжения в основной детали и приводит к росту массы всего изделия.

Таблица 1 – Зависимость величины поперечных напряжений σ_{1z} , σ_{2z} в деталях от соотношений модулей упругости и толщины деталей

$\delta_1/\delta_2=0,25$						
E_{1z}/E_{2z}	0,2	0,4	0,8	1,0	2,0	4,0
σ_{1z} , МПа	-9,8	-18,8	-34,6	-41,4	-68,9	-103,0
σ_{2z} , МПа	4,2	8,1	14,7	17,7	29,3	43,9
$\delta_1/\delta_2=0,5$						
σ_{1z} , МПа	-9,1	-16,7	-28,7	-33,4	-50,3	-66,7
σ_{2z} , МПа	7,8	14,3	24,5	28,0	42,2	56,9
$\delta_1/\delta_2=1,0$						
σ_{1z} , МПа	-8,1	-13,9	-21,8	-24,6	-33,0	-39,8
σ_{2z} , МПа	13,8	23,8	37,3	42,0	56,3	67,9
$\delta_1/\delta_2=2,0$						
σ_{1z} , МПа	-6,8	-10,8	-15,1	-16,4	-19,9	-22,3
σ_{2z} , МПа	23,4	36,8	51,6	56,1	68,0	76,0

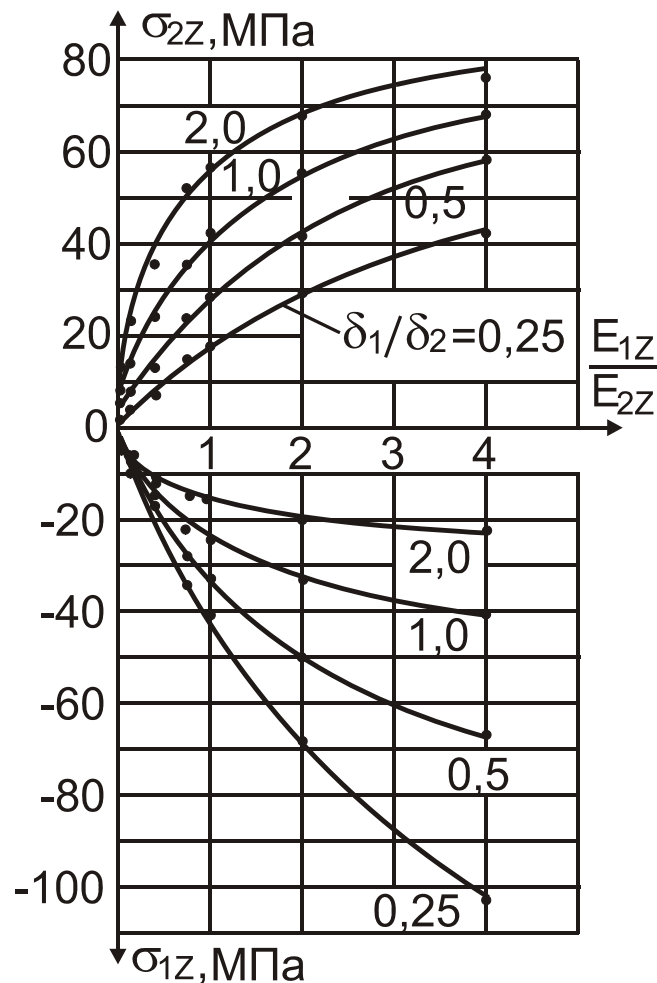


Рисунок 2 – Зависимость величины поперечных напряжений от толщины соединяемых деталей и их модулей упругости

Оценка длины зоны стабилизации касательных напряжений в соединительном слое в продольном направлении x была проведена в [3]. Началом момента стабилизации было принято снижение касательных напряжений до 5% от их начального максимального значения. Представляет интерес вопрос оценки уровня стабилизации касательных напряжений в поперечном направлении z . Согласно методике, изложенной в [1, 3], оценка изменения характера и величины касательных усилий для уголка с накладкой (рис. 1) может быть проведена следующим образом:

$$\tau(z) = \frac{\Delta T (\alpha_{2z} - \alpha_{1z})}{k \Pi_c \operatorname{sh} ka} [\operatorname{ch} ka - \operatorname{ch} k(a-z)], \quad (5)$$

где $k = \sqrt{\frac{\Pi_{1z} + \Pi_{2z}}{\Pi_c}}$. Здесь $\Pi_{1z} = \frac{1}{\delta_1 E_{1z}}$; $\Pi_{2z} = \frac{1}{\delta_2 E_{2z}}$. Значение податливости соединительного слоя Π_c можно определить по двум моделям:

$$\Pi_{cI} = \frac{\delta_k}{G_k} \text{ или } \Pi_{cII} = \frac{\delta_1}{2G_1} + \frac{\delta_2}{2G_2} + \frac{\delta_k}{G_k};$$

где δ_k – толщина клеевого слоя; G_1 , G_2 , G_k – модули сдвига деталей 1, 2 и клея.

При $E_{1z}=10$ ГПа, $E_{2z}=20$ ГПа, $\alpha_{1z} = 30 \cdot 10^{-6}$ 1/К, $\alpha_{2z} = 30 \cdot 10^{-6}$ 1/К, $G_1=10$ ГПа, $G_2=8$ ГПа, $G_k=5$ ГПа, $\delta_k=0,1$ мм, $\Delta T=150^\circ\text{C}$ можно оценить максимальные значения касательных напряжений в поперечном направлении и характер их изменения по длине полки уголка длиной a (учитывая две возможные модели податливости соединительного слоя, обозначенные символами I и II).

Таблица 2 – Значения касательных напряжений в продольном направлении z

z , мм	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9
τ_I , МПа	-138,2	-41,9	-12,7	-3,8	-1,1	-0,3	–	–	–	–	–	–
τ_{II} , МПа	-23,7	-19,1	-15,2	-12,1	-9,5	-7,3	-5,5	-3,9	-2,5	-1,2	0	1,2

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы: зона стабилизации касательных напряжений равна 2,5 мм исходя из предположения о снижении напряжений до 5% от максимального значения. При суммарной толщине соединенных деталей $\delta_1 + \delta_2 = 10,86$ мм длина зоны стабилизации составляет 0,23 от характерного размера (толщины) профиля. Для напряжений, оцененных с помощью второй модели податливости соединительного слоя, эта величина составляет 0,83 от характерного размера профиля и несколько меньше длины зоны стабилизации, оцененной по касательным напряжениям в

продольном направлении для такой же геометрии и свойствах стержня (0,5...3 характерных значений толщины).

Таким образом, приведены результаты параметрических исследований величины нормальных температурных (усадочных) напряжений в поперечном направлении в деталях тонкостенного композитного стержня, а также оценена длина зоны стабилизации касательных напряжений в поперечном направлении.

Список использованных источников

1. Карпов, Я.С. Проектирование деталей и агрегатов из композитов: учебник [Текст] / Я.С. Карпов.– Х.: Нац. аэрокосм. ун-т “ХАИ”, 2010. – 768 с.

2. Карпов, Я.С. Подход к определению напряженно-деформированного состояния стержней из композиционных материалов с учетом внутреннего самоуравновешенного напряженного состояния [Текст] / Я.С. Карпов, В.Н. Павленко, И.М. Тараненко // Авиационно-космическая техника и технология: науч.-техн. журнал. – Вып. 1(68). – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т “ХАИ”, 2010. – С. 26–33.

3. Тараненко, И.М. Метод расчета температурного напряженно-деформированного состояния композитных стрингеров панелей обшивки [Текст] : дис. ... канд. техн. наук: 05.07.02 / Тараненко Игорь Михайлович. – Х., 2011. – 152 с.

Поступила в редакцию 31.10.2012.

*Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Е. Гайдачук,
Национальный аэрокосмический университет
им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков.*