

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОЛУПЕТЛЕВОМ СОЕДИНИТЕЛЬНОМ УЗЛЕ

Одним из способов соединения «металл-композит», обеспечивающим ненарушение сплошности соединяемых деталей, является полупетлевое соединение [1 - 2]. Полупетлевое соединение состоит из металлической втулки, посаженной на стыковой болт, и волокон из композиционного материала (КМ), которые наматываются по наружному диаметру втулки, образуя ветвь КМ (рис. 1). Однако это соединение имеет ряд недостатков: невысокая несущая способность соединения, высокие значения трансверсальных напряжений в ветви КМ и касательных напряжений в соединительном слое, низкое значение разрушающей силы на сжатие и изгиб. Поэтому этот вид соединения применяют только для слабо- и средненагруженных конструкций, работающих на растяжение.

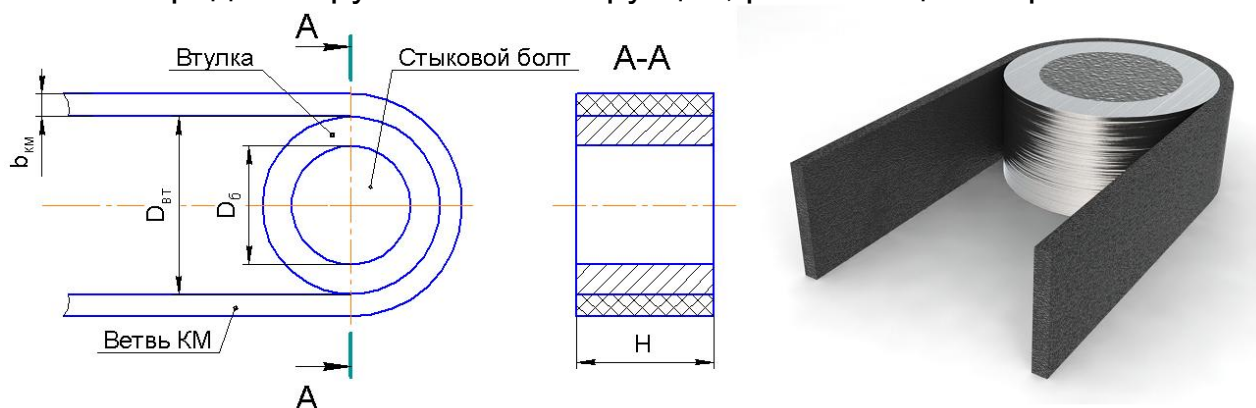


Рисунок 1 – Полупетлевое соединение

В связи с этим актуальным является определение распределения тангенциальных, радиальных и касательных напряжений в ветви КМ и в металлической втулке, а также зон максимальных напряжений и разработка инженерной методики расчета.

Для того чтобы определить диаметр стыкового болта (см. рис. 1), необходимо рассмотреть его работу на срез, смятие и изгиб. Срез стыкового болта происходит по двум плоскостям (рис. 2, а), а напряжения среза рассчитывают по формуле

$$[\tau_{ср}] \geq \tau_{ср} = \frac{N_{соед} \cdot 2}{\pi \cdot D_B^2}, \quad (1)$$

где  $[\tau_{ср}]$ ,  $\tau_{ср}$  – допустимые и действующие касательные напряжения;

$D_B$ ,  $N_{соед}$  – диаметр стыкового болта и расчетная нагрузка.

Следовательно, диаметр стыкового болта из условия среза

$$D_{б1} = \sqrt{\frac{N_{соед} \cdot 2}{\pi \cdot [\tau_{ср}]}} \quad (2)$$

Рисунок 2 – Расчет стыкового болта

Напряжение смятия стыкового болта (см. рис. 2, б) рассчитывают по формуле

$$[\sigma_{см}] = \min([\sigma_{смвт}], [\sigma_{смб}]) \geq \sigma_{см} = \frac{N_{соед}}{H \cdot D_{б}}, \quad (3)$$

где  $[\sigma_{смвт}]$ ,  $[\sigma_{смб}]$  – предельные напряжения смятия втулки и болта;  
 $[\sigma_{см}]$  – наименьшее значение напряжений смятия;  
 $H$  – высота втулки.

Тогда диаметр стыкового болта из условия смятия

$$D_{б2} = \frac{N_{соед}}{H \cdot [\sigma_{см}]}. \quad (4)$$

Прогиб стыкового болта (см. рис. 2, в) без учета втулки рассчитывают по формуле [3]

$$\omega_{б}(0.5 \cdot L_{б}) = \frac{5 \cdot q \cdot L_{б}^4}{384 \cdot E \cdot J}, \quad (5)$$

где  $q = \frac{N_{соед}}{D_{б}}$  – распределенная осредненная нагрузка;

$E$ ,  $J = \frac{\pi \cdot D_{б}^4}{64}$  – модуль упругости и момент инерции стыкового болта;

$L_{б} = H + \Delta$  – длина болта в расчетной схеме (см. рис. 2, в).

Следовательно, задав ограничение на максимальный прогиб стыкового болта под действием расчетной нагрузки, диаметр болта рассчитывают по формуле

$$D_{б3} = \sqrt[5]{\frac{5 \cdot N_{соед} \cdot L_{б}^4}{6 \cdot \pi \cdot E \cdot \omega_{б}}}. \quad (6)$$

Для определения диаметра стыкового болта, удовлетворяющего всем рассмотренным выше условиям, необходимо выбрать наибольшее его значение

$$D_{\text{б}} = \max(D_{\text{б}1}, D_{\text{б}2}, D_{\text{б}3}). \quad (7)$$

Наружный диаметр втулки определяют из условия среза до края по следующим формулам:

$$[\tau_{\text{ср}}] \geq \tau_{\text{ср}} = \frac{N_{\text{соед}}}{H \cdot \sqrt{D_{\text{вт}}^2 - D_{\text{б}}^2}}; \quad (8)$$

$$D_{\text{вт}} = \sqrt{\frac{N_{\text{соед}}^2}{H^2 \cdot [\tau_{\text{ср}}]^2} + D_{\text{б}}^2}. \quad (9)$$

Для определения распределения касательных напряжений в клеевом слое между ветвью КМ и втулкой, а также тангенциальных и радиальных напряжений в ветви КМ рассмотрим модель (рис. 3, а) с учетом следующих допущений:

- нормальные напряжения во втулке и ветви КМ распределяются равномерно по толщине;
- клеевая прослойка работает только на сдвиг;
- жесткостные характеристики соединяемых деталей на участке между рассматриваемыми сечениями расчетной модели приняты постоянными.

Разбив исследуемую модель (рис. 3, б) на  $n$  сечений, получаем  $k = n-1$  сегмент. Для составления уравнений равновесия верхней и нижней деталей на оси  $x$  и  $y$  необходимо выделить  $i$ -й сегмент (рис. 2, д, е):

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow \begin{cases} Q_i - N_{1xi} \cdot \cos \frac{\Delta\alpha}{2} + N_{1x(i+1)} \cdot \cos \frac{\Delta\alpha}{2} = 0; \\ -Q_i - N_{2xi} \cdot \cos \frac{\Delta\alpha}{2} + N_{2x(i+1)} \cdot \cos \frac{\Delta\alpha}{2} = 0; \end{cases} \quad (10)$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow \begin{cases} P_{1i}^* - P_{2i}^* - N_{1xi} \cdot \sin \frac{\Delta\alpha}{2} - N_{1x(i+1)} \cdot \sin \frac{\Delta\alpha}{2} = 0; \\ P_{2i}^* - N_{2xi} \cdot \sin \frac{\Delta\alpha}{2} - N_{2x(i+1)} \cdot \sin \frac{\Delta\alpha}{2} = 0. \end{cases} \quad (11)$$

В формуле (10, 11) обозначено:

$Q_i, P_{1i}^*, P_{2i}^*$  – касательные и нормальные силы, действующие на сегмент втулки и ветви КМ;

$N_{1xi}, N_{2xi}$  – силы, действующие на торцевой поверхности сегмента втулки и ветви КМ;

Тогда из формулы (10) следует

$$N_{1x(i+1)} = N_{1xi} - Q_i \cdot \left(\cos \frac{\Delta\alpha}{2}\right)^{-1} = N_{1x0} - \sum_{s=1}^i Q_s \cdot \left(\cos \frac{\Delta\alpha}{2}\right)^{-1}; \quad (12)$$

$$N_{2x(i+1)} = N_{2xi} + Q_i \cdot \left(\cos \frac{\Delta\alpha}{2}\right)^{-1} = N_{2x0} + \sum_{s=1}^i Q_s \cdot \left(\cos \frac{\Delta\alpha}{2}\right)^{-1}. \quad (13)$$

где  $N_{1x0}$ ,  $N_{2x0}$  – начальное значение сил, приложенных к втулке и ветви КМ.

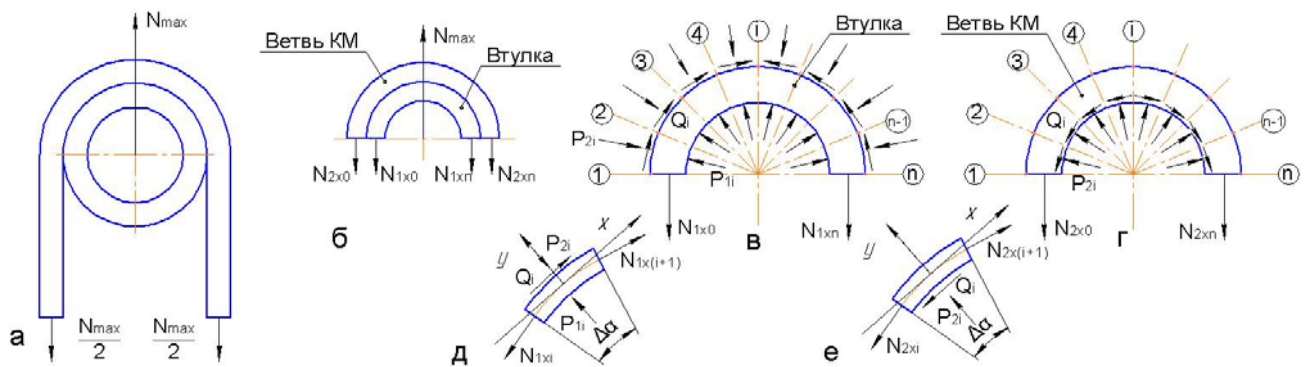


Рисунок 3 – Расчетная модель

Следующим шагом является составление уравнения совместности деформаций выделенного сегмента нижней и верхней деталей. Выделенный сегмент может быть представлен в виде нахлесточного соединения (рис. 4, а). Для определения касательных напряжений в соединительном слое воспользуемся моделью Фолькерсена, которая основана на том, что сдвиговые напряжения сосредоточены в соединительном слое, состоящем из собственно клевого слоя и прилегающих к нему половинок толщины деталей [4].

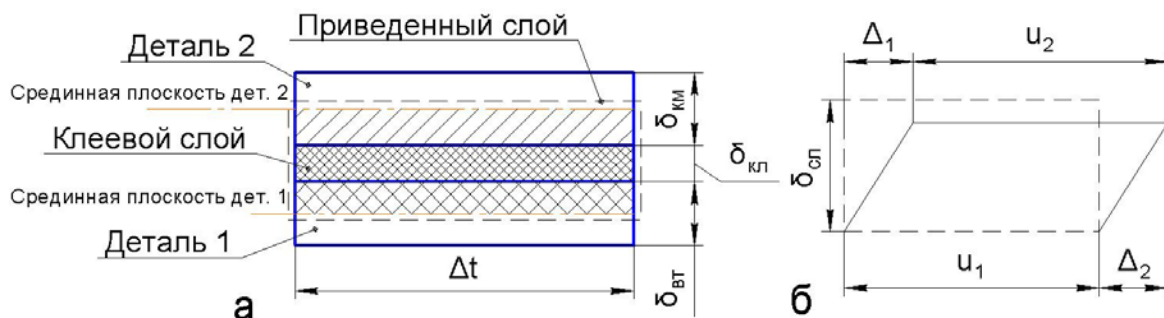


Рисунок 4 – Деформация соединительного слоя

Детали представляют в виде двух стержней, оси которых совпадают со срединными поверхностями втулки и ветви КМ. Толщину приведенного соединительного слоя и его осредненный модуль сдвига рассчитывают по формулам [5]

$$\delta_{сл} = 0.5 \cdot (\delta_{вт} + \delta_{км}) + \delta_{кл}; \quad (14)$$

$$G_{сл} = \frac{2 \cdot G_{вт} \cdot G_{12} \cdot G_{кл}}{\delta_{вт} \cdot G_{12} \cdot G_{кл} + 2 \cdot \delta_{кл} \cdot G_{вт} \cdot G_{12} + \delta_{км} \cdot G_{вт} \cdot G_{кл}}. \quad (15)$$

В формулах (14), (15) обозначено:

$\delta_{кл}$ ,  $G_{кл}$  – толщина модуля упругости на сдвиг клеевого слоя;

$G_{12}$ ,  $G_{вм}$  – модуль упругости ветви КМ и втулки на сдвиг.

Следовательно, условие совместности деформации  $i$ -го сегмента может быть записано в следующем виде (рис. 4, б):

$$\frac{Q_j \cdot \delta_{сл}}{G_{сл} \cdot H \cdot \Delta t} + \frac{\Delta t \cdot N_{2x(i+1)}}{H \cdot E_1 \cdot \delta_{км}} = \frac{Q_{j+1} \cdot \delta_{сл}}{G_{сл} \cdot H \cdot \Delta t} + \frac{\Delta t \cdot N_{1x(i+1)}}{H \cdot E_{вм} \cdot \delta_{вм}}. \quad (16)$$

В формуле (16) обозначено:

$E_1$ ,  $E_{вм}$  – модуль упругости ветви КМ и втулки на растяжение;

$\Delta t = \Delta \alpha \cdot 0.5 \cdot D_{вм}$  – длина  $i$ -го сегмента.

Подставив в уравнение (16) уравнения (12), (13) и преобразовав его, получим

$$\sum_{s=1}^i Q_s (A_1) + Q_j (A_2) - Q_{j+1} \cdot A_3 = C. \quad (17)$$

Здесь

$$A_1 = \frac{\Delta t \cdot a}{H \cdot E_1 \cdot \delta_{км}} + \frac{\Delta t \cdot a}{H \cdot E_{вм} \cdot \delta_{вм}}; \quad A_3 = \frac{\delta_{сл}}{G_{сл} \cdot H \cdot \Delta t}, \quad a = \frac{1}{\cos(0.5 \cdot \Delta \alpha)};$$

$$A_2 = \frac{\delta_{сл}}{G_{сл} \cdot H \cdot \Delta t} + \frac{\Delta t \cdot a}{H \cdot E_1 \cdot \delta_{км}} + \frac{\Delta t \cdot a}{H \cdot E_{вм} \cdot \delta_{вм}}; \quad C = \frac{N_{1x0} \cdot \Delta t}{H \cdot E_{вм} \cdot \delta_{вм}} - \frac{N_{2x0} \cdot \Delta t}{H \cdot E_1 \cdot \delta_{км}}.$$

Расписав уравнение (17) для каждого сегмента, получим систему, состоящую из  $k-1$  уравнения:

$$Q_1 \cdot A_2 + Q_2 \cdot A_2 = C;$$

$$Q_1 \cdot A_1 + Q_2 \cdot A_2 + Q_3 \cdot A_3 = C;$$

⋮

$$Q_1 \cdot A_1 + Q_2 \cdot A_1 + \dots + Q_j \cdot A_2 + Q_{j+1} \cdot A_3 = C;$$

⋮

$$Q_1 \cdot A_1 + Q_2 \cdot A_1 + \dots + Q_{k-1} \cdot A_2 + Q_k \cdot A_3 = C. \quad (18)$$

Недостающее уравнение записывают в виде

$$\sum_{j=1}^k Q_j = \sum_{j=1}^k 2 \cdot N_{2x0} \cdot \cos[\Delta \alpha (j - 0.5)], \quad (19)$$

где  $j=1, \dots, k$ .

Вычислив  $Q_j$ , значения  $N_{1x(i+1)}$ ,  $N_{2x(i+1)}$  рассчитывают по формулам (12), (13), а  $P_{1j}^*$ ,  $P_{2j}^*$  – по формуле (11). Для определения давления, которое оказывает стыковой болт на втулку и втулка на ветвь КМ, необходимо воспользоваться формулами

$$P_{1j} = \frac{P_{1j}^*}{H \cdot \Delta\alpha \cdot 0.5 \cdot D_6}; \quad (20)$$

$$P_{2i} = \frac{P_{2i}^*}{H \cdot \Delta\alpha \cdot 0.5 \cdot D_6}. \quad (21)$$

Нормальные и касательные напряжения в деталях и соединительном слое рассчитываются по формулам

$$\sigma_{1i} = \frac{N_{1xi}}{H \cdot \delta_{em}}; \quad (22)$$

$$\sigma_{2i} = \frac{N_{2xi}}{H \cdot \delta_{km}}; \quad (23)$$

$$\tau_{xyj} = \frac{Q_j}{H \cdot \Delta t}. \quad (24)$$

Для проверки расчетной модели и определения максимально приближенного распределения напряжений в полупетлевом соединении была построена конечно-элементная 3D-модель в программе COSMOS/M 2007. Модель разбита на 60704 объемных 20-узловые Solid элемента. Исходные данные расчета:  $D_6 = 16$  мм,  $D_{em} = 24$  мм,  $H = 2$  мм,  $\delta_{km} = 1.5$  мм,  $\delta_{em} = 4$  мм,  $E_{em} = 210$  ГПа,  $G_{em} = 70$  ГПа,  $E_1 = 150$  ГПа,  $G_{12} = 4$  ГПа,  $\delta_{кл} = 0.1$  мм,  $G_{кл} = 1.1$  ГПа,  $N_{1x0} = 0$ ,  $N_{2x0} = 2700$  Н. На (рис. 5) показано распределение нормальных и касательных напряжений, полученных с помощью метода конечных элементов (МКЭ). Максимальные положительные тангенциальные напряжения во втулке (рис. 5, а) возникают на внутренней ее поверхности в зоне 1, а максимальные отрицательные тангенциальные напряжения во втулке возникают на наружной ее поверхности в зоне 2. В ветви КМ пик тангенциальных напряжений возникает в зоне перехода ветви в полупетлю. Максимально-положительные радиальные напряжения во втулке наблюдаются в зонах 3 и 4. Причем в зоне 3 они возникают от надавливания болта, а в зоне 4 – от надавливания ветвью КМ. Особое внимание стоит уделить максимальным значениям радиальных напряжений в ветви, которые в первую очередь приводят к разрушению матрицы ветви, достигая предела прочности в трансверсальном направлении, а следовательно, приводят к потере несущей способности. В модели МКЭ (рис. 5, б) максимальные радиальные напряжения в ветви наблюдаются в зоне 4, в результате выпучивания регулярной части ветви и надавливания на втулку. Потеря несущей способности полупетлевого соединения может быть вызвана возникновением высоких сдвиговых напряжений, приводящих к разрушению адгезионной связи. Максимальные касательные напряжения на поверхности контакта возникают в зоне 6 (рис. 5, в). Это свиде-

тельствует о недостаточной площади склейки, отсутствие которой можно компенсировать, снабдив втулку штифтами или тонкими ребрами. Максимальные касательные напряжения, возникающие во втулке в зоне 5 (см. рис. 5, в), могут привести к разрыву втулки и потере несущей способности полупетлевого соединения.

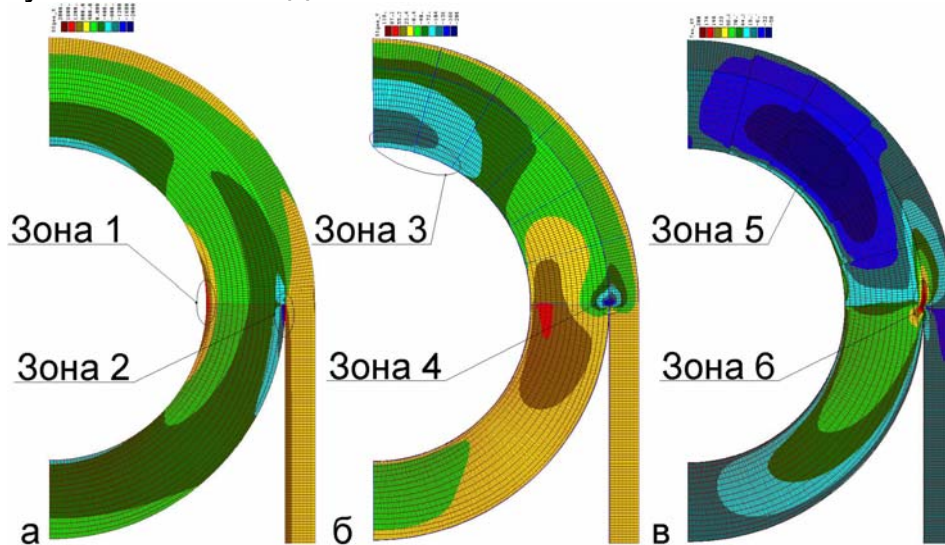


Рисунок 5 – Распределение напряжений в полупетлевом соединении

Сравнивая напряжения в полупетле КМ, рассчитанные по формулам (22), (23) с МКЭ можно сделать вывод, что максимальные тангенциальные напряжения, полученные по расчетной модели, превышают напряжения, полученные МКЭ, но равны расчетным напряжениям в регулярной части ветви (рис. 6, а). Максимальное значение радиальных напряжений, вычисленные по расчетной модели, на 15% ниже радиальных напряжений, полученных МКЭ (рис. 6, б).

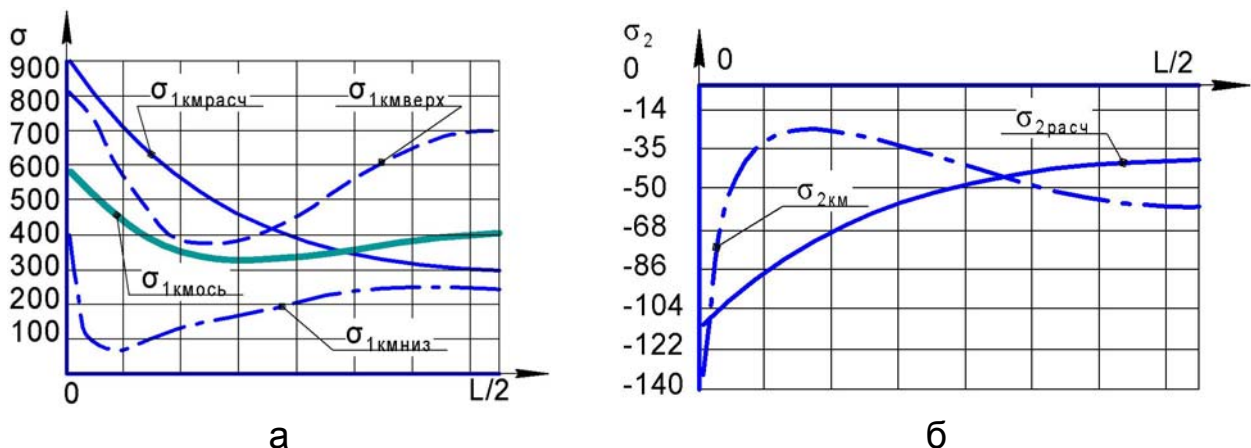


Рисунок 6 – Распределение тангенциальных и радиальных напряжений в ветви КМ

Сдвиговые напряжения между втулкой и полупетлей ветви, рассчитанные по модели и с помощью МКЭ, показаны на рис. 7. Можно заметить, что заниженный результат расчетная модель дает лишь на 6% длины.



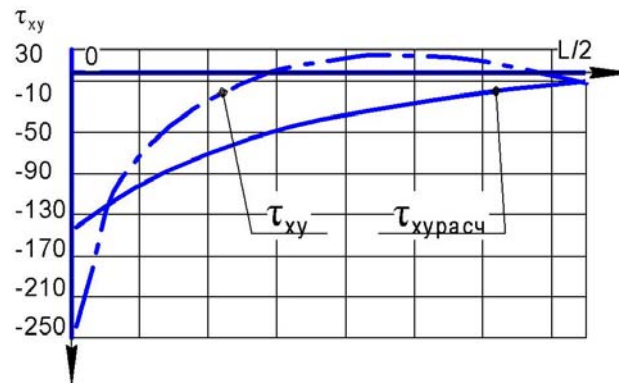


Рисунок 7 – Распределение касательных напряжений по плоскости склейки

### Выводы

Предложена модель определения тангенциальных, радиальных и касательных напряжений в полупетлевом соединении. Проведено исследование распределения напряжений в соединении методом конечных элементов, определены зоны критических напряжений. Выполнены численные исследования, которые подтверждают работоспособность предложенной модели для проектировочного расчета.

### Список использованных источников

1. Карпов, Я.С. Соединение деталей и агрегатов из композиционных материалов [Текст] / Я.С. Карпов. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т “Харьк. авиац. ин-т”, 2006. – 359 с.
2. Компьютерная разработка и статические и усталостные испытания высокоэффективных комбинированных соединений [Текст] / М. Ружичка, О. Угер, К. Благоуш, В. Кулишек // Механика композитных материалов. – 2010. – Т. 46, № 3. – С. 459 – 466.
3. Писаренко, Г.С. Справочник по сопротивлению материалов [Текст] / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев; под. общ. ред. Г.С. Писаренко. – К.: Наук. думка, 1988. – 736 с.
4. Артюхин, Ю.П. Модифицированная теория Голанда – Рейснера склеенных пластин [Текст] / Ю.П. Артюхин // Исследования по теории пластин и оболочек. – 1975. – № 11. – С.136 – 148.
5. Карпов, Я.С. Проектирование деталей и агрегатов из композитов: учебник [Текст] / Я.С. Карпов. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т “Харьк. авиац. ин-т”, 2010. – 768 с.

*Поступила в редакцию 14.02.2013.*

*Рецензент: канд. техн. наук, доц. А.В. Кондратьев,  
Национальный аэрокосмический университет  
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков.*