

АНАЛИЗ СПОСОБОВ АКТУАЛИЗАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОБТЕКАНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ

Введение

О значимости аэрогидродинамики (АГД) в аэрокосмической отрасли говорить не имеет смысла. Наряду с развивающейся тенденцией изготовления деталей, агрегатов и узлов на высокоточных станках с числовым программным управлением решается вопрос о частичной или полной замене физических АГД экспериментов (ФЭ) математическими* (МЭ). Преимущества очевидны – помимо меньших экономических затрат для проведения эксперимента можно также получить данные, недоступные или труднодоступные при ФЭ (распределение характеристик по поверхности или объёму, возможность анализа тел любой геометрической конфигурации и т.д.). Главным недостатком МЭ является вопрос о достоверности получаемых результатов. Этот фактор учитывают, сопоставляя результаты CFD-моделирования с результатами более точных физических испытаний (аэродинамический эксперимент или летные испытания)[1].

Вычислительная гидромеханика (англ. Computationalfluidynamics) (CFD) основана на решении уравнения Навье-Стокса, а также ряда других алгебраических и дифференциальных уравнений (ДУ), основанных на законах сохранения массы и энергии [2].

Уравнение Навье – Стокса записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nu \Delta \vec{v} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{f}; \quad (1)$$

$$\nabla \vec{v} = 0; \quad (2)$$

где t - время; ρ - плотность; p - давление; \vec{v} - векторное поле скоростей; \vec{f} - векторное поле массовых сил.

Анализ возможных ошибок и зависимостей

Если в качестве истинных значений принять результаты экспериментальных исследований (например, продувок в аэродинамических трубах (АТ)**), то на отклонения от этих значений влияет большое количество факторов [1], как первичных, так и вторичных. Рассмотрим типичную последовательность постановки CFD-задачи и её расчёта

* Здесь и далее под математическим экспериментом следует понимать численный эксперимент, основанный на решении системы алгебраических и дифференциальных уравнений

**Согласно ОСТ 1 02703-90 – по результатам испытания в АДТ составляется паспорт модели, в одном из пунктов которого указываются сведения об испытании модели

(рис. 1). На любом из этих этапов возможно появление ошибки по той или иной причине. Далее рассмотрим поэтапно и проанализируем возможные ошибки, причины их появления и способы их устранения. Следует также учитывать человеческий фактор как главное звено в реализации CFD-метода. Исключить последнее можно благодаря опыту, а также дублированием наиболее ответственных или контрольных вычислений.



Рисунок 1 – Составляющие решения CFD-задачи

Математическая модель исследуемого процесса

В первую очередь при проведении расчётов на ЭВМ необходимо интерпретировать для неё задачу. Первый этап – создание математической модели исследуемого процесса. Сюда входит создание объекта исследований, а также в ряде случаев – расчётной области. Важным фактором является корректная передача этой информации расчётному пакету (пакетам). Необходимо учитывать «брезгливость» большинства пакетов к малым углам между поверхностями, а также к небольшим геометрическим размерам кромок. Их наличие может существенно увеличить объёмы проводимых вычислений, а в ряде случаев – привести к полному распаду решения.

Начальные и граничные условия

Данный пункт следует разбить на два подпункта соответственно. Начальными условиями являются физические и химические характеристики среды (плотность, температура, вязкость и т.д.). Начальными могут быть также время или номер итерации (например, при продолжении расчётов). Граничные условия, как следует из названия, описывают параметры среды на границах (гранях, кромках, узлах). Именно в этом пункте для решения узкого класса задач требуются оптические и тепловые характеристики, а также параметры шероховатости поверхности.

В наиболее простых случаях при моделировании двухфазных течений начальными условиями может быть одна модель среды с усреднёнными её характеристиками. Для более точного решения задачи (как, например, при гиперзвуковом течении) может потребоваться задание

полного спектра физико-химических характеристик участвующих в моделировании веществ.

Корректность задания начальных и конечных условий напрямую влияет на получаемый результат. При этом задание начальных условий практически не отличается для различных прикладных пакетов, в то время как задание граничных условий зависит от программной реализации и может отличаться существенно*.

Дискретизация расчётной области

Рациональное построение сетки** является краеугольным камнем в CFD. Наибольшую не подконтрольную оператору погрешность, по мнению многих специалистов в этой области вносит именно неправильно построенный дискретный массив расчётных узлов. С другой стороны, любую погрешность, связанную с видом или способом моделирования сетки можно свести к минимуму, увеличив количество расчётных узлов, а также уменьшить порядок вычисляемых величин. Ввиду экспоненциального роста вычислительных способностей ЭВМ, а также активного развития вычислительных технологий, на подобии «облачных***» позволяют обходить такие проблемы. Однако не стоит забывать о наличии ограничений на распространение определённой информации, как в государственных, так и в частных, корпоративных интересах. Поэтому методы и параметры дискретизации расчётной области не теряют актуальности.

Рассмотрим существующие варианты определения расчётных точек. Все параметры сетки показаны на рисунке 2.

Конечно-разностный метод является наиболее старым и наиболее простым методом дискретизации, предложен Л. Эйлером в 18-м веке. При этом дифференциальные уравнения в расчётных точках заменяются на алгебраические в форме

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (3)$$

* Кроме всего прочего необходимые граничные условия отличаются и от вида решаемой задачи – например, до- или сверхзвуковой.

** Сетка – массив точек, в которых проводится расчёт переменных. Является дискретным представлением расчётной области

*** Облачная технология – термин, отображающий тенденцию размещения вычислительных станций с огромным вычислительным потенциалом по всему миру. Посредством связи, например с помощью всемирной компьютерной сети, возможна передача необходимых данных и алгоритмов выполняемых вычислений на вычислительные станции для проведения расчётов и передачи результатов назад на родительские ЭВМ. Развивается с начала 2000-х и наиболее активно применяется в моделировании химических и биологических процессов, а также в ядерной физике.

Конечно-объёмный метод в качестве отправной точки использует интегральную запись решаемых уравнений. Далее выполняются вычисления в узлах конечных объёмов и интерполируются в их промежутках.

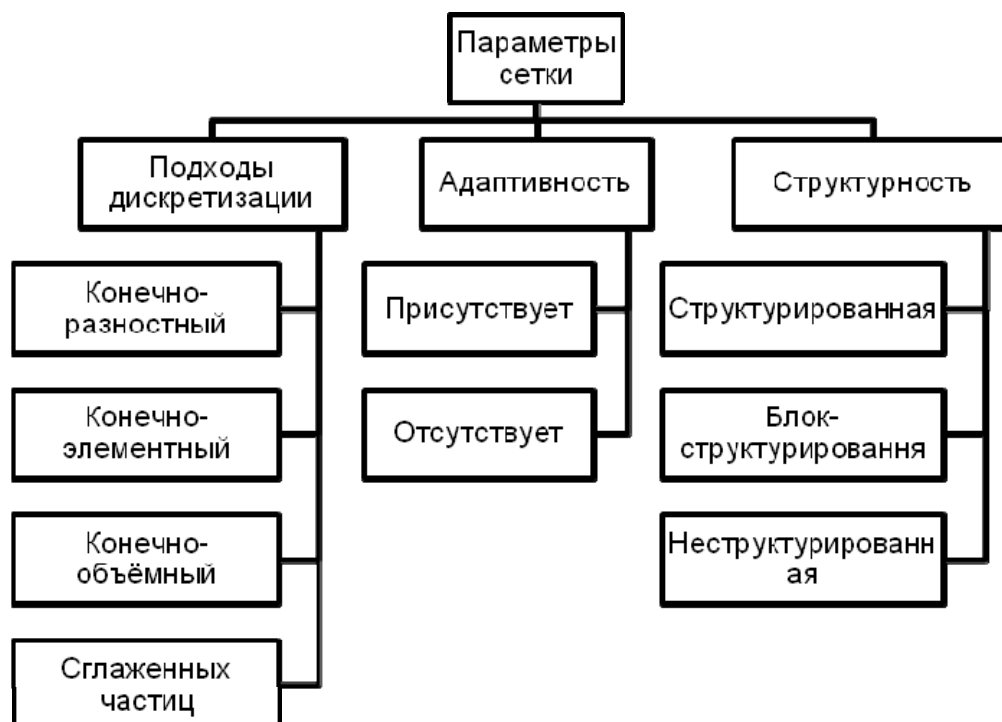


Рисунок 2 – Свойства сеток

Конечно-элементный метод во многом аналогичен конечно-объёмному методу. Главное отличие – уравнения до интегрирования умножаются на весовую функцию.

Метод сглаженных частиц является несеточным лагранжевым методом. Реализуется путём деления жидкости на дискретные элементы, называемыми частицами. Эти частицы имеют пространственное расстояние (известное как «длина сглаживания»), на котором их свойства «сглаживаются» функцией ядра (рис. 3) [1].

Наибольшее распространение в настоящее время среди программных CFD-продуктов получили распространение конечно-объёмный (CFDesign, FlowVision, AnsysCFXи т.д.) и метод сглаженных частиц (X-Flow). Последний метод, помимо прежних неизвестных, дополняется переменными во времени координатами расчётных узлов. В связи с этим данный метод требует значительно больших вычислительных мощностей ЭВМ. Наиболее целесообразным является использование этого метода совместно с «облачной» технологией.

Адаптивность – свойство алгоритма разбиения сетки уменьшать размеры ячеек, основанное на определённых принципах. Этими принципами могут быть относительно малые геометрические размеры либо относительно большой градиент переменных в этой области. Обычно в CFD-пакетах можно задавать количество уровней адаптации (рис. 4) [1].

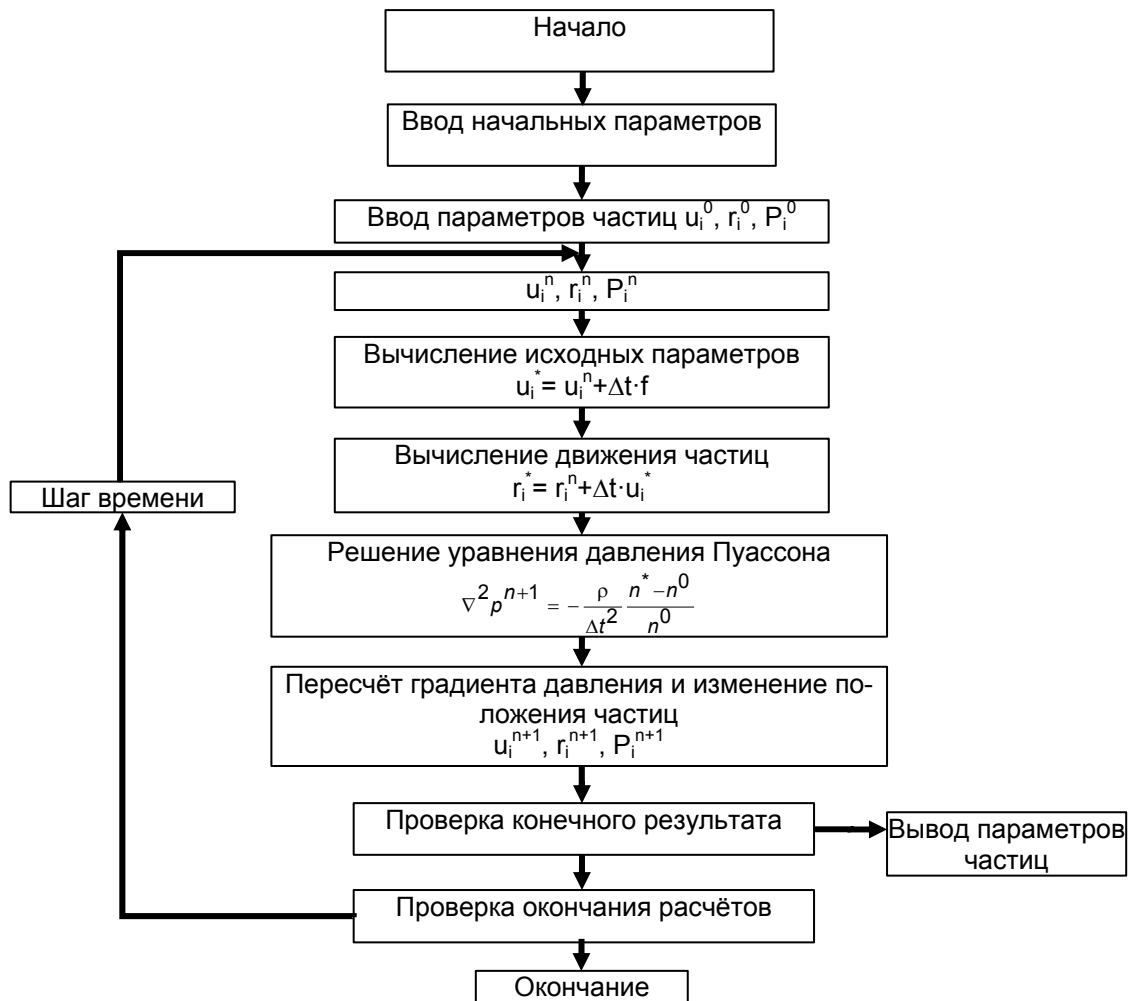


Рисунок 3 – Алгоритм метода сглаженных частиц

Структурированная сетка (рис. 5) [1] состоит из одного семейства кривых, причём члены одного семейства не пересекаются и пересекают другие семейства только один раз. Такой способ разбиения расчётной области позволяет проводить последовательную нумерацию кривых. При этом идентификация расчётного узла (или объёма) выполняется набором из двух (для двумерных задач) или трёх (для трёхмерных задач) индексов.

При блок-структурированной сетке (рис. 6, 7)[1] возможно наличие двух или более уровней измельчения сетки. На первом, самом грубом уровне, размеры расчётной ячейки могут быть сравнительно велики, однако при переходе к другому уровню размер ячейки уменьшается и т.д.

Подвидом блок-структурированной сетки (рис. 8)[1] является составная сетка. Её отличие состоит в наличии (обычно около анализируемого тела) сетки другой конфигурации. При этом расчёт ведётся для узлов обеих сеток.

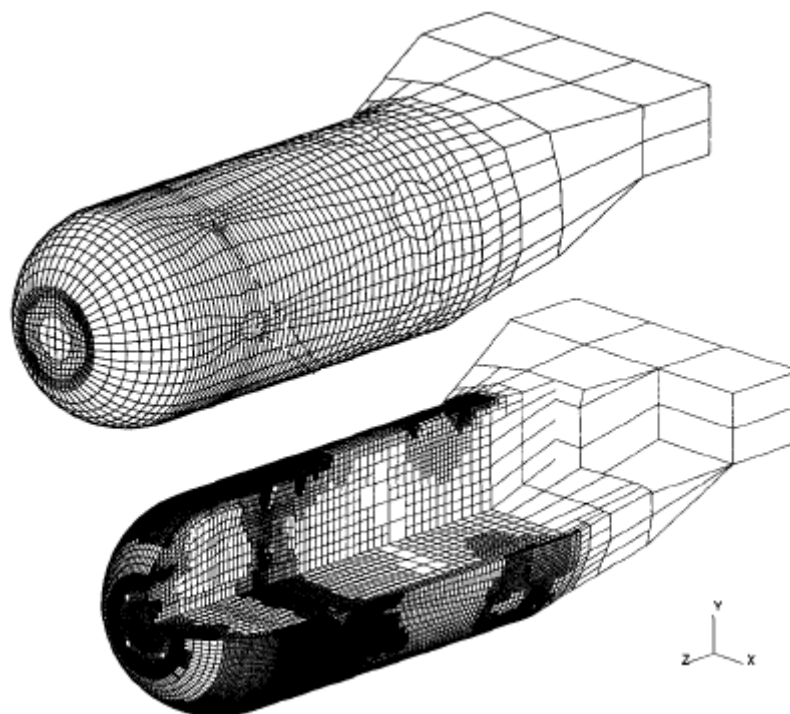


Рисунок 4 – Пример неадаптированной (сверху) и адаптированной с тремя уровнями адаптации (снизу) сетки

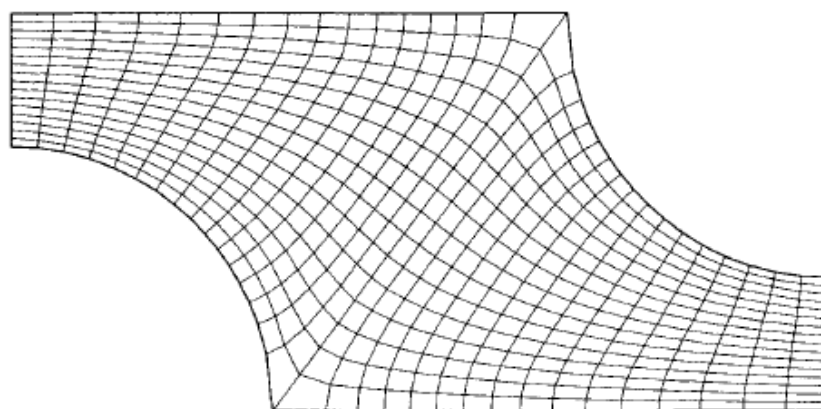


Рисунок 5 – Пример двумерной структурированной неортогональной сетки

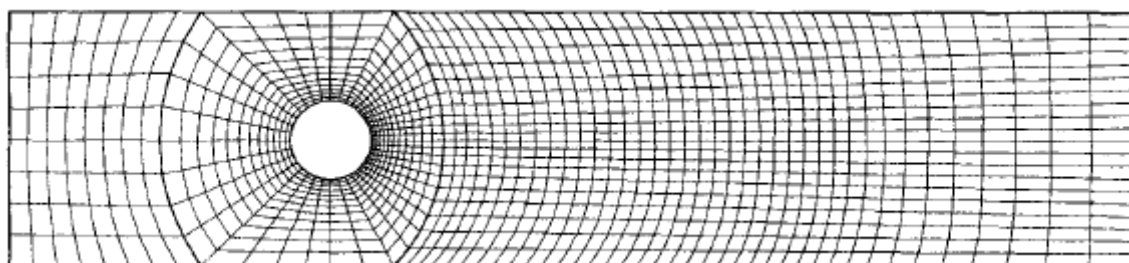


Рисунок 6 – Пример двумерной блок-структурированной сетки с двумя уровнями дробления

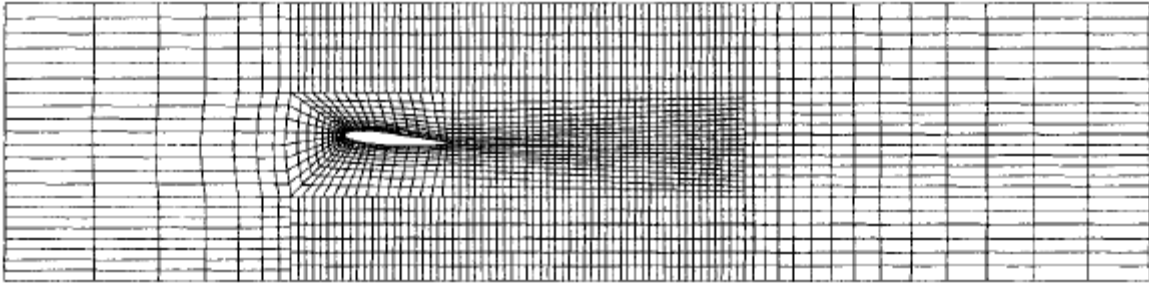


Рисунок 7 – Пример двумерной блок-структурированной сетки с четырьмя уровнями дробления

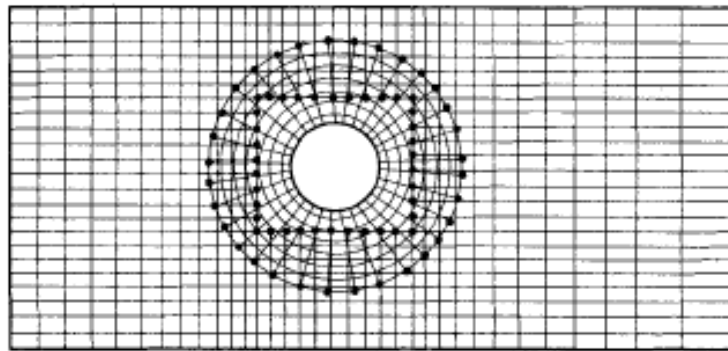


Рисунок 8 – Пример составной двумерной сетки

Выбор замыкающих уравнений

Поскольку три проекции уравнения (1) на оси координат содержат шесть неизвестных величин $V_x, V_y, V_z, \rho, \mu, p$, то для получения замкнутой системы их дополняют [4]:

- уравнением неразрывности, которое имеет смысл закона сохранения вещества:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot \vec{V}) = 0; \quad (4)$$

- уравнением состояния

$$f(p, \rho, T) = 0; \quad (5)$$

- зависимостью вязкости от температуры

$$\mu = \mu_0 \cdot e^{-\beta(T - T_0)}. \quad (6)$$

Появление дополнительной переменной – температуры T требует введения еще одного уравнения – уравнения баланса энергий:

$$\rho \frac{d}{dt} \left(U + \frac{V^2}{2} \right) = (\rho \bar{F} + \text{div} \bar{P}) \vec{V} + \rho \cdot q, \quad (7)$$

где U – удельная внутренняя энергия; q – тепловой поток.

Для того, чтобы отобразить явления, связанные с вихревым течением реального потока, были созданы и создаются различные модели турбулентности. Для упрощения решения основных уравнений, входящих в уравнение Навье-Стокса, часто используют осреднение. Кроме того, без применения моделей турбулентности невозможно отобразить эффект масштабирования в вязком потоке газа или жидкости.

Моделей турбулентности существует огромное множество. Широкое распространение получили лишь некоторые из них.

Метод прямого численного моделирования (DNS) – наиболее точный метод для моделирования турбулентного течения. Он заключается в прямом решении уравнения Навье-Стокса без каких-либо допущений или приближений. Является наиболее трудоёмким методом для моделирования и расчётов. Используется зачастую в научных целях для получения информации о не использовавшихся ранее параметрах турбулентного течения. Развитие ЭВМ позволяет выполнять CFDмоделирование на расчётных сетках с количеством узлов 2^{45} и более [1].

В модели турбулентности Вязкость Эдди (eddyviscosity) [2] замыкание уравнений Навье-Стокса обеспечивается нелинейной величины $\overline{v'_i v'_j}$ которая является отображением конвективного ускорения. Эту величину также называют напряжением Рейнольдса:

$$R_{ij} = \overline{v'_i v'_j}. \quad (8)$$

Из вышесказанного вытекает необходимость моделирования напряжений Рейнольдса R_{ij} . Впервые это было сделано в 1887 году. Была представлена концепция вязкости Эдди, что представляло собой отношения турбулентных напряжений. Был введен новый коэффициент пропорциональности $\nu_t > 0$ (турбулентность вязкость Эдди). Модели этого типа известны, как модели вязкости Едди для ЭВМ и представляются в виде:

$$-\overline{v'_i v'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(K + \nu_t \frac{\partial \bar{v}_k}{\partial x_k} \right). \quad (9)$$

Уравнение (1.12) может быть записано в сокращенном виде:

$$-\overline{v'_i v'_j} = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} K \delta_{ij}, \quad (10)$$

где S_{ij} – главное соотношение тензора деформаций;

ν_t – турбулентная вязкость Эдди;

$K = \frac{1}{2} \overline{v'_i{}^2}$ – кинетическая энергия турбулентного потока;

δ_{ij} – дельта-символ Кронекера.

В этой модели, дополнительная вязкость получена путем увеличения молекулярной кинетической вязкости на величину вязкости Эдди. Это может быть простая константа вязкости Эдди. Эта модель хорошо работает для некоторых слоистых потоков (2 мерные струи, перемешивание слоев).

Некоторые модели турбулентности, применяемые в вычислительной гидромеханике, используют двухпараметрическое решение, т.е. используют два уравнения для замыкания.

Одна из таких моделей – модель турбулентности $k - \varepsilon$ [3]. В этой модели турбулентная вязкость зависит от двух параметров k и ε :

$$v_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}; \quad (11)$$

где C_μ – эмпирический коэффициент, часто принимаемый за единицу.

В уравнениях для определения k и ε используют момент из уравнения моментов:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\rho k) = \rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho V_x \frac{\partial k}{\partial x} + \rho V_y \frac{\partial k}{\partial y} + \rho V_z \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial z} \right] - \rho \varepsilon + v_t \left[2 \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V_y}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\rho \varepsilon) = \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho V_x \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho V_y \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + \rho V_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right] - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + C_1 v_t \frac{\varepsilon}{k} \left[2 \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V_y}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (13)$$

Модель турбулентности $k - \varepsilon$ обычно используется в развитых турбулентных течениях, когда флуктуации основных параметров уже не зависят от времени. Следовательно, эта модель турбулентности хорошо работает при больших числах Рейнольдса. Существует много видов мо-

дификаций данной модели турбулентности для различных специальных случаев.

Также широко используются: Прандлесовская модель [2] (mixedlength) – однопараметрическая модель более новые [1]: Спаларта-Алмараса (однокомпонентная), $k - \omega$ (двухпараметрическая модель).

Как видно из приведенного материала, неточности вычислений напрямую зависят от выбранной модели турбулентности (при наличии турбулентного течения). Для выбора оптимальных параметров следует руководствоваться рекомендуемыми параметрами, предоставляемыми разработчиками программных продуктов.

Сходимость и метод определения достигнутой точности

Последним звеном в цепи погрешности моделирования являются методы определения достигнутой точности и сходимости.

Сходимость – параметр, отражающий, что проведенный несколько раз эксперимент при одних и тех же условиях (начальных и граничных, размерах и параметрах, как на одной, так и на различных ЭВМ) будет приводить к одному и тому же результату. Сходимость достигается корректным заданием всех предшествующих параметров и использованием адекватных упрощений и допущений.

Метод определения достигнутой точности – элемент управления, позволяющий в автоматическом режиме определить, достигнута ли требуемая точность, конечного результата, и отвечает на вопрос о прекращении или дальнейшем выполнении итерационных вычислений. Наиболее применим в прикладных пакетах метод Петрова-Галёркина.

Выводы

Таким образом, выполнен анализ параметров, влияющих на отклонение вычислений с использованием CFD-анализа от результатов, получаемых при лабораторных испытаниях.

В качестве преимуществ CFD-анализа можно отметить возможность получения большего количества информации, чем при стендовом испытании, возможность проведения анализа на ранних этапах подготовки к производству систем и компонентов.

К недостаткам следует отнести большое количество ресурсов ЭВМ для выполнения моделирования, а также потребность в серьезном математическом аппарате и знании физики процесса для корректного решения поставленной задачи. Использование накопленных знаний в данной области может помочь существенно сократить время и затраты материальных и человеческих ресурсов для решения подобных задач в будущем.

Список использованных источников

1. Computational methods for fluid dynamics / Joel H. Ferziger, Milovan Peric – Berlin: Springer, 2002. – 423 p.
2. Numerical methods in fluid dynamics: lecture notes (electronic resource) / Mohamed Iskandarani – New York: Springer, 2010. – 252 p. – Mode of access: <http://www.rsmas.miami.edu/personal/miskandarani/Courses/MPO662/course.pdf>
3. Теман, Р. Уравнение Навье-Стокса. Теория и численный анализ [Текст] / Р. Теман. – М.: Мир, 1981. – 408 с.
4. Measurement errors and uncertainties: theory and practice / S. Rabinovich: translated by M.E. Alferieff. – New York: Springer - Verlag – 3rd ed. 303 p.
5. Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method / Seiichi Koshizuka, Atsushi Nobe, Yoshiaki Oka // international journal for numerical methods in fluids. – 1998. – Ser. 26. – P. 1 – 19.
6. Лисейкин, В.Д. О конструировании регулярных сеток на n-мерных поверхностях [Текст] / В. Д. Лисейкин // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1991. – Т.31. – С. 1670 – 1683.
7. Лисейкин, В.Д. Обзор методов построения структурных адаптивных сеток [Текст] / В. Д. Лисейкин // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1996. – Т. 36. – С. 3 – 41.
8. Лебедев, А.С. Разработка методов построения адаптивных сеток [Текст] / А.С. Лебедев, В.Д. Лисейкин, Г.С. Хакимянов // Вычислительные технологии. – 2002. – Т. 7. – С. 29 – 43.

Поступила в редакцию 17.07.2013.

*Рецензент: канд. техн. наук, проф. А.А. Цирюк,
Национальный аэрокосмический университет
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков.*