

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ОБРАЗЦЕ МАТЕРИАЛА С ДВУМЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ПОЛОСТЯМИ

Введение

В настоящее время предлагаются разные модели напряженно-деформированного состояния пористых и композиционных материалов. В монографии [1] разработаны методы микромеханики композиционных сред с дискретной структурой и трещинами и некоторые их приложения к конкретным материалам. Рассмотрено влияние свойств компонентов и вида структуры неоднородных сред на их эффективные (интегральные) параметры и распределение внутренних полей. Напряженно-деформированное состояние композита моделируется распределением напряжений в окрестности нескольких включений (плоская задача) или одного включения в случае зернистого композита.

В статье [2] предложена структурная модель зернистого эластомерного композита, позволившая связать его деформационное и прочностное поведение с размерами частиц дисперсной фазы, т.е. учесть масштабный фактор прочности. На основе теоретических исследований напряженно-деформированного состояния вокруг двух жестких сферических включений в упругой несжимаемой матрице установлены зависимости математического ожидания разрывного усилия от физико-механических характеристик связующего, размеров частиц и расстояния между ними. В результате предложен новый вероятностный критерий появления микроразрушения в композитной структуре в виде отслоений матрицы от частиц. С его помощью проведены модельные исследования процессов развития внутренней поврежденности в композитной системе в зависимости степени наполнения и величины включений. Построены соответствующие кривые растяжения, определены предельные разрывные макронапряжения и макродеформации.

В статье [3] представлены исследования по моделированию структуры пористых материалов с малой объемной долей содержания твердой фазы. В качестве моделей рассматриваются главным образом стержневые и оболочечные конструкции. Предложена классификация моделей по степени упорядоченности структурных единиц. Представляется, что наиболее адекватной с точки зрения морфологии и деформационных свойств является модель, состоящая из хаотически ориентированных 14-гранных ячеек. Для анализа представленной модели предлагается метод выделения структурного элемента.

В работе [4] предлагается алгоритм оценки свойств волокнистого композита при растяжении, основанный на процедуре В. З. Власова; дается оценка эффективных свойств эквивалентного гомогенного материала; приводится сравнение результатов расчета эффективного модуля Юнга с результатами других авторов.

В работе [5] обобщены базовые подходы, применяемые в математических моделях, и общие методы решения уравнений механики стохастических композитов. Они могут быть сведены к стохастическим уравнениям теории упругости структурно неоднородного тела, к уравнениям теории эффективных упругих модулей, к уравнениям теории упругих смесей или к более общим уравнениям четвертого порядка. Решение стохастических уравнений теории упругости для произвольной области вызывает значительные математические трудности и может быть реализовано только приближенно. Построение уравнений теории эффективных упругих модулей связано с задачей определения интегральных модулей стохастически неоднородной среды, которая может быть решена методом возмущений, методом моментов или методом условных моментов. Однако, т.к. уравнения состояния не были строго обоснованы, эта теория не может использоваться для систематического моделирования композитных структур.

В работах [6, 7] предложен метод определения напряженного состояния конечного цилиндра, основанный на принципе суперпозиции и разложении тензора напряжений в ряды Фурье и Бесселя - Дини. Задача сведена к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений.

В работе [8] исследован трансверсально изотропный стержень с цилиндрическим включением с осесимметричными собственными деформациями. Получено аналитическое упругое решение для перемещений, напряжений и энергии упругой деформации стержня.

В статье [9] для прогнозирования прочностных свойств композитов рассматривается постановка нелинейных связанных краевых задач микромеханики композитов, учитывающих стадию структурного накопления микрповреждений, когда поля структурных микрповреждений являются локально-эргодическими. В целях описания структурного разрушения и прогнозирования прочностных свойств композитов существенно расширяется база определяющих соотношений: вводится новый материальный носитель – тензор повреждаемости четвертого ранга. Построены новые функционалы связанной стохастической краевой задачи, позволяющие наряду с прогнозированием упругих свойств строить расчетные поверхности прочности реальных композитов.

В работах [10, 11] введены локальные осесимметричные модели напряженного состояния пористого и зернистого композиционного материалов с порами или зёрнами в форме вытянутых сфероидов. В работе [12] разработана локальная неосесимметричная математическая модель напряженно-деформированного состояния пористого материала. В

этих моделях напряжения в композитах описываются при помощи обобщенного метода Фурье.

В данной работе развита локальная существенно неосесимметричная модель напряженно-деформированного состояния пористого материала однонаправленной волокнистой структуры, основанная на обобщенном методе Фурье. Поры имеют цилиндрическую форму. Рассматривается случай параллельного расположения пор в упругом цилиндрическом образце, который находится под действием кусочно-постоянной нормальной нагрузки, приложенной к его границе. Получены распределения напряжений в окрестности двух волокон.

Постановка задачи

Рассматривается цилиндрический образец пористого материала с двумя цилиндрическими полостями (рис. 1). Будем использовать одинаково ориентированные цилиндрические (ρ_j, φ_j, z_j) системы координат, начала которых отнесены к центрам пор O_j , $j = 0, 1, 2$.

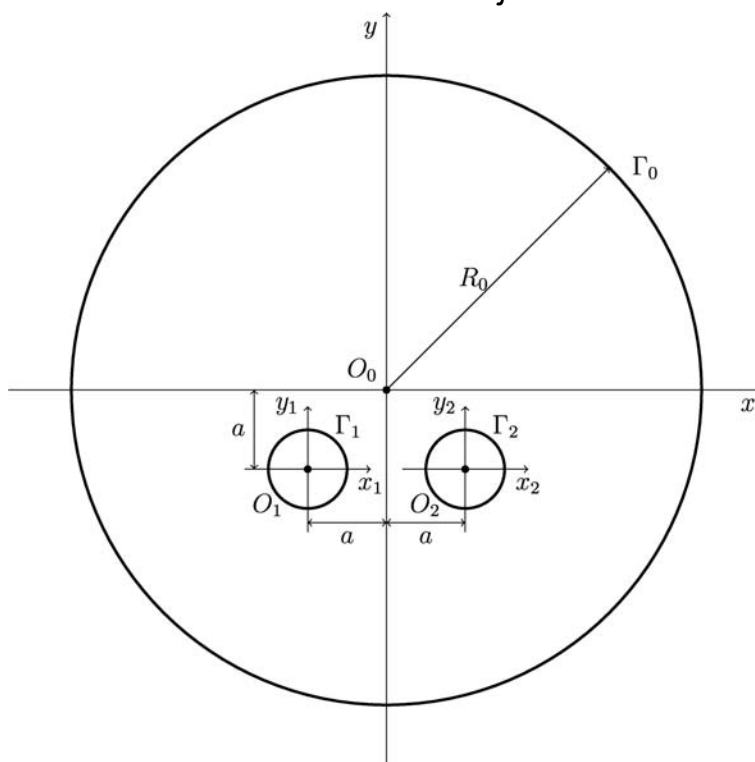


Рисунок 1 - Схематическое представление задачи

Для определения напряженно-деформированного состояния в рассматриваемом теле необходимо решить краевую задачу для уравнения Ламе

$$\Delta \mathbf{U} + \frac{1}{1-2\sigma} \nabla \operatorname{div} \mathbf{U} = 0 \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\mathbf{FU}|_{\Gamma_1} = \mathbf{FU}|_{\Gamma_2} = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{FU}|_{\Gamma_0} = T\mathbf{e}_\rho = \begin{cases} T, & |z| \leq h, \\ 0, & |z| > h. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь \mathbf{U} - вектор перемещений; \mathbf{FU} - отвечающий \mathbf{U} вектор усилий на соответствующей граничной поверхности; σ - коэффициент Пуассона.

Решение задачи

Решение задачи в упругом пространстве Ω ищется в виде

$$\mathbf{U} = \tilde{\mathbf{U}} + \mathbf{U}_0; \quad (4)$$

$$\tilde{\mathbf{U}} = \sum_{j=1}^2 \sum_{s=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{s,\lambda,m}^{(j)} \mathbf{U}_{s,\lambda,m}^{+(3)}(\rho_j, \varphi_j, \mathbf{z}_j) d\lambda,$$

$$\mathbf{U}_0 = \sum_{s=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{s,\lambda,m}^{(0)} \mathbf{U}_{s,\lambda,m}^{-(3)}(\rho_0, \varphi_0, \mathbf{z}_0) d\lambda,$$

где $A_{s,n,m}^{(j)}$ - неизвестные коэффициенты, которые определяются из граничных условий. В приведенных выше формулах базисные решения уравнения Ламе для цилиндра имеют вид [13]:

$$\mathbf{U}_{s,\lambda,m}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}) = \lambda^{-1} \mathbf{D}_s u_{\lambda,m}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}), \quad s = 1, 3; \quad (5)$$

$$\mathbf{U}_{2,\lambda,m}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}) = \lambda^{-1} \mathbf{B}_2 u_{\lambda,m}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}), \quad \lambda \in \mathbb{R}; \quad m \in \mathbb{Z}; \quad (6)$$

где

$$\mathbf{B}_2 = \left(x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} \right) \nabla - \chi [\mathbf{e}_z \times [\nabla \times \mathbf{e}_z]];$$

$$u_{\lambda,m}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}) = \mathbf{e}^{i\lambda z + im\varphi} \begin{Bmatrix} \tilde{K}_m(\lambda\rho) \\ I_m(\lambda\rho) \end{Bmatrix},$$

где $I_m(x)$ - модифицированная функция Бесселя;

$\tilde{K}_m(x) = (\text{sign } x)^m K_m(|x|)$, $K_m(x)$ - функция Макдональда; символам «+» («-») в вектор-функциях (5) - (6) отвечают внешние (внутренние) решения для цилиндра. Приведем координатную форму перемещений (7), (8):

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{1,\lambda,m}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}) = & \mp u_{\lambda,m-1}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}) \mathbf{e}_{-1} \mp \\ & \mp u_{\lambda,m+1}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}) \mathbf{e}_1 + i u_{\lambda,m}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}) \mathbf{e}_0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{U}_{2,\lambda,m}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}) = \mp(D - \chi) \left[u_{\lambda,m-1}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}) \mathbf{e}_{-1} + u_{\lambda,m+1}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}) \mathbf{e}_1 \right] + iDu_{\lambda,m}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}) \mathbf{e}_0, \quad (8)$$

$$\mathbf{U}_{3,\lambda,m}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}) = \pm u_{\lambda,m-1}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}) \mathbf{e}_{-1} \mp u_{\lambda,m+1}^{\pm(3)}(\rho, \varphi, \mathbf{z}) \mathbf{e}_1, \quad (9)$$

где $D = \rho \frac{\partial}{\partial \rho}$, $\mathbf{e}_{-1} = \frac{1}{2}(\mathbf{e}_\rho + i\mathbf{e}_\varphi) e^{i\varphi}$, $\mathbf{e}_1 = \frac{1}{2}(\mathbf{e}_\rho - i\mathbf{e}_\varphi) e^{-i\varphi}$, $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_z$,

($\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z$) - орты цилиндрической системы координат.

Вектор напряжений на площадке с нормалью \mathbf{n} имеет вид

$$\mathbf{FU} = 2G \left[\frac{\sigma}{1-2\sigma} \mathbf{n} \operatorname{div} \mathbf{U} + (\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{U} + \frac{1}{2} (\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{U}) \right]. \quad (10)$$

Применив оператор (10) на площадке с нормалью $\mathbf{n} = \mathbf{e}_\rho$ к формулам (7) – (9), получим координатную форму записи напряжений

$$\mathbf{FU}_{1,\lambda,m}^{\pm(3)}(R_j, \varphi_j, \mathbf{z}) = \frac{2G}{R_j} \left\{ \mp Du_{\lambda,m-1}^{\pm(3)}(R_j, \varphi_j, \mathbf{z}) \mathbf{e}_{-1} \mp \mp Du_{\lambda,m+1}^{\pm(3)}(R_j, \varphi_j, \mathbf{z}) \mathbf{e}_1 + iDu_{\lambda,m}^{\pm(3)}(R_j, \varphi_j, \mathbf{z}) \mathbf{e}_0 \right\}; \quad (11)$$

$$\mathbf{FU}_{2,\lambda,m}^{\pm(3)}(r_j, \varphi_j, \mathbf{z}) = \frac{2G}{R_j} \left\{ \mp \left[(m-1)(m-1+2\sigma) + \lambda^2 R_j^2 + (2\sigma-3)D \right] \times \right. \\ \times u_{\lambda,m-1}^{\pm(3)}(R_j, \varphi_j, \mathbf{z}) \mathbf{e}_{-1} \mp \left[(m+1)(m+1-2\sigma) + \lambda^2 R_j^2 + (2\sigma-3)D \right] \times \\ \left. \times u_{\lambda,m+1}^{\pm(3)}(R_j, \varphi_j, \mathbf{z}) \mathbf{e}_1 + i \left[m^2 + \lambda^2 R_j^2 + (2\sigma-2)D \right] u_{\lambda,m}^{\pm(3)}(R_j, \varphi_j, \mathbf{z}) \mathbf{e}_0 \right\}; \quad (12)$$

$$\mathbf{FU}_{3,\lambda,m}^{\pm(3)}(R_j, \varphi_j, \mathbf{z}) = \frac{G}{R_j} \left\{ \pm (D + m - 1) u_{\lambda,m-1}^{\pm(3)}(R_j, \varphi_j, \mathbf{z}) \mathbf{e}_{-1} \mp \mp (D - m - 1) u_{\lambda,m+1}^{\pm(3)}(R_j, \varphi_j, \mathbf{z}) \mathbf{e}_1 - im u_{\lambda,m}^{\pm(3)}(R_j, \varphi_j, \mathbf{z}) \mathbf{e}_0 \right\}. \quad (13)$$

Теоремы сложения связывают базисные решения уравнения Ламе в системах координат, совмещенных с центрами пары цилиндров. Для решений (7) - (9) справедливы следующие теоремы сложения [13]:

$$\mathbf{U}_{s,\lambda,m}^{+(3)}(\rho_1, \varphi_1, \mathbf{z}_1) = \sum_{t=1}^3 \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{D}_{s,t}^{(12)} f_{1,\lambda,m}^{(33)l} \mathbf{U}_{t,\lambda,l}^{-(3)}(\rho_2, \varphi_2, \mathbf{z}_2); \quad (14)$$

$$\mathbf{U}_{s,\lambda,m}^{+(3)}(\rho_2, \varphi_2, \mathbf{z}_2) = \sum_{t=1}^3 \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{D}_{s,t}^{(12)} f_{\lambda,m}^{+(33)l} \mathbf{U}_{t,\lambda,l}^{+(3)}(\rho_1, \varphi_1, \mathbf{z}_1); \quad (15)$$

$$\mathbf{U}_{s,\lambda,m}^{-(3)}(\rho_1, \varphi_1, \mathbf{z}_1) = \sum_{t=1}^3 \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{D}_{s,t}^{(12)} f_{\lambda,m}^{-(33)l} \mathbf{U}_{t,\lambda,l}^{-(3)}(\rho_2, \varphi_2, \mathbf{z}_2); \quad (16)$$

где $\tilde{D}_{s,t}^{(12)} = \left[\delta_{st} + \delta_{t1} \delta_{s2} \rho_{12} \frac{\partial}{\partial \rho_{12}} \right],$

$$f_{1,\lambda,m}^{(33)l} = (-1)^l u_{\lambda,m-l}^{+(3)}(\rho_{12}, \varphi_{12}, \mathbf{z}_{12}), \quad f_{\lambda,m}^{\pm(33)l} = u_{\lambda,m-l}^{-(3)}(\rho_{12}, \varphi_{12}, \mathbf{z}_{12}).$$

Разрешающая система уравнений

Используя теоремы сложения, представим вектор перемещения $\tilde{\mathbf{U}}$ в системе координат с началом в точке O_0 :

$$\begin{aligned} \mathbf{U} = & \sum_{j=1}^2 \sum_{s=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{s,\lambda,m}^{(j)} \sum_{t=1}^3 \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{D}_{s,t}^{0j} u_{\lambda,m-l}^{-(3)}(\rho_{0j}, \varphi_{0j}, \mathbf{z}_{0j}) \times \\ & \times \mathbf{U}_{t,\lambda,l}^{+(3)}(\rho_0, \varphi_0, \mathbf{z}_0) d\lambda + \sum_{s=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{s,\lambda,m}^{(0)} \mathbf{U}_{s,\lambda,m}^{-(3)}(\rho_0, \varphi_0, \mathbf{z}_0) d\lambda \quad (17) \end{aligned}$$

и с началом в точке O_j ($j = 1, 2$):

$$\begin{aligned} \mathbf{U} = & \sum_{s=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{s,\lambda,m}^{(j)} \mathbf{U}_{s,\lambda,m}^{+(3)}(\rho_j, \varphi_j, \mathbf{z}_j) d\lambda + \sum_{s=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{s,\lambda,m}^{(3-j)} \times \\ & \times \sum_{t=1}^3 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-1)^l \tilde{D}_{s,t}^{12} u_{\lambda,m-l}^{+(3)}(\rho_{12}, \varphi_{12}, \mathbf{z}_{12}) \mathbf{U}_{t,\lambda,l}^{-(3)}(\rho_j, \varphi_j, \mathbf{z}_j) d\lambda + \\ & + \sum_{s=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{s,\lambda,m}^{(0)} \sum_{t=1}^3 \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{D}_{s,t}^{0j} u_{\lambda,m-l}^{-(3)}(\rho_{0j}, \varphi_{0j}, \mathbf{z}_{0j}) \mathbf{U}_{t,\lambda,l}^{-(3)}(\rho_j, \varphi_j, \mathbf{z}_j) d\lambda. \quad (18) \end{aligned}$$

После удовлетворения граничных условий задача сводится к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов $A_{s,\lambda,m}^{(j)}$:

$$\begin{aligned} & \sum_{s=1}^3 \{ A_{s,\lambda,m}^{(0)} \mathbf{G}_{s,\lambda,m}^{-(3)}(R_0) + \mathbf{G}_{s,\lambda,m}^{+(3)}(R_0) \times \\ & \times \sum_{j=1}^2 \sum_{t=1}^3 \sum_{l=-\infty}^{\infty} A_{t,\lambda,l}^{(j)} \tilde{D}_{s,t}^{0j} u_{\lambda,l-m}^{-(3)}(\rho_{0j}, \varphi_{0j}, \mathbf{z}_{0j}) \} = \frac{T \sin \lambda h}{\pi \lambda} \delta_{m0}(1, 1, 0); \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{s=1}^3 \{ A_{s,\lambda,m}^{(j)} \mathbf{G}_{s,\lambda,m}^{+(3)}(R_j) + \mathbf{G}_{s,\lambda,m}^{-(3)}(R_j) \times \\ & \times \sum_{t=1}^3 \sum_{l=-\infty}^{\infty} A_{t,\lambda,l}^{(3-j)} (-1)^l \tilde{D}_{s,t}^{12} u_{\lambda,l-m}^{+(3)}(\rho_{12}, \varphi_{12}, \mathbf{z}_{12}) + \mathbf{G}_{s,\lambda,m}^{-(3)}(R_j) \times \\ & \times \sum_{t=1}^3 \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{D}_{s,t}^{(0j)} u_{\lambda,l-m}^{-(3)}(\rho_{0j}, \varphi_{0j}, \mathbf{z}_{0j}) \} = 0, \quad (20) \end{aligned}$$

где $\mathbf{G}_{s,\lambda,m}^{\pm(3)}(R) = (G_{s,\lambda,m}^{\pm(-1)}(R), G_{s,\lambda,m}^{\pm(1)}(R), G_{s,\lambda,m}^{\pm(0)}(R))$,

$$G_{1,\lambda,m}^{\pm(-1)}(R) = \mp \frac{2G}{R} D \tilde{u}_{\lambda,m-1}^{\pm(3)}(R), \quad G_{1,\lambda,m}^{\pm(1)}(R) = \pm \frac{2G}{R} D \tilde{u}_{\lambda,m+1}^{\pm(3)}(R),$$

$$G_{1,\lambda,m}^{\pm(0)}(R) = \frac{2G}{R} i D \tilde{u}_{\lambda,m}^{\pm(3)}(R);$$

$$G_{2,\lambda,m}^{\pm(-1)}(R) = \mp \frac{2G}{R} \left[(m-1)(m-1+2\sigma) + \lambda^2 R^2 + (2\sigma-3)D \right] \tilde{u}_{\lambda,m-1}^{\pm(3)}(R),$$

$$G_{2,\lambda,m}^{\pm(1)}(R) = \mp \frac{2G}{R} \left[(m+1)(m+1-2\sigma) + \lambda^2 R^2 + (2\sigma-3)D \right] \tilde{u}_{\lambda,m+1}^{\pm(3)}(R),$$

$$G_{2,\lambda,m}^{\pm(0)}(R) = \frac{2G}{R} i \left[m^2 + \lambda^2 R^2 + (2\sigma-2)D \right] \tilde{u}_{\lambda,m}^{\pm(3)}(R);$$

$$G_{3,\lambda,m}^{\pm(1)}(R) = \mp \frac{G}{R} (D-m-1) \tilde{u}_{\lambda,m+1}^{\pm(3)}(R), \quad G_{3,\lambda,m}^{\pm(0)}(R) = -\frac{G}{R} i m \tilde{u}_{\lambda,m}^{\pm(3)}(R),$$

$$G_{3,\lambda,m}^{\pm(-1)}(R) = \pm \frac{G}{R} (D+m-1) \tilde{u}_{\lambda,m-1}^{\pm(3)}(R), \quad \tilde{u}_{\lambda,m}^{\pm(3)}(R) = \begin{Bmatrix} \tilde{K}_m(\lambda R) \\ I_m(\lambda R) \end{Bmatrix}.$$

Оператор системы уравнений (19) – (20) является фредгольмовым при условии непересечения граничных поверхностей.

Анализ результатов

Численный анализ решения задачи проведен для двух одинаковых сферических полостей, коэффициент Пуассона $\sigma = 0.38$. Под относительным показателем близости полостей понимаем величину R_j / a , принимаем ее значение равным 0.5. Система уравнений решена методом редукции. Анализ сходимости метода редукции показал, что высокая точность достигается уже при $N = 5$, т.е. в бесконечных суммах по m и l удерживаем шесть слагаемых.

На рис. 2 – 4 приведены графики главных компонент тензора напряжений на линии, соединяющей центры цилиндрических полостей. Из рис. 2 видно, что на полостях выполняются граничные условия (нормальные напряжения на поверхности равны нулю). Все кривые на графиках имеют симметричный вид, как и должно быть в действительности для поставленной задачи (при симметричной внешней нагрузке и геометрии задачи). Данные факты могут служить элементами верификации полученных результатов.

Из анализа приведенных результатов можно сделать вывод, что напряженное состояние между полостями в основном определяется напряжениями σ_y / T , которые по модулю почти в 4 раза превосходят

напряжения σ_x / T . Вклад напряжений σ_z / T является минимальным по модулю, а также в отличие от двух других компонент они являются сжимающими. Следует отметить, что концентрация напряжений σ_y / T происходит у смежных полюсов полостей.

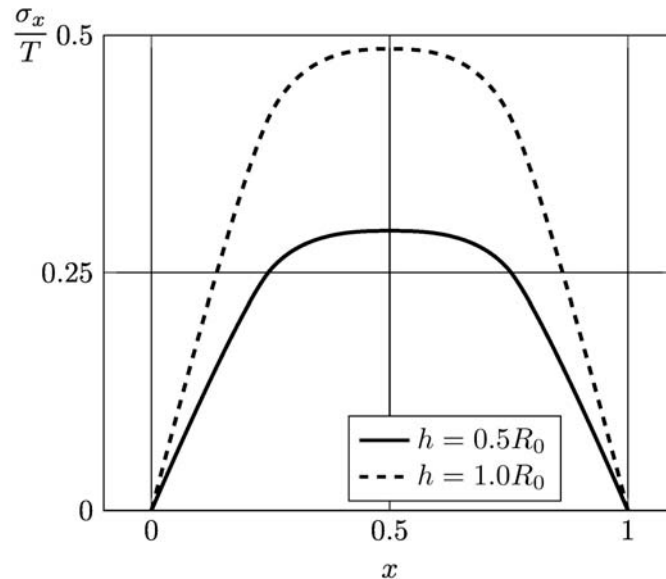


Рисунок 2 - Напряжения σ_x / T на линии, соединяющей центры полостей в зависимости от параметра h / R_0

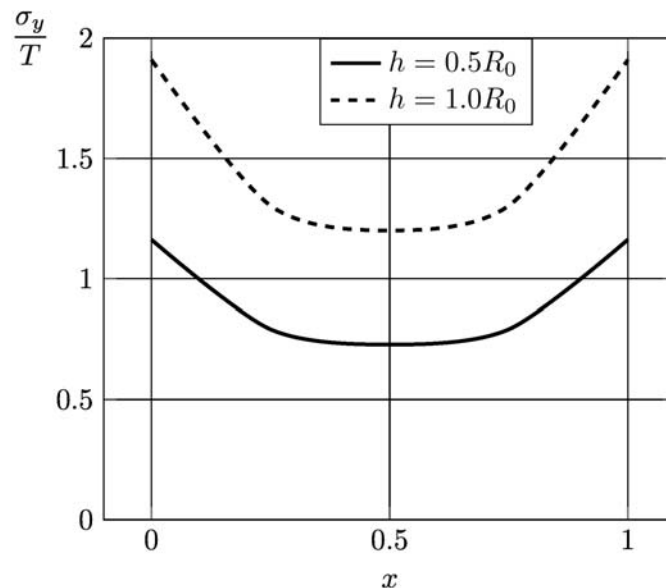


Рисунок 3 - Напряжения σ_y / T на линии, соединяющей центры полостей в зависимости от параметра h / R_0

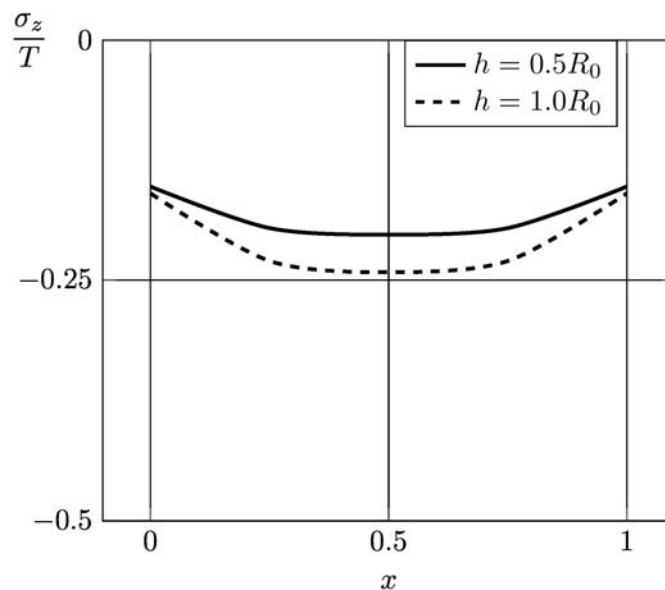


Рисунок 4 - Напряжения σ_z / T на линии, соединяющей центры полостей в зависимости от параметра h / R_0

Выводы

Исследовано напряженно-деформированное состояние существенно неосесимметричного упругого тела. В отличие от сугубо численных моделей предложенный в настоящей работе подход позволяет строить приближенные аналитические модели, степень точности которых можно улучшать. Приведенные выше результаты позволяют судить о его высокой эффективности. Разработанная в настоящей работе локальная модель напряженно-деформированного состояния пористого материала может использоваться для определения интегральных упругих модулей композиционных материалов с цилиндрическими неоднородностями. Модель допускает обобщение на случай регулярной периодической структуры материала.

Список использованных источников

1. Ванин, Г. А. Микромеханика композиционных материалов [Текст] / Г.А. Ванин. – К.: Наук. думка. – 1985. – 304 с.
2. Гаришин, О. К. Прогнозирование прочности эластомерных зернистых композитов в зависимости от размеров частиц наполнителя [Текст] / О. К. Гаришин, Л. А. Комар // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2003. - Т. 9, № 3. – С. 278–286.
3. Методы расчета механических характеристик пороматериалов малой плотности (обзор) [Текст] / Д. А. Черноус, Е. М. Петроковец,

Д. А. Конек, С. В. Шилько // Механика композиционных материалов и конструкций. - М.: ИПМ РАН. - Т. 7, № 4. - 2001. - С. 533-545.

4. Гордеев, А. В. Моделирование свойств композиционного материала, армированного короткими волокнами [Текст] / А. В. Гордеев // Механика композиционных материалов и конструкций. - М.: ИПМ РАН. - Т. 16, № 1. - 2010. - С. 106-116.

5. Khoroshun, L. P. Mathematical models and methods of the mechanics of stochastic composites / L. P. Khoroshun // International Applied Mechanics. — 2000. — V. 36, No 10.— P. 1284–1316.

6. Meleshko, V.V. Equilibrium of an elastic finite cylinder under axisymmetric discontinuous normal loadings / V. V. Meleshko Yu. V. Tokovyy // J. Eng. Math. – 2013. – V. 78. – P. 143 – 166.

7. Токовий, Ю.В. Осесиметричні напруження в скінченному пружному циліндрі під дією нормального тиску, рівномірно розподіленого по частині бічної поверхні [Текст] / Ю.В. Токовий // Прикл. проблеми мех. і мат. – 2010. – Вип. 8. – С. 144 – 151.

8. Zhong, Z. Analysis of a transversely isotropic rod containing a single cylindrical inclusion with axisymmetric eigenstrains / Z. Zhong, Q. P. Sun // Int. Journal of Solids and Structures. – 2002. - V. 39, Issue 23. – P. 5753 - 5765.

9. Макарова, Е. Ю. Нелинейные многоуровневые модели механики деформирования и разрушения композитов [Текст] / Е. Ю. Макарова, Ю. В. Соколкин // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2013. – Т. 19, № 3. – С. 395 – 405.

10. Николаев, А. Г. Математическая модель напряженно-деформированного состояния пористого материала [Текст] / А. Г. Николаев, Е. А. Танчик // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н. Е. Жуковского «ХАИ». - 2009. - Т. 2 (58). - С. 48-58.

11. Николаев, А. Г. Развитие локальной модели напряженного состояния пористого материала [Текст] / А. Г. Николаев, Е. А. Танчик // Авиационно-космическая техника и технология. – 2013. – 1(98). – С. 14–18.

12. Николаев, А. Г. Локальная математическая модель зернистого композиционного материала [Текст] / А. Г. Николаев, Е. А. Танчик // Вестн. Харьк. нац. ун-та им. В. Н. Каразина. Сер. Математика, прикладная математика и механика. - 2010. - Т. 922. - С. 4-19.

13. Николаев, А. Г. Теоремы сложения решений уравнения Ламе. - Х.: Харьк. авиац. ин-т, 1993. - 109 с. - Деп. в ГНТБ Украины 21.06.93, № 1178 - Ук 93.

Поступила в редакцию 03.12.2013.

*Рецензент: д-р техн. наук, проф. Я.С. Карпов,
Национальный аэрокосмический университет
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков.*