ОБЩАЯ МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ АДГЕЗИОННЫХ СОЕДИНЕНИЙ В ЛИНЕЙНОЙ ОДНОМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Адекватность описания какой-либо методикой реальной конструкции и достоверность результатов расчета напряжений и деформаций необходимо оценить путем экспериментальных исследований, причем прямым сравнением прогнозируемых величин, а не косвенным путем моделирования через промежуточные или вспомогательные параметры. Наибольшую ценность имеют эксперименты по оценке принятых гипотез и допущений, благодаря которым любая методика становится возможной. В этом аспекте адгезионные соединения являются одними из самых трудно исследуемых экспериментально технических объектов и, вероятно, этим объясняется большое количество научных публикаций на тему соединений. Больше, наверное, написано только по пластинам и оболочкам.

Экспериментально прямым образом измеряется сила разрушения соединения и деформации по наружным поверхностям деталей. Разрушение материала клеевого слоя происходит в условиях сложного напряженно-деформированного состояния – элементарный объем клея нагружен всеми шестью компонентами напряжений, и при отсутствии убедительных доказательств о возможности применения той или иной теории (критерия) прочности невозможно сделать выводы о достоверности и адекватности методик расчета. Этим объясняется стандартизированные методы и способы экспериментального обеспечения расчета на прочность клеевых соединений, а также методы и средства определения межслойной прочности композитных материалов, монолитность которых обеспечивается адгезионным соединением слоев между собой, а также волокон и матрицы. Очевидно, что каким бы не было искусство экспериментатора, сложно себе представить прямое измерение чего-либо в зоне контакта волокна диаметром 5...10 мкм со связующим. Это же относится и к склейке слоев, потому что введение датчиков в клеевую прослойку приводит к фундаментальному нарушению естественного напряженно-деформированного состояния (НДС). Зная, что распределение касательных напряжений по длине соединения является неравномерным, разработчики стандартов и других нормативных документов установили метод и способ определения условной (договорной) прочности клеевых соединений и межслойной прочности слоистых композитов [1].

В реальных конструкциях адгезионным способом могут соединяться детали постоянной или переменной (малой и большой) толщины,

воспринимающие сжимающие или растягивающие усилия в комбинации со сдвигом или без него. Кроме того, всегда есть потребность прогнозирования несущей способности соединения при наличии дефектов типа непроклея, чтобы более конкретно регламентировать технологические процессы, а значит, и себестоимость продукции. В многочисленной научно-технической литературе приведены методики определения НДС адгезионных соединений, построенные на базе различных гипотез и учитывающие те или иные конструктивные и экспериментальные факторы [2 – 15]. Несмотря на несомненную ценность, эти результаты трудно сравнивать с экспериментальными, полученными путем испытания стандартизованных образцов [1]. Таким образом, разработка общей методики расчета адгезионных соединений для любого характера термомеханического нагружения при постоянных или ступенчато изменяющихся жесткостных параметрах соединяемых деталей и клеевой прослойки является актуальной задачей. Система гипотез и допущений при этом должна оставаться инвариантной, что позволит корректно сравнивать аналитические и экспериментальные данные, а также более объективно оценивать важность учета дополнительных параметров и условий.

Основные гипотезы и допущения расчетных схем адгезионных соединений относятся к характеру прогнозируемого распределения нормальных напряжений по толщине деталей (постоянные или переменные) и касательных напряжений (только в клеевом слое или в деталях), а также учета влияния ширины соединения). Подробный анализ разработанных моделей напряженного состояния соединений содержится в статьях и монографиях [2 – 8]. Вопросы учета таких факторов, как переменная жесткость деталей, температурное нагружение, особенности структуры композита, и некоторых других наиболее полно рассматриваются в работах [4, 5, 9 – 15].

Сопоставление нормативной базы экспериментального обеспечения расчета на прочность клеевых соединений (методики и образцы для определения прочности клея) и разработанных методик определения напряжений показывает, что целесообразно формировать аналитическую часть расчета на базе одномерной модели (постоянство нормальных напряжений по толщине соединяемых деталей). В пользу такого подхода свидетельствует и то, что максимальные значения касательных напряжений в клеевой прослойке, найденные по одно- и двумерной моделям, отличаются незначительно, хотя и расположены в разных местах по длине соединения [5, 16]. Следует также отметить, что классическая модель соединительного слоя (касательные напряжения сосредоточены только в клеевом слое) приводит к пессимистической оценке несущей способности, а модель Фолькерсена (касательные напряжения постоянны по толщине соединительного слоя, образуемого клеем и половинами толщины деталей [2, 5]) – к оптимистическому прогнозу. В тех случаях, когда качество склеивания гарантируется технологией, например при приформовке в интегральных конструкциях из композитов, целесообразно применять модель Фолькерсена, а при не очень надежном процессе склеивания – классическую модель.

В монографии [5] предложен метод физической дискретизации для определения усилий в элементах соединения, который сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. Синтезированная методика является достаточно универсальной как относительно вида нагружения, так и характера изменения жесткости деталей по длине соединения. Некоторые сложности возникают при решении задач проектирования соединения, когда ограничения на параметры удобно иметь в виде функциональной зависимости, а не системы уравнений, тем более, что разработчику необходимы формулы для определения только максимальных напряжений в клее и для оценки предельных состояний (стремление к нулю напряжений в средней зоне соединений, стабилизация величины максимальных напряжений с увеличением длины и др.). Для расчета адгезионных соединений с нагружением в пределах соединения в учебнике [17] предложена процедура декомпозиции, которая может служить основой для построения общей методики определения НДС для широкого класса конструктивно-технологических решений. Суть разработки заключается в следующем. Ступенчатое клеевое соединение (рис. 1, а) или соединение деталей со ступенчатым изменением толщины (рис. 1, б), что наиболее присуще слоистым композитам, разбивается на ряд участков с постоянными параметрами (рис. 1, в), для которых существуют аналитические решения. Неизвестные усилия в местах разреза определяются из уравнений равновесия и совместности деформаций соединительного слоя. При наличии непроклея поступают аналогичным образом (см. рис. 2). Очевидно, что в этом случае возможно также изменение толщины деталей.

Рассмотрим вывод расчетных формул и зависимостей для случая, изображенного на рис. 1. Согласно [17] после некоторых преобразований касательные напряжения в соединительном слое (как в классическом понимании, так и в смысле Фолькерсена) определяются по следующим формулам соответственно для 1-го, *i*-го и *n*-го участков соединения единичной ширины:

$$\tau_{1}(x) = \frac{\left(N_{21}\Pi_{21} - N_{11}\Pi_{11}\right)chk_{1}x}{k_{1}\Pi_{31}shk_{1}\ell_{1}} - \frac{\left(N_{20}\Pi_{21} - N_{10}\Pi_{11}\right)chk_{1}(\ell_{1} - x)}{k_{1}\Pi_{31}shk_{1}\ell_{1}} + \frac{\Delta T\left(\alpha_{11} - \alpha_{21}\right)}{k_{1}\Pi_{31}}\frac{shk_{1}\left(\frac{\ell_{1}}{2} - x\right)}{ch\frac{k_{1}\ell_{1}}{2}};$$
(1)



Рисунок 1 – Схема формирования расчетной схемы соединения деталей со ступенчато изменяющейся толщиной

$$\tau_{i}(x) = \frac{(N_{2i}\Pi_{2i} - N_{1i}\Pi_{1i})chk_{i}x}{k_{i}\Pi_{3i}shk_{i}\ell_{i}} - \frac{(N_{2,i-1}\Pi_{2,i-1} - N_{1,i-1})chk_{i}(\ell_{i} - x)}{k_{i}\Pi_{3i}shk_{i}\ell_{i}} + \frac{\Delta T(\alpha_{1i} - \alpha_{2i})}{k_{i}\Pi_{3i}} \frac{shk_{i}\left(\frac{\ell_{i}}{2} - x\right)}{ch\frac{k_{i}\ell_{i}}{2}};$$
(2)

$$\tau_{n}(x) = \frac{(N_{2n}\Pi_{2n} - N_{1n}\Pi_{1n})chk_{n}x}{k_{n}\Pi_{3n}shk_{n}\ell_{n}} \frac{(N_{2,n-1}\Pi_{2,n-1} - N_{1,n-1}\Pi_{1,n-1})chk_{n}(\ell_{n} - x)}{k_{n}\Pi_{3n}shk_{n}\ell_{n}} + \frac{\Delta T(\alpha_{1n} - \alpha_{2n})}{k_{n}\Pi_{3n}} \frac{shk_{n}\left(\frac{\ell_{n}}{2} - x\right)}{ch\frac{k_{n}\ell_{n}}{2}}.$$
(3)

Здесь обозначено:

*N*₁₀, *N*₂₀, *N*_{1n}, *N*_{2n} – внешние погонные усилия, которые удовлетворяют уравнению равновесия соединения

$$N_{10} + N_{20} = N_{1n} + N_{2n}; (4)$$

α_{1i}, α_{2i} – коэффициенты линейного температурного расширения материалов соединяемых деталей;

 ΔT – рассматриваемый интервал эксплуатационных температур; Π_{1i} , Π_{2i} – податливости деталей единичной ширины:

$$\Pi_{1i} = \frac{1}{E_{1i}\delta_{1i}}; \quad \Pi_{2i} = \frac{1}{E_{2i}\delta_{2i}}; \tag{5}$$

П_{3i} – податливость соединительного слоя, величина которой зависит от принимаемой модели [17].





Для классической модели

$$\Pi_{3i} = \frac{\delta_{\kappa i}}{G_{\kappa i}}.$$
(6)

Для модели Фолькерсена

$$\Pi_{3i} = \frac{\delta_{ci}}{G_{ci}} = \frac{\delta_{1i}}{2G_{1i}} + \frac{\delta_{2i}}{2G_{2i}} + \frac{\delta_{\kappa i}}{G_{\kappa i}},\tag{7}$$

где G_1, G_2, G_{κ} – модули сдвига материалов деталей и клея.

$$k_i^2 = \frac{\Pi_{1i} + \Pi_{2i}}{\Pi_{3i}}.$$
 (8)

Из уравнения равновесия каждого выделенного участка можно выразить усилия во второй детали N_{2i} :

$$N_{2i} = N_{10} + N_{20} - N_{1i} = N_{1n} + N_{2n} - N_{1i}, \quad i = 1, \dots, n-1.$$
(9)

На границах участков должно соблюдаться условие равенства сдвиговых деформаций соединительного слоя:

$$\frac{\tau_i(\ell_i)}{G_{ci}} = \frac{\tau_{i+1}(0)}{G_{c,i+1}}, \quad i = 1, \dots, n-1.$$
(10)

Или с учетом (6) и (7)

$$\tau_i \left(\ell_i \right) \frac{\Pi_{3i}}{\delta_{ci}} = \tau_{i+1} \left(0 \right) \frac{\Pi_{3,i+1}}{\delta_{c,i+1}}.$$
(11)

После подстановки в (11) соответствующих значений напряжений (в начале участка $\tau_i(0)$ или в конце $\tau_i(\ell_i)$) и условий (9) получим систему линейных алгебраических уравнений относительно усилий N_{1i} :

$$\begin{split} &N_{11} \bigg[\frac{(\Pi_{11} + \Pi_{21})chk_{1}\ell_{1}}{k_{1}\delta_{c1}shk_{1}\ell_{1}} + \frac{(\Pi_{12} + \Pi_{22})chk_{2}\ell_{2}}{k_{2}\delta_{c2}shk_{2}\ell_{2}} \bigg] + N_{12} \frac{\Pi_{12} + \Pi_{22}}{k_{2}\delta_{c2}shk_{2}\ell_{2}} = \\ &= N_{10} \frac{\Pi_{11} + \Pi_{21}}{k_{1}\delta_{c1}shk_{1}\ell_{1}} + (N_{10} + N_{20}) \bigg[\frac{\Pi_{21}(chk_{1}\ell_{1} - 1)}{k_{1}\delta_{c1}shk_{1}\ell_{1}} + \frac{\Pi_{22}(chk_{2}\ell_{2} - 1)}{k_{2}\delta_{c2}shk_{2}\ell_{2}} \bigg] - C_{1} - C_{2}; \\ &- N_{11} \frac{\Pi_{12} + \Pi_{22}}{k_{2}\delta_{c2}shk_{2}\ell_{2}} + N_{12} \bigg[\frac{(\Pi_{12} + \Pi_{22})chk_{2}\ell_{2}}{k_{2}\delta_{c2}shk_{2}\ell_{2}} + \frac{(\Pi_{13} + \Pi_{23})chk_{3}\ell_{3}}{k_{3}\delta_{c3}shk_{3}\ell_{3}} \bigg] + \\ &+ N_{13} \frac{\Pi_{13} + \Pi_{23}}{k_{3}\delta_{c3}shk_{3}\ell_{3}} = (N_{10} + N_{20}) \bigg[\frac{\Pi_{22}(chk_{2}\ell_{2} - 1)}{k_{2}\delta_{c2}shk_{2}\ell_{2}} + \frac{\Pi_{23}(chk_{3}\ell_{3} - 1)}{k_{3}\delta_{c3}shk_{3}\ell_{3}} \bigg] - C_{2} - C_{3}; \\ &- N_{12} \frac{\Pi_{13} + \Pi_{23}}{k_{3}\delta_{c3}shk_{3}\ell_{3}} = (N_{10} + N_{20}) \bigg[\frac{\Pi_{22}(chk_{2}\ell_{2} - 1)}{k_{3}\delta_{c3}shk_{3}\ell_{3}} + \frac{(\Pi_{14} + \Pi_{24})chk_{4}\ell_{4}}{k_{4}\delta_{c4}shk_{4}\ell_{4}} \bigg] + \\ &+ N_{14} \frac{\Pi_{14} + \Pi_{24}}{k_{4}\delta_{c4}shk_{4}\ell_{4}} = (N_{10} + N_{20}) \bigg[\frac{\Pi_{23}(chk_{3}\ell_{3} - 1)}{k_{3}\delta_{c3}shk_{3}\ell_{3}} + \frac{\Pi_{24}(chk_{4}\ell_{4} - 1)}{k_{4}\delta_{c4}shk_{4}\ell_{4}} \bigg] - C_{3} - C_{4}; \\ &\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \end{split}$$

$$\frac{\Pi_{1i} + \Pi_{2i}}{k_{i}\delta_{ci}shk_{i}\ell_{i}} \left(N_{1i}chk_{i}\ell_{i} - N_{1,i-1} \right) + \frac{\Pi_{1,i+1} + \Pi_{2,i+1}}{k_{i+1}\delta_{c,i+1}shk_{i+1}\ell_{i+1}} \left(N_{1i}chk_{i+1}\ell_{i+1} + N_{1,i+1} \right) = \\
= \left(N_{10} + N_{20} \right) \left[\frac{\Pi_{2i}(chk_{i}\ell_{i} - 1)}{k_{i}\delta_{ci}shk_{i}\ell_{i}} + \frac{\Pi_{2,i+1}(chk_{i+1}\ell_{i+1} - 1)}{k_{i+1}\delta_{c,i+1}shk_{i+1}\ell_{i+1}} \right] - C_{i} - C_{i+1}; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} &\frac{\Pi_{1,n-1} + \Pi_{2,n-1}}{k_{n-1}\delta_{c,n-1}shk_{n-1}\ell_{n-1}} \left(N_{1,n-1}chk_{n-1}\ell_{n-1} - N_{1,n-2}\right) + \frac{\Pi_{1n} + \Pi_{2n}}{k_{n}\delta_{cn}shk_{n}\ell_{n}} \left(N_{1,n-1}chk_{n}\ell_{n} + N_{1n}\right) = \\ &= \left(N_{10} + N_{20}\right) \left[\frac{\Pi_{2,n-1}(chk_{n-1}\ell_{n-1} - 1)}{k_{n-1}\delta_{c,n-1}shk_{n-1}\ell_{n-1}} + \frac{\Pi_{2n}(chk_{n}\ell_{n} - 1)}{k_{n}\delta_{cn}shk_{n}\ell_{n}}\right] - C_{n-1} - C_{n}. \end{aligned}$$

Здесь принято обозначение

$$C_{i} = \Delta T \frac{\alpha_{1i} - \alpha_{2i}}{k_{i} \delta_{ci}} th \frac{k_{i} \ell_{i}}{2}.$$
 (13)

Эта система уравнений допускает замкнутое решение методом Гаусса. Из первого уравнения выражается N_{12} через N_{11} , из второго N_{13} и т.д., а из последнего находится искомое N_{11} . Тогда напряжения в клее на каждом участке определяются формулой (2), которая с учетом (9) принимает вид

$$\tau_{i}(x) = \frac{(N_{10} + N_{20})\Pi_{2i} - N_{1i}(\Pi_{1i} + \Pi_{2i})}{k_{i}\Pi_{3i}shk_{i}\ell_{i}}chk_{i}x - \frac{(N_{10} + N_{20})\Pi_{2i} - N_{1i}(\Pi_{1i} + \Pi_{2i})}{k_{i}\Pi_{3i}shk_{i}\ell_{i}}$$

$$-\frac{(N_{10}+N_{20})\Pi_{2i}-N_{1,i-1}(\Pi_{1i}+\Pi_{2i})}{k_{i}\Pi_{3i}shk_{i}\ell_{i}}chk_{i}(\ell_{i}-x)+\Delta T\frac{\alpha_{1i}-\alpha_{2i}}{k_{i}\Pi_{3i}}\frac{shk_{i}\left(\frac{\ell_{i}}{2}-x\right)}{ch\frac{k_{i}\ell_{i}}{2}}.$$
 (14)

Задача нахождения распределения напряжений по длине клеевого слоя решена для нагружения общего вида (см. рис. 1). После соответствующих подстановок можно исследовать разнообразные частные случаи для соединений двух деталей, основной перечень которых приведен в таблице.

В конструкциях летательных аппаратов достаточно часто встречаются соединения, передающие сдвиговые усилия, например соединение отсеков фюзеляжа, нагруженных крутящим моментом. В учебнике [17] приведена теория расчета таких соединений при постоянных жесткостях деталей по длине. Дальнейшее развитие разработанной выше методики позволит получить необходимые уравнения для соединений, нагруженных сдвигом, и, таким образом, решить задачу определения напряжений в любых клеевых соединениях.

Назначение соединения	Схема нагружения	Параметры нагружения
Передача усилия	NN	$N_{10} = N; N_{20} = 0;$ $N_{1n} = 0; N_{2n} = N.$
Включение	NN	$N_{10} = N; N_{1n} = N;$ $N_{20} = 0; N_{2n} = 0.$
Возврат усилия	N	$N_{10} = N; N_{20} = -N;$ $N_{1n} = 0; N_{2n} = 0.$
Перераспределение усилия (суммирование)	N	$N_{10} = N; N_{1n} = N_1;$ $N_{20} = 0; N_{2n} = N - N_1.$
Температурное воздействие		$N_{10} = 0; N_{20} = 0;$ $N_{1n} = 0; N_{2n} = 0.$
Передача усилия	N N	$N_{10} = 0; N_{20} = 0;$ $N_{1n} = 0; N_{2n} = N;$ $N_{1i}^* = N_{1i} + N.$
Передача усилия	N ₁ N-N ₁	$N_{10} = 0; N_{1n} = 0;$ $N_{20} = -N_1; N_{2n} = N - N_1;$ $N_{1i}^* = N_{1i} + N.$

Таблица – Схемы соединений и параметры их нагружения

Рассмотрим реализацию предложенного алгоритма на примере соединения одноступенчатых деталей (рис. 3, а). Для рассматриваемого $N_{10} = N_{2n} = N; \quad N_{20} = N_{1n} = 0; \quad N_{12} = N_{1n} = 0; \quad \Delta T = 0.$ соединения Неизвестное усилие N₁₁ в сечении, характеризующемся изменением толщины деталей, определяется из первого уравнения системы (12):

$$N_{11} \left[\frac{(\Pi_{11} + \Pi_{21})chk_{1}\ell_{1}}{k_{1}\delta_{c1}shk_{1}\ell_{1}} + \frac{(\Pi_{12} + \Pi_{22})chk_{2}\ell_{2}}{k_{2}\delta_{c2}shk_{2}\ell_{2}} \right] = \\ = N \left[\frac{\Pi_{11} + \Pi_{21}}{k_{1}\delta_{c1}shk_{1}\ell_{1}} + \frac{\Pi_{21}(chk_{1}\ell_{1} - 1)}{k_{1}\delta_{c1}shk_{1}\ell_{1}} + \frac{\Pi_{22}(chk_{2}\ell_{2} - 1)}{k_{2}\delta_{c2}shk_{2}\ell_{2}} \right].$$
(15)
$$N_{11} = N \frac{\frac{\Pi_{11} + \Pi_{21}chk_{1}\ell_{1}}{k_{1}\delta_{c1}shk_{1}\ell_{1}} + \frac{\Pi_{22}(chk_{2}\ell_{2} - 1)}{k_{2}\delta_{c2}shk_{2}\ell_{2}}}{\frac{\Pi_{11} + \Pi_{21}chk_{1}\ell_{1}}{k_{1}\delta_{c1}} + \frac{\Pi_{12} + \Pi_{22}}{k_{2}\delta_{c2}}chk_{2}\ell_{2}}.$$
(16)

(16)

Отсюда



Рисунок 3 – Схема соединения одноступенчатых деталей

Из условия (9) определяется N₂₁:

$$N_{21} = N - N_{11} = N \frac{\frac{\Pi_{11}(chk_{1}\ell_{1}-1)}{k_{1}\delta_{c1}shk_{1}\ell_{1}} + \frac{\Pi_{12}chk_{2}\ell_{2} + \Pi_{22}}{k_{2}\delta_{c2}shk_{2}\ell_{2}}}{\frac{\Pi_{11}+\Pi_{21}}{k_{1}\delta_{c1}}cthk_{1}\ell_{1} + \frac{\Pi_{12}+\Pi_{22}}{k_{2}\delta_{c2}}cthk_{2}\ell_{2}}.$$
 (17)

Из общей формулы (14) или из выражений (1) и (3) следуют такие зависимости для определения напряжений в клеевом слое на участках 1 и 2:

$$\tau_{1}(x) = \frac{1}{k_{1}\Pi_{31}shk_{1}\ell_{1}} \Big[(N_{21}\Pi_{21} - N_{11}\Pi_{11})chk_{1}x + N\Pi_{11}chk_{1}(\ell_{1} - x) \Big];$$

$$\tau_{2}(x) = \frac{1}{k_{2}\Pi_{32}shk_{2}\ell_{2}} \Big[N\Pi_{22}chk_{2}x + (N_{11}\Pi_{12} - N_{21}\Pi_{22})chk_{2}(\ell_{2} - x) \Big].$$
(18)

На рис. 3, б схематично показаны графики этих зависимостей. Скачок напряжений для модели Фолькерсена объясняется тем, что толщина соединительных слоев может быть различной по участкам соединения:

$$\delta_{c1} = \frac{\delta_{11}}{2} + \frac{\delta_{21}}{2} + \delta_{\kappa}; \quad \delta_{c2} = \frac{\delta_{12}}{2} + \frac{\delta_{22}}{2} + \delta_{\kappa}.$$
(19)

Главное условие – неразрывность деформаций, которое безусловно соблюдается для обеих моделей соединительного слоя. Аналитические зависимости (18) позволяют обоснованно прогнозировать конструкцию с максимальной несущей способностью, характеризующейся тем, что

$$\tau_1(0) = \tau_1(\ell_1) = \tau_2(0) = \tau_2(\ell_2).$$
(20)

С учетом этих условий-равенств можно выбрать соответствующие толщину деталей и длину участков.

Рассмотрим реализацию предложенного способа декомпозиции конструкции на примере задачи о непроклее (см. рис. 2). Первый и третий участки представляют собой классическое соединение деталей, и распределение касательных напряжений в клеевом слое описывается формулами [17] (см. также (1) и (3)):

$$\tau_{1}(x) = \frac{N_{21}\Pi_{21} - N_{11}\Pi_{11}}{k_{1}\Pi_{31} shk_{1}\ell_{1}} chk_{1}x - \frac{N_{20}\Pi_{21} - N_{10}\Pi_{11}}{k_{1}\Pi_{31} shk_{1}\ell_{1}} chk_{1}(\ell_{1} - x) + \frac{\Delta T(\alpha_{11} - \alpha_{21})}{k_{1}\Pi_{31}} \frac{shk_{1}\left(\frac{\ell_{1}}{2} - x\right)}{ch\frac{k_{1}\ell_{1}}{2}};$$
(21)

$$\tau_{3}(x) = \frac{N_{2n}\Pi_{23} - N_{1n}\Pi_{13}}{k_{3}\Pi_{33}shk_{3}\ell_{3}}chk_{3}x - \frac{N_{21}\Pi_{23} - N_{11}\Pi_{13}}{k_{3}\Pi_{33}shk_{3}\ell_{3}}chk_{3}(\ell_{3} - x) + \frac{\Delta T(\alpha_{13} - \alpha_{23})}{k_{3}\Pi_{33}}\frac{shk_{3}\left(\frac{\ell_{3}}{2} - x\right)}{ch\frac{k_{3}\ell_{3}}{2}},$$
(22)

Рассмотрим деформированное состояния участка непроклея (рис. 4), для которого уравнение совместности деформаций [5, 16, 17] записывается следующим образом:

$$AD'+D'D''=BB'+B'C'$$
. (23)



Рисунок 4 – Схема деформирования участка соединения с непроклеем

Входящие в выражение (23) величины определяются следующим образом:

$$AD' = \ell_{2} (1 + N_{11}\Pi_{12} + \Delta T\alpha_{12}); \quad B'C' = \ell_{2} (1 + N_{21}\Pi_{22} + \Delta T\alpha_{22});$$

$$D'D'' = \frac{\tau_{3}(0)}{G_{c3}} \delta_{c3} = \tau_{3}(0)\Pi_{33}; \quad BB' = \tau_{1}(\ell_{1})\frac{\delta_{c1}}{G_{c1}} = \tau_{1}(\ell_{1})\Pi_{31}.$$
(24)

Усилия в деталях N_{11} и N_{21} связаны уравнением равновесия

$$N_{10} + N_{20} = N_{11} + N_{21} = N_{1n} + N_{2n}, \qquad (25)$$

$$N_{21} = N_{10} + N_{20} - N_{11} = N_{1n} + N_{2n} - N_{11}.$$
 (26)

После подстановки (24) и (26) в условие (23) получим уравнение для определения неизвестного усилия *N*₁₁ в месте разреза:

$$N_{11} = \frac{\Pi_{22} (N_{10} + N_{20}) - \Delta T (\alpha_{12} - \alpha_{22})}{\Pi_{12} + \Pi_{22}} + \frac{\tau_1 (\ell_1) \Pi_{31} - \tau_3 (0) \Pi_{33}}{\ell_2 (\Pi_{12} + \Pi_{22})}.$$
 (27)

Здесь $\tau_1(\ell_1)$ и $\tau_3(0)$ определяются формулами (21) и (22) в сечениях $x = \ell_1$ и x = 0 соответственно:

$$\tau_{1}(\ell_{1}) = \frac{(N_{10} + N_{20} - N_{11})\Pi_{21} - N_{11}\Pi_{11}}{k_{1}\Pi_{31}shk_{1}\ell_{1}}chk_{1}\ell_{1} - \frac{N_{20}\Pi_{21} - N_{10}\Pi_{11}}{k_{1}\Pi_{31}shk_{1}\ell_{1}} - \frac{\Delta T(\alpha_{11} - \alpha_{21})}{k_{1}\Pi_{31}}th\frac{k_{1}\ell_{1}}{2};$$

$$\tau_{3}(0) = \frac{N_{2n}\Pi_{23} - N_{1n}\Pi_{13}}{k_{3}\Pi_{33}shk_{3}\ell_{3}} - \frac{(N_{10} + N_{20} - N_{11})\Pi_{23} - N_{11}\Pi_{13}}{k_{3}\Pi_{33}shk_{3}\ell_{3}}chk_{3}\ell_{3} + \frac{\Delta T(\alpha_{13} - \alpha_{23})}{k_{3}\Pi_{33}}th\frac{k_{3}\ell_{3}}{2}.$$
(28)

После подстановки этих выражений в (27) и проведения необходимых преобразований получим следующее уравнение:

$$N_{11}\left[\frac{\Pi_{11}+\Pi_{21}}{k_{1}}cthk_{1}\ell_{1}+\ell_{2}(\Pi_{12}+\Pi_{22})+\frac{\Pi_{13}+\Pi_{23}}{k_{3}}cthk_{3}\ell_{3}\right]=$$

$$=(N_{10}+N_{20})\left(\frac{\Pi_{21}}{k_{1}}cthk_{1}\ell_{1}+\ell_{2}\Pi_{22}+\frac{\Pi_{23}}{k_{3}}cthk_{3}\ell_{3}\right)+\frac{N_{10}\Pi_{11}-N_{20}\Pi_{21}}{k_{1}shk_{1}\ell_{1}}+$$

$$+\frac{N_{1n}\Pi_{13}-N_{2n}\Pi_{23}}{k_{3}shk_{3}\ell_{3}}-\Delta T\left[\frac{\alpha_{11}-\alpha_{21}}{k_{1}}th\frac{k_{1}\ell_{1}}{2}+\ell_{2}(\alpha_{12}-\alpha_{22})+\frac{\alpha_{13}-\alpha_{23}}{k_{3}}th\frac{k_{3}\ell_{3}}{2}\right].$$
(29)

При постоянных параметрах деталей и клея по длине соединения в этих формулах следует принять

$$\Pi_{11} = \Pi_{12} = \Pi_{13} = \Pi_1; \quad \Pi_{21} = \Pi_{22} = \Pi_{23} = \Pi_2; \Pi_{31} = \Pi_{33} = \Pi_3; \quad k_1 = k_3 = k;$$
(30)
$$\alpha_{11} = \alpha_{12} = \alpha_{13} = \alpha_1; \quad \alpha_{21} = \alpha_{22} = \alpha_{23} = \alpha_2.$$

Тогда уравнение (29) примет вид

$$N_{11}(\Pi_{1}+\Pi_{2})(cthk\ell_{1}+\ell_{2}k+cthk\ell_{3}) = (N_{10}+N_{20})\Pi_{2}(cthk\ell_{1}+k\ell_{2}+cthk\ell_{3}) + \frac{N_{10}\Pi_{1}-N_{20}\Pi_{2}}{shk\ell_{1}} + \frac{N_{1n}\Pi_{1}-N_{2n}\Pi_{2}}{shk\ell_{3}} - \Delta T(\alpha_{1}-\alpha_{2})\left(th\frac{k\ell_{1}}{2}+k\ell_{2}+tg\frac{k\ell_{3}}{2}\right).$$
(31)

Отсюда

$$N_{11} = \left(N_{10} + N_{20}\right) \frac{\Pi_2}{\Pi_1 + \Pi_2} + \frac{1}{(\Pi_1 + \Pi_2)(cthk\ell_1 + k\ell_2 + cthk\ell_3)} \left[\frac{N_{10}\Pi_1 - N_{20}\Pi_2}{shk\ell_1} + \frac{N_{1n}\Pi_1 - N_{2n}\Pi_2}{shk\ell_3} - \Delta T(\alpha_1 - \alpha_2) \left(th\frac{k\ell_1}{2} + k\ell_2 + th\frac{k\ell_3}{2}\right) \right].$$
(32)

Напряжения на краях непроклея определяют по формулам (28) после подстановки в них выражения (32) для *N*₁₁.

На основании предложенной методики и выведенных формул становится возможным прогнозирование последствий технологических рисков, например о степени изменения величины максимальных напряжений в клее, по которым ведется расчет на прочность, или о нормировании среднестатистических значений протяженности и местоположения непроклея.

Выводы

На основании предложенного алгоритма декомпозиции соединения деталей со ступенчато изменяющейся толщиной и с учетом имеющегося аналитического решения для адгезионных соединений с постоянными параметрами по длине разработана теория определения НДС клееных конструкций при переменной толщине деталей, а также при наличии дефектов в виде непроклея. Получены необходимые расчетные формулы, которые могут использоваться в качестве ограничений в вариационных оптимизационных задачах проектирования соединений. Приведены примеры реализации синтезированной общей методики расчета напряжений в соединениях различного назначения при произвольном термомеханическом нагружении.

Список использованных источников

1. Тарнопольский, Ю.М. Методы статических испытаний армированных пластиков [Текст] / Ю.М. Тарнопольский, Т.Я. Кинцис. – М.: Химия, 1981. – 272 с.

2. Артюхин, Ю.П. Напряжения в клеевых соединениях [Текст] / Ю.П. Артюхин // Исследования по теории пластин и оболочек: сб. науч. тр. – Казань: Изд-во КГУ, 1973. – Вып. 10. – С. 3 – 27.

3. Артюхин, Ю.П. Модифицированная теория Голанда – Рейснера склеенных пластин [Текст] / Ю.П. Артюхин // Исследования по теории пластин и оболочек: сб. науч. тр. – Казань: Изд-во КГУ, 1975. – Вып. 11. – С. 136 – 148.

4. Воробей, В.В. Соединения конструкций из композиционных материалов [Текст] / В.В. Воробей, О.С. Сироткин. – Л.: Машиностроение, 1985. – 168 с.

5. Карпов, Я.С. Соединения деталей и агрегатов из композиционных материалов [Текст] / Я.С. Карпов. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2006. – 359 с.

6. Ржаницын, А.Р. Составные стержни и пластины [Текст] / А.Р. Ржаницын. – М.: Стройиздат, 1986. – 316 с.

7. Сироткин, О.С. Технология и механика соединений [Текст] / О.С. Сироткин, В.Б. Литвинов, В.И. Гришин. – М.: Арктика, 2000. – 314 с.

8. Фрейдин, А.С. Свойства и расчет адгезионных соединений [Текст] / А.С. Фрейдин, Р.А. Турусов. – М.: Химия, 1990. – 256 с.

9. Белоус, А.А. Расчет клеемеханического соединения внахлестку [Текст] / А.А. Белоус, А.М. Хватан // Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов. – М.: ЦАГИ, 1979. – Вып. 7. – С. 49 – 56.

10. Кутьинов, В.Ф. Расчет клеевых соединений [Текст] / В.Ф. Кутьинов // Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов. – М.: ЦАГИ, 1979. – Вып. 7. – С. 14 – 30.

11. Кутьинов, В.Ф. Расчет температурных напряжений в клееных составных балках [Текст] / В.Ф. Кутьинов // Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов. – М.: ЦАГИ, 1978. – Вып. 7. – С. 111 – 141.

12. Ионов, А.А. Расчет клеевых соединений в комбинированных конструкциях при обработке торца накладки на "ус" [Текст] / А.А. Ионов, В.Ф. Кутьинов // Проектирование, расчет и испытание конструкций из композиционных материалов. – М.: ЦАГИ, 1979. – Вып. 7. – С. 31 – 42.

13. Ионов, А.А. Расчет клеевых соединений в комбинированных конструкциях при обработке торца накладки на "ус" [Текст] / А.А. Ионов // Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов. – М.: ЦАГИ, 1978. – Вып. 9. – С. 98 – 111. 14. Ильина, А.Д. Высокопрочные соединения композиционных материалов [Текст] / А.Д. Ильина, Ю.С. Ильин // Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов. – М.: ЦАГИ, 1979. – Вып. 7. – С. 42 – 49.

15. Сироткин, О.С. Экспериментальное исследование упругих и прочностных характеристик соединений углепластиков в свободном и стесненном состоянии [Текст] / О.С. Сироткин, С.Ф. Растригин, В.А. Козлов // Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов. – М.: ЦАГИ, 1979. – Вып. 7. – С. 65 – 77.

16. Карпов, Я.С. Соединение высоконагруженных деталей из композиционных материалов. Сообщение 2. Моделирование напряженнодеформированного состояния [Текст] / Я.С. Карпов // Проблемы прочности. – 2006. – № 5. – С. 48 – 60.

17. Карпов, Я.С. Проектирование деталей и агрегатов из композитов [Текст]: учебник / Я.С. Карпов. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2010. – 768 с.

Поступила в редакцию 07.04.2014. Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Е. Гайдачук, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков.