

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ КЛЕЕВОГО СОЕДИНЕНИЯ ПЛАСТИН РАЗНОЙ ШИРИНЫ. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Введение. В ряде случаев при расчете напряженного состояния соединений необходимо учитывать неравномерность деформаций по ширине соединения. Построение аналитического решения задачи о двумерном напряженном состоянии соединения в общей постановке является чрезвычайно сложной проблемой, аналитическое решение которой пока неизвестно [1]. В связи с этим для решения поставленной задачи предложено две упрощенные модели, позволяющие получить аналитическое решение и оценить влияние на напряженное состояние соединения неравномерности деформаций по ширине:

1) для изучения влияния поперечных деформаций, обусловленных коэффициентами Пуассона, на напряженное состояние соединения касательные напряжения и производные от них полагаются равными нулю. Приложенная нагрузка в этом случае должна быть равномерно распределена по сторонам соединения [2 - 5];

2) для решения задачи о напряженном состоянии соединения при неравномерно приложенной нагрузке (например, приложенной локально к склеенной пластине большой ширины) полагаются равными нулю перемещения несущих слоев в поперечном направлении и в уравнениях равновесия учитываются только касательные напряжения в несущих слоях.

Гипотеза о равенстве нулю поперечных перемещений ранее была использована при создании уточненной теории балок [6, 7]. В работе [8] согласно этому подходу с помощью метода разделения переменных было получено решение задачи о напряженном состоянии нахлесточного соединения прямоугольных пластинок одинаковой ширины и дано математическое обоснование решения. Предложенная модель позволяет получить аналитические решения широкого круга новых задач, которые ранее не рассматривались ни одним автором. В данной работе предлагается аналитическое решение задачи о напряженном состоянии симметричного относительно продольной оси клеевого соединения пластинок разной ширины. Примерами таких соединений являются соединения силовых элементов (стрингеров, шпангоутов и т.п.) с обшивкой, которые широко встречаются в конструкциях аэрокосмической техники. Классические одномерные модели соединений позволяют оценить напряженное состояние соединения лишь при малом отличии ширины соединяемых деталей. Предложенный подход лишен ограничения.

Постановка задачи. Рассмотрим клеевое соединение двух

прямоугольных пластин ($L \times 2h$ и $L \times 2H$), показанное на рис. 1. Продольная нагрузка $P(y)$ приложена к первой пластинке вдоль стороны $x=0$, вторая пластинка вдоль стороны $x=L$ жестко закреплена. Функцию $P(y)$ будем считать четной, чтобы исключить влияние изгиба в плоскости соединения. Стороны $y = \pm h$ и $y = \pm H$ свободны от нагрузки. Несущие слои деформируются только в плоскости соединения, клеевой слой работает только на сдвиг, напряжения равномерно распределены по толщине слоев.

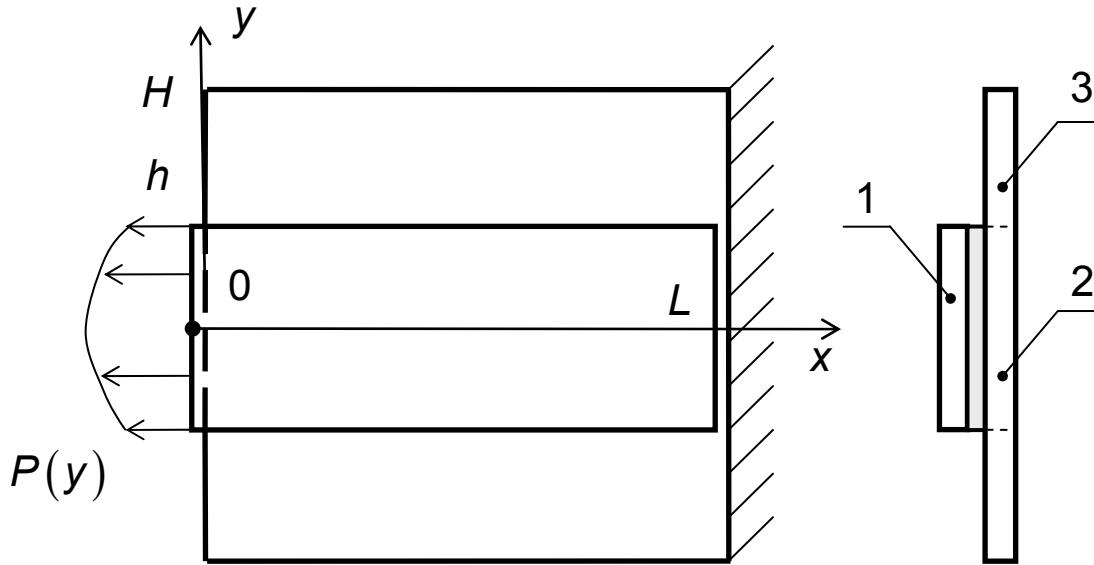


Рисунок 1 – Схема соединения

Толщину первого и второго несущих слоев обозначим соответственно δ_1 и δ_2 , толщину соединительного слоя – δ_0 . Продольные перемещения слоев в области склейки – U_1 и U_2 , перемещения второго слоя за пределами области склейки – U_3 . Напряженное состояние в области склейки описывается уравнениями [8]

$$\begin{cases} \alpha_1 \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} + \mu_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} \right) - U_1 + U_2 = 0; \\ \alpha_2 \left(\frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2} + \mu_2 \frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2} \right) + U_1 - U_2 = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $\alpha_m = E_m \delta_m \frac{\delta_0}{G_0}$; $\mu_m = \frac{G_m}{E_m}$; $m = 1, 2$; E_m , G_m – модули упругости и модули сдвига слоя m ; μ_m – коэффициенты Пуассона.

Напряжения в клеевой прослойке пропорциональны разности

перемещений слоев

$$\tau = \frac{G_0}{\delta_0} (U_2 - U_1), \quad (2)$$

где G_0 – модуль сдвига клеевого слоя.

За пределами области склейки перемещения второго слоя при указанных выше гипотезах описываются уравнением [6, 7]

$$\frac{\partial^2 U_3}{\partial x^2} + \mu_2 \frac{\partial^2 U_3}{\partial y^2} = 0. \quad (3)$$

Учитывая симметрию, которая имеется в задаче, краевые условия могут быть сформулированы следующим образом:

$$\left. \frac{\partial U_1}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial U_2}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial U_1}{\partial y} \right|_{y=h} = \left. \frac{\partial U_3}{\partial y} \right|_{y=H} = 0; \quad (4)$$

$$N_1 \Big|_{x=0} = E_1 \delta_1 \left. \frac{\partial U_1}{\partial x} \right|_{x=0} = P(y); \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial U_2}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial U_3}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial U_1}{\partial x} \right|_{x=L} = 0; \quad (6)$$

$$U_2 \Big|_{x=L} = U_3 \Big|_{x=L} = 0. \quad (7)$$

Условия сопряжения

$$\left. \frac{\partial U_2}{\partial y} \right|_{y=h} = \left. \frac{\partial U_3}{\partial y} \right|_{y=h}, \quad U_2 \Big|_{y=h} = U_3 \Big|_{y=h}. \quad (8)$$

Условия (4) представляют собой условия равенства нулю касательных напряжений в несущих слоях вдоль оси симметрии и свободных краев.

Построение решения. Из первого уравнения системы (1) следует

$$U_2 = U_1 - \alpha_1 \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} + \mu_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} \right). \quad (9)$$

Подставив (9) во второе уравнение системы (1), найдем

$$\beta_1 \frac{\partial^4 U_1}{\partial x^4} + \beta_2 \frac{\partial^4 U_1}{\partial x^2 \partial y^2} + \beta_3 \frac{\partial^4 U_1}{\partial y^4} - \beta_4 \frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} - \beta_5 \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} = 0, \quad (10)$$

где $\beta_1 = \alpha_1 \alpha_2$; $\beta_2 = (\mu_1 + \mu_2) \alpha_1 \alpha_2$; $\beta_3 = \mu_1 \mu_2 \alpha_1 \alpha_2$; $\beta_4 = \alpha_1 + \alpha_2$; $\beta_5 = \alpha_1 \mu_1 + \alpha_2 \mu_2$.

В работе [8] показано, что общее решение уравнения (10) можно

представить в виде суммы $U_m = W_m(x) + V_m(x, y)$, где $W_m(x)$ представляет собой классическое одномерное решение Фолькерсена. В свою очередь $V_m(x, y)$ представляет собой ряд, составленный из частных решений системы (1), которые могут быть представлены в виде линейных комбинаций $e^{\pm\lambda x} \sin ky$ и $e^{\pm\lambda x} \cos ky$. Подставив данные частные решения в (10), получим уравнение, связывающее λ и k :

$$\beta_3 k^4 + (\beta_5 - \beta_2 \lambda^2) k^2 + \beta_1 \lambda^4 - \beta_4 \lambda^2 = 0, \quad (11)$$

из которого следует, что каждому $\pm\lambda$ соответствуют четыре значения k , которые можно записать в форме $\pm k_1(\lambda)$ и $\pm k_2(\lambda)$. Следовательно, частное решение (10) можно записать в виде

$$U_1^* = e^{\lambda x} (S_1 \sin k_1 y + C_1 \cos k_1 y + S_2 \sin k_2 y + C_2 \cos k_2 y),$$

где C_m, S_m – произвольные константы.

Из (9) находим соответствующие перемещения второго слоя

$$U_2^* = e^{\lambda x} (S_1 \gamma_1 \sin k_1 y + C_1 \gamma_1 \cos k_1 y + S_2 \gamma_2 \sin k_2 y + C_2 \gamma_2 \cos k_2 y),$$

где $\gamma_m = 1 - \alpha_1 (\lambda^2 - \mu k_m^2)$, $m = 1; 2$.

Все частные решения должны удовлетворять однородным краевым условиям. Следовательно, из (4) следует, что $S_1 = S_2 = 0$. Учитывая, что данные решения справедливы и для $-\lambda$, а также с учетом краевых условий (4), общее решение (1) можно записать в виде

$$U_m = W_m(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n X_n^{(1)}(x) + B_n X_n^{(2)}(x) \right] Y_n^{(m)}(y), \quad (12)$$

где A_n, B_n – произвольные коэффициенты; функции имеют вид

$$X_n^{(1)} = \frac{\cosh(\lambda_n x)}{\lambda_n \sinh(\lambda_n L)}, \quad X_n^{(2)} = \frac{\cosh(\lambda_n (x - L))}{\lambda_n \sinh(\lambda_n L)};$$

$$Y_n^{(1)} = C_{1,n} \cos k_{1,n} y + C_{2,n} \cos k_{2,n} y,$$

$$Y_n^{(2)} = C_{1,n} \gamma_{1,n} \cos k_{1,n} y + C_{2,n} \gamma_{2,n} \cos k_{2,n} y.$$

Здесь λ_n – ряд значений параметра λ , которые определяются ниже исходя из краевых условий; $k_{m,n} = k_m(\lambda_n)$, $\gamma_{m,n} = \gamma_m(\lambda_n)$; $C_{m,n}$ – константы, определяемые ниже из однородных краевых условий; $\lambda_n \sinh(\lambda_n L)$ – нормирующие множители.

В свою очередь

$$W_m = A_0 x + B_0 + d_m \left(A_0^{(1)} \cosh \left(\frac{x}{\sqrt{\beta_4}} \right) + B_0^{(1)} \cosh \left(\frac{x-L}{\sqrt{\beta_4}} \right) \right),$$

где $d_1 = 1$, $d_2 = -\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$.

Общее решение уравнения (3), учитывающее однородное краевое условие (4), имеет вид

$$U_3 = a_0 x + b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n^{(3)} X_n^{(1)} + B_n^{(3)} X_n^{(2)} \right) \cos k_{3,n} (y - H), \quad (13)$$

где $k_{3,n} = \frac{\lambda_n}{\sqrt{\mu_2}}$.

При $y = h$ перемещения U_2 и U_3 , а также соответствующие касательные напряжения одинаковы. Положим, что это условие выполняется точно, следовательно, перемещения описываются вдоль границы области склейки одинаковыми функциями от X во втором и третьем слоях. Отсюда следует, что $a_0 = A_0$, $b_0 = B_0$, $A_0^{(1)} = B_0^{(1)} = 0$, $A_n^{(3)} = A_n$ и $B_n^{(3)} = B_n$. Следовательно, перемещения (12) и (13) можно записать в следующей форме:

$$U_m = A_0 x + B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n X_n^{(1)}(x) + B_n X_n^{(2)}(x) \right] Y_n^{(m)}(y), \quad (14)$$

где $m = 1, 2, 3$; $Y_n^{(3)} = C_{3,n} \cos \frac{\lambda_n}{\sqrt{\mu_2}} (y - H)$. Прочие функции описаны выше.

Условия сопряжения (8) и условие отсутствия касательных напряжений на боковой стороне верхнего слоя (4) приводит к системе однородных линейных уравнений

$$\mathbf{A} \cdot \vec{\mathbf{C}} = 0, \quad (15)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \gamma_{1,n} k_{1,n} \sin k_{1,n} h & \gamma_{2,n} k_{2,n} \sin k_{2,n} h & -k_{3,n} \sin k_{3,n} (h - H) \\ \gamma_{1,n} \cos k_{1,n} h & \gamma_{2,n} \cos k_{2,n} h & -\cos k_{3,n} (h - H) \\ k_{1,n} \sin k_{1,n} h & k_{2,n} \sin k_{2,n} h & 0 \end{pmatrix},$$

$$\vec{\mathbf{C}} = (C_{1,n} \quad C_{2,n} \quad C_{3,n})^T.$$

Система (15) имеет нетривиальное решение, если

$$\det(\mathbf{A}(\lambda_n)) = 0. \quad (16)$$

Уравнение (16) имеет бесконечное число корней λ_n . Из системы (15) находим векторы \vec{C}_n , соответствующие числам λ_n и определяемые с точностью до произвольного множителя. Для определенности введем условие нормировки

$$\int_0^h [Y_n^{(1)}]^2 dx + \int_0^h [Y_n^{(2)}]^2 dx + \int_h^H [Y_n^{(3)}]^2 dx = 1.$$

Продифференцировав (14), получим усилия в несущих слоях

$$N_m = E_m \delta_m \left[A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n Z_n^{(1)}(x) + B_n Z_n^{(2)}(x)] Y_n^{(m)}(y) \right], \quad (17)$$

$$Z_n^{(1)} = \frac{\sinh(\lambda_n x)}{\sinh(\lambda_n L)}, \quad Z_n^{(2)} = \frac{\sinh(\lambda_n (x - L))}{\sinh(\lambda_n L)}.$$

Краевые условия при $x = 0$ приводят к соотношениям:

$$A_0 - \sum_{n=1}^{\infty} B_n Y_n^{(1)}(y) = \frac{P(y)}{E_1 \delta_1};$$

$$A_0 - \sum_{n=1}^{\infty} B_n Y_n^{(2)}(y) = 0; \quad x \in (0; h);$$

$$A_0 - \sum_{n=1}^{\infty} B_n Y_n^{(3)}(y) = 0; \quad x \in (h; H).$$

а при $x = L$ к следующим соотношениям:

$$A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n Y_n^{(1)}(y) = 0;$$

$$A_0 L + B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \theta_n + B_n \kappa_n] Y_n^{(2)}(y) = 0;$$

$$A_0 L + B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \theta_n + B_n \kappa_n] Y_n^{(3)}(y) = 0;$$

где

$$\theta_n = \frac{\cosh(\lambda_n L)}{\lambda_n \sinh(\lambda_n L)}; \quad \kappa_n = \frac{1}{\lambda_n \sinh(\lambda_n L)}.$$

Ограничив суммирование некоторым числом слагаемых N , запишем краевые условия в векторной форме

$$A_0 \vec{H}_1 + B_0 \vec{H}_2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \vec{W}_n(y) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \vec{Z}_n(y) - \vec{R} = 0, \quad (18)$$

где

$$\vec{H}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ L \\ L \end{pmatrix}, \quad \vec{H}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{W}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ Y_n^{(1)} \\ \theta_n Y_n^{(2)} \\ \theta_n Y_n^{(3)} \end{pmatrix}, \quad \vec{Z}_n = \begin{pmatrix} -Y_n^{(1)} \\ -Y_n^{(2)} \\ -Y_n^{(3)} \\ 0 \\ \kappa_n Y_n^{(2)} \\ \kappa_n Y_n^{(3)} \end{pmatrix}, \quad \vec{R} = \begin{pmatrix} P(y) \\ E_1 \delta_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Системы функций $Y_n^{(1)}$, $Y_n^{(2)}$ и $Y_n^{(3)}$ являются переполненными (и, следовательно, не ортогональными) на соответствующих интервалах. Это обстоятельство позволяет удовлетворить шести независимым краевым условиям с помощью двух групп коэффициентов A_n и B_n . В работе [9] подобная проблема возникает в ходе решения задачи о вынужденных колебаниях соединения, и для поиска коэффициентов было предложено минимизировать норму вектор-функции отклонения перемещений и скоростей в начальный момент времени от начальных условий.

Вторым возможным подходом является метод ортогонализации правой части равенства (18) некоторой системе линейно независимых вектор-функций \vec{F}_s , $s = 1, 2, \dots, 2N + 2$. Скалярное произведение вводится как сумма интегралов от произведений компонент векторов на соответствующих интервалах. Если в качестве системы линейно независимых функций \vec{F}_s выбрать функции \vec{H}_1 , \vec{H}_2 , \vec{W}_s , \vec{Z}_s , $s = 1, 2, \dots, N$, то оба подхода приводят к системе уравнений

$$\mathbf{M} \cdot \vec{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{R}}, \quad (19)$$

где матрицы имеют вид

$$\mathbf{M} = (\mathbf{C} \quad \mathbf{A} \quad \mathbf{B}), \quad \vec{\mathbf{A}} = (A_0 \quad B_0 \quad A_1 \quad \dots \quad A_N \quad B_1 \quad \dots \quad B_N)^T, \\ \vec{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} r_1 \\ \dots \\ r_{2N+2} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} \\ \dots & \dots \\ c_{2N+2,1} & c_{2N+2,2} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,N} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{2N+2,1} & \dots & a_{2N+2,N} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{1,1} & \dots & b_{1,N} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{2N+2,1} & \dots & b_{2N+2,N} \end{pmatrix}.$$

где в свою очередь

$$c_{1,1} = 2h + H + L^2H, \quad c_{1,2} = c_{2,1} = LH, \quad r_1 = \frac{1}{E_1 \delta_1} \int_0^h P(y) dy,$$

$$a_{1,n} = \int_0^h Y_n^{(1)} dy + \theta_n L \int_0^h Y_n^{(2)} dy + \theta_n L \int_h^H Y_n^{(3)} dy, \quad c_{2,2} = H;$$

$$b_{1,n} = -\int_0^h Y_n^{(1)} dy + (\kappa_n L - 1) \left(\int_0^h Y_n^{(2)} dy + \int_h^H Y_n^{(3)} dy \right),$$

$$a_{2,n} = \theta_n \left(\int_0^h Y_n^{(2)} dy + \int_h^H Y_n^{(3)} dy \right), \quad b_{2,n} = \kappa_n \left(\int_0^h Y_n^{(2)} dy + \int_h^H Y_n^{(3)} dy \right), \quad r_2 = 0,$$

$$c_{s+2,1} = \int_0^h Y_s^{(1)} dy + \theta_s L \left(\int_0^h Y_s^{(2)} dy + \int_h^H Y_s^{(3)} dy \right), \quad c_{n+2,2} = a_{2,n};$$

$$a_{s+2,n} = \int_0^h Y_n^{(1)} Y_s^{(1)} dy + \theta_s \theta_n \left(\int_0^h Y_n^{(2)} Y_s^{(2)} dy + \int_h^H Y_n^{(3)} Y_s^{(3)} dy \right),$$

$$b_{s+2,n} = \theta_s \kappa_n \left(\int_0^h Y_n^{(2)} Y_s^{(2)} dy + \int_h^H Y_n^{(3)} Y_s^{(3)} dy \right), \quad r_{s+2} = 0,$$

$$c_{s+2+N,1} = b_{1,s}, \quad c_{n+2+N,2} = b_{2,n}, \quad a_{s+2+N,n} = b_{s+2,n},$$

$$b_{s+2+N,1} = \int_0^h Y_s^{(1)} Y_n^{(1)} dy + (1 + \kappa_n \kappa_s) \left(\int_0^h Y_s^{(2)} Y_n^{(2)} dy + \int_h^H Y_s^{(3)} Y_n^{(3)} dy \right),$$

$$r_{N+s+2} = -\frac{1}{E_1 \delta_1} \int_0^h P(y) Y_s^{(1)} dy, \quad s = 1, 2, \dots, N, \quad n = 1, 2, \dots, N.$$

Функции $Y_n^{(m)}(y)$ представляют собой линейные комбинации тригонометрических функций, коэффициенты при которых ограничены

вследствие введенного выше условия нормировки. Аргументами тригонометрических функций являются выражения вида $k_{m,n}y$, где $k_{m,n} \sim n$ при достаточно больших n . Следовательно, внедиагональные элементы матрицы системы (19), которые достаточно удалены от диагонали, пропорциональны $(ns)^{-1}$. Это позволяет сделать вывод о том, что ряд, составленный из квадратов внедиагональных коэффициентов, – сходится, т.е. решение бесконечной системы линейных уравнений (19) можно получить с помощью метода редукции.

Численный пример. В качестве примера рассмотрим соединение, имеющее следующие параметры: $\delta_1 = \delta_2 = 2$ мм, $E_1 = E_2 = 70$ ГПа (алюминий), $G_1 = G_2 = 25$ ГПа, $\delta_0 = 0,3$ мм, $G_0 = 0,5$ ГПа, $L = 50$ мм, $h = 30$ мм, $H = 100$ мм. Нагрузку будем считать равномерно распределенной по торцу меньшей детали и равной единице $P = 1$ Н/м. Противоположная сторона второго слоя жестко закреплена (рис. 1).

На рис. 2 показан график распределения касательных напряжений в клее в области $(0; L) \times (0; h)$.

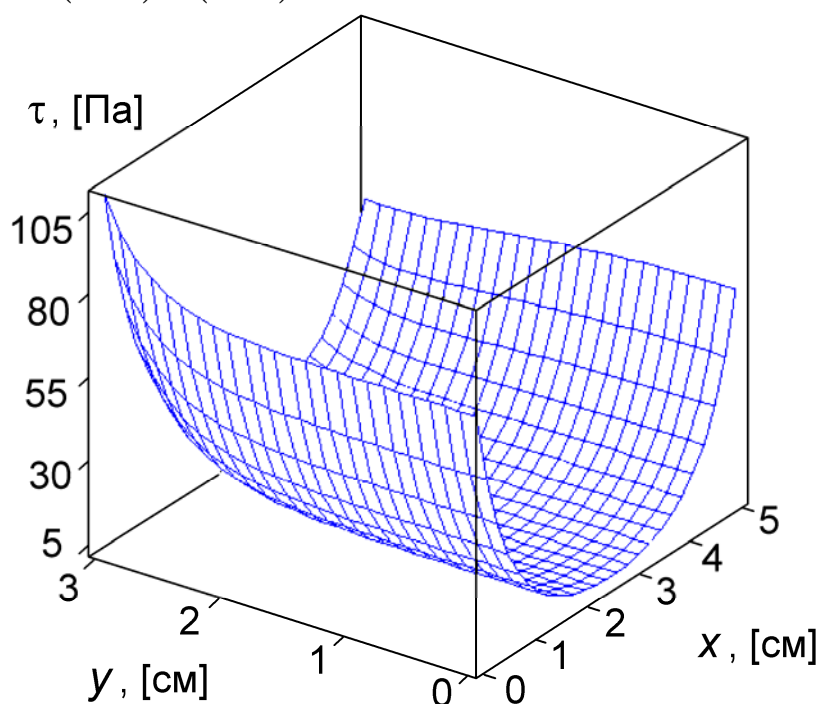


Рисунок 2 – Напряжения в клеевом слое

Как и следовало ожидать, напряжения не равномерны по ширине соединения, и напряжения вдоль внешней кромки превышают напряжения в середине шва. На рис. 3 показаны графики перемещений несущих слоев на границе области $x = 0$.

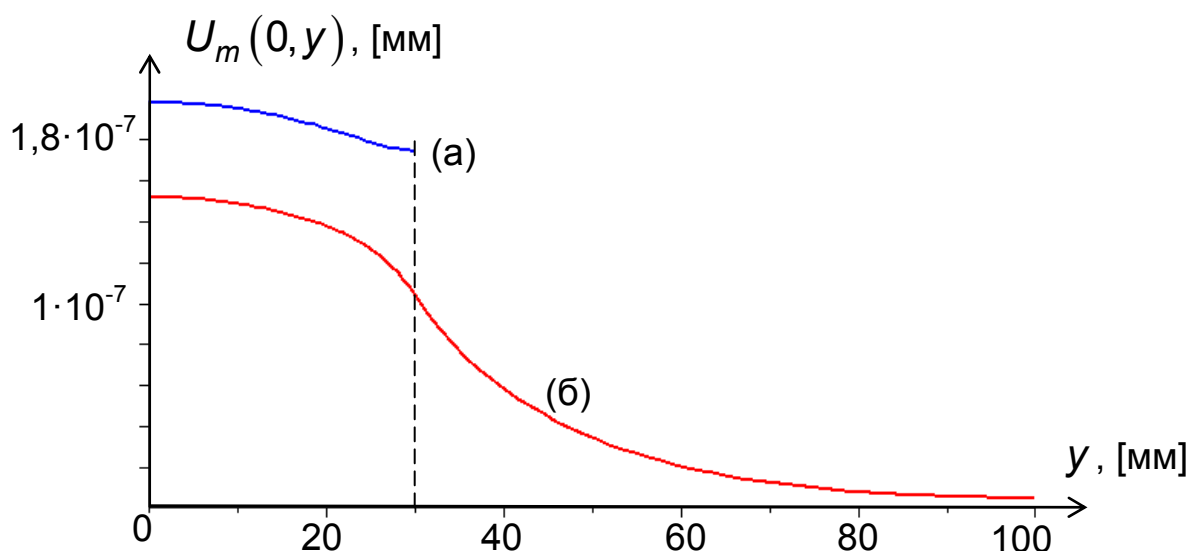


Рисунок 3 – Перемещения несущих слоев

Перемещения первого слоя обозначены буквой «а», второго слоя – буквой «б». Из рисунка видно, что перемещения не равномерны по ширине, следовательно, классическая модель Фолькерсена давала бы в этом случае неверные результаты.

Для построения приведенных выше графиков вычислялось 80 первых значений λ_n . Расчеты показывают, что коэффициенты убывают не монотонно с ростом n , однако в среднем наблюдается убывание от -10-го порядка для первых коэффициентов до -13-го порядка у коэффициентов восьмого десятка. Кроме того, расчеты показали, что число N также оказывает влияние только на коэффициенты с номерами, близкими к N . Это говорит об устойчивости счета и о хорошей сходимости решения. Численные эксперименты показали, что абсолютные значения коэффициентов A_n и B_n убывают пропорционально n^{-2} . Следовательно, ряды (14) и (17) сходятся равномерно, а перемещения (14) допускают двукратное дифференцирование и удовлетворяют уравнениям (1).

Список использованных источников

1. Рябенков, Н.Г. Определение напряжений клея в соединении двух полубесконечных пластин [Текст] / Н.Г. Рябенков, Ю.П. Артюхин // Исслед. по теор. пластин и оболочек, Изд-во Казанского ун-та. – 1981, №16. – С . 82 – 90.

2. Карпов, Я.С. Соединения деталей и агрегатов из композиционных материалов [Текст] / Я.С. Карпов. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т “Харьк. авиац. ин-т”, 2006. – 359 с.

3. Adams, R.D. Effect of Poisson’s ratio strains in adherends on stresses of an idealized lap joint [Text] / R.D. Adams, N.A. Peppiatt // J. of Strain Analysis. – 1973. – Vol. 8 (2), P. 134 – 139.

4. Mathias, J.D. On the bidirectional stress distribution in rectangular bonded composite patches [Text] / J.D. Mathias, M. Grédiac, X. Balandraud // Int. J. of Solids and Structures. – 2006. – Vol. 43. – P. 6921 – 6947.

5. Kurennov, S.S. An Approximate Two-Dimensional Model of Adhesive Joints. Analytical Solution [Text] / S.S. Kurennov // Mechanics of Composite Materials. – 2014, –Vol. 50, No. 1, – P. 105 – 114.

6. Васильев, В.В. Исследования напряженного состояния клеевого соединения композиционного материала с металлическим листом [Текст] / В.В. Васильев, Ю.В. Боков // Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов. – М.: ЦАГИ, – 1979. – Вып. 7. – С. 4 – 10.

7. Васильев, В.В. О сингулярности решения в плоской задаче теории упругости для консольной полосы [Текст] / В.В. Васильев, С.А. Лурье // Изв. РАН. МТТ. 2013. № 4. – С. 40 – 49.

8. Куреннов, С.С. Упрощенная двумерная модель клеевого соединения. Учет неравномерного приложения загрузки [Текст] / С.С. Куреннов // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – 2014, – Вып. 2 (78).– С. 45 – 56.

9. Куреннов, С.С. Динамические напряжения в нахлесточном клеевом соединении [Текст] / С.С. Куреннов // Механика композиционных материалов и конструкций – 2014, – Т.2, №2. – С. 292 – 303.

Поступила в редакцию 28.10.2014.

*Рецензент: д-р техн. наук, проф. Я.С. Карпов,
Национальный аэрокосмический университет
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков.*