

УЧЕТ ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССЫ ВОЗДУХА ПРИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ СВОБОДНОЛЕТАЮЩЕЙ МОДЕЛИ САМОЛЕТА

При изучении режимов полета натурального летательного аппарата (ЛА) на его свободнолетающей динамически подобной модели (СДПМ) осуществляют моделирование движения, которое рассматривают как процесс взаимодействия тела с атмосферным воздухом. В связи с необходимостью обеспечения подобия массово-инерционных параметров СДПМ и натурального ЛА при моделировании вопросам точности экспериментального определения моментов инерции (МИ) придают первостепенное значение [1].

Экспериментальное определение МИ относится к косвенным измерениям и основано на зависимости, существующей между характером криволинейного движения тела и его МИ. Из большого числа экспериментальных методов определения МИ тела наибольший интерес для СДПМ представляет метод крутильных колебаний на бифилярном подвесе [2–5].

Этим методом определяют центральные осевые моменты инерции СДПМ относительно осей связанной системы координат $OXYZ$. Метод крутильных колебаний не вызывает трудностей при определении момента инерции относительно нормальной оси OY , а относительно поперечной OZ и продольной OX осей СДПМ – не совсем удобен, так как требует подвески СДПМ боком и вертикально. Однако для небольших СДПМ (как правило, с размахом крыла или длиной фюзеляжа не больше 4 м и массой до 300 кг) применение этого метода не сопряжено с неразрешимыми трудностями. При этом используют подъемные приспособления, стенд с системой подвеса, нивелировочные и измерительные устройства (например, нивелир, нивелировочную линейку, секундомер, измерительную рулетку), крепежные приспособления.

Если крепежные приспособления имеют относительно СДПМ незначительные массу, собственные и переносные моменты инерции, то измеряемые при испытаниях периоды колебаний можно отнести к самой СДПМ. При необходимости установки массивных крепежных приспособлений моменты инерции СДПМ рассчитывают с учетом собственных и переносных моментов инерции самих приспособлений.

Нити подвеса могут располагаться по образующей прямого круглого цилиндра, т.е. параллельно (цилиндрическая система), или по образующим прямого усеченного конуса при любом положении его оснований по отношению к телу (коническая система). Коническая схема никакими принципиальными преимуществами не обладает и пересчетом приводится к цилиндрической системе.

Поэтому для целей данного исследования рассмотрим простейшую бифилярную цилиндрическую систему подвеса СДПМ на вертикальных нитях одинаковой длины. Центр масс (ЦМ) СДПМ помещают посередине между нитями подвеса (т.е. добиваются совпадения вертикальной оси NN подвеса с одной из осей связанной системы координат $OXYZ$), а затем поворотом на угол φ вводят СДПМ в состояние крутильных колебаний (рис. 1).

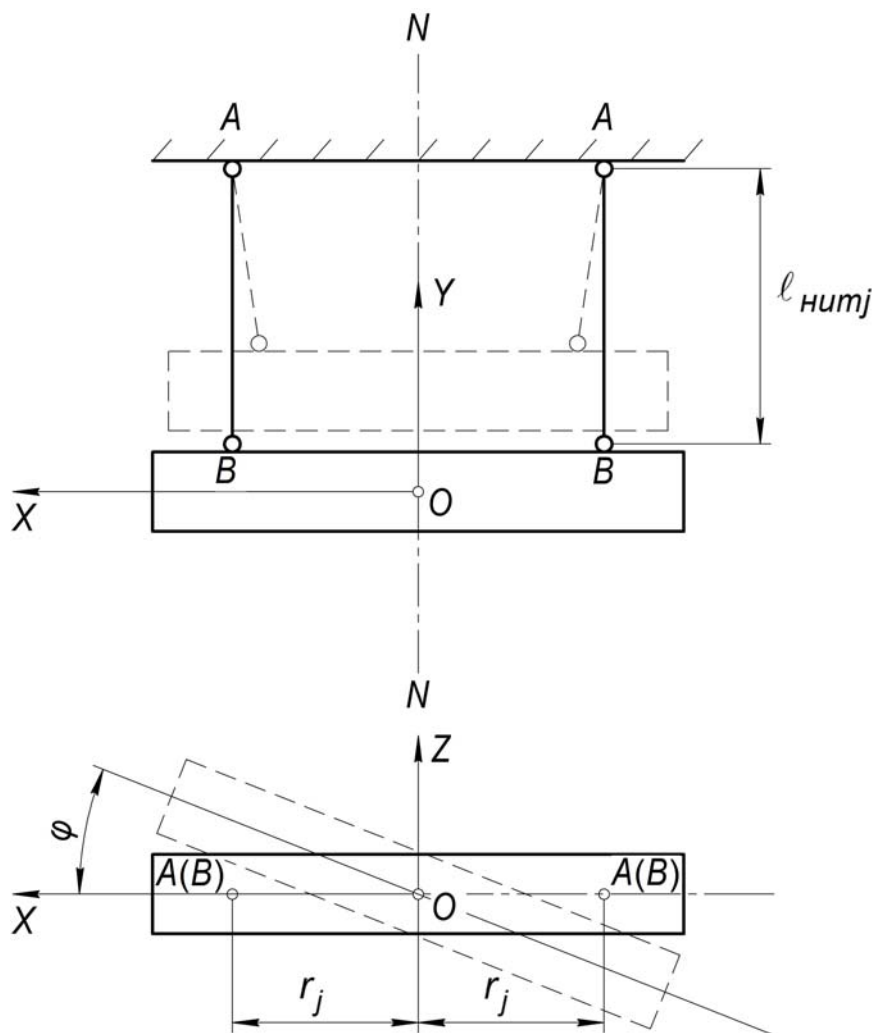


Рисунок 1 – Схема подвеса СДПМ при экспериментальном определении моментов инерции методом крутильных колебаний

Если углы поворота малы (φ не больше $5...6^\circ$), нити подвеса нерастяжимы и не обладают собственной жесткостью, то экспериментально определенный МИ тела относительно одной из осей связанной системы координат $OXYZ$ [2, 6]

$$I_j^{\vartheta} = \frac{mgr_j^2}{4\pi^2 \ell_{\text{нит}j}} T_j^2 \quad (j=x, y, z), \quad (1)$$

где m – масса тела; g – ускорение свободного падения на высоте проведения эксперимента; T_j – период колебаний относительно одной из осей OX , OY или OZ (что для j соответствует X , Y или Z); r_j – расстояние между нитью подвеса и вертикальной осью OX , OY или OZ (половина расстояния между нитями подвеса); $\ell_{нитj}$ – длина нити подвеса.

Основной недостаток формулы (1) – неучет изгибной и крутильной жесткостей нитей, которые при подвешивании тяжелых тел приходится делать из тросов, канатов и стержней с шарнирами, т.е. достаточно мощными. Этот недостаток устраним путем использования соответствующих формул.

Учет же всех факторов, влияющих на физическую картину (а, следовательно, и на получаемые результаты) при экспериментальном определении МИ, очень сложен. Основной метод выявления их роли и получения соответствующих поправочных коэффициентов состоит в проведении экспериментов с объектами, МИ которых заранее известны.

Обычно такими объектами являются тела относительно простой формы (например, балки и брусы круглого или прямоугольного поперечного сечения). Однако не всегда их использование гарантирует получение достоверных результатов, поскольку при этом не учитываются особенности внешней формы тела и наличие воздуха, движущегося с телом при совершении им крутильных колебаний, т.е. присоединенной массы воздуха.

Влияние присоединенной массы воздуха на МИ, как правило, небольшое, но может достигать и 25 процентов от экспериментально определенного МИ для ЛА с низкой удельной нагрузкой на крыло [7–10].

Учитывая МИ от присоединенной массы воздуха $I_{пj}$ при экспериментальном определении МИ тела относительно одной из осей связанной системы координат $OXYZ$, в результате косвенных измерений можно найти скорректированный МИ тела

$$I_j^{УЗМ} = I_j^э - I_{пj}. \quad (2)$$

В МИ от присоединенной массы воздуха $I_{пj}$ относительно любой из осей связанной системы координат $OXYZ$ СДПМ свой вклад вносят присоединенные массы воздуха к элементам планера. Если ограничиться лишь основными элементами планера, то в общем случае

$$I_{пj} = I_{пjкр} + I_{пjг.о} + I_{пjв.о} + I_{пjф}, \quad (3)$$

где $I_{пjкр}$, $I_{пjг.о}$, $I_{пjв.о}$, $I_{пjф}$ – МИ от присоединенной массы воздуха к

крылу, горизонтальному и вертикальному оперениям, фюзеляжу соответственно.

Считая крыло, горизонтальное и вертикальное оперения плоскими пластинами, их присоединенные массы в поступательном движении можно определить по формуле [11]

$$m_{\text{п}} = \frac{\pi\rho}{4} kb_a^2 l, \quad (4)$$

где ρ – плотность воздуха на высоте проведения эксперимента; b_a – средняя аэродинамическая хорда (крыла b_D , горизонтального $b_{\text{г.о}}$ или вертикального $b_{\text{в.о}}$ оперения); l – размах (крыла $l_{\text{кр}}$, горизонтального $l_{\text{г.о}}$ или вертикального $l_{\text{в.о}}$ оперения); k – коэффициент присоединенной массы воздуха, зависящий от относительного удлинения $\lambda = \frac{l^2}{S} = \frac{l^2}{b_a l} = \frac{l}{b_a}$ (рис. 2); S – площадь (крыла $S_{\text{кр}}$, горизонтального $S_{\text{г.о}}$ или вертикального $S_{\text{в.о}}$ оперения).

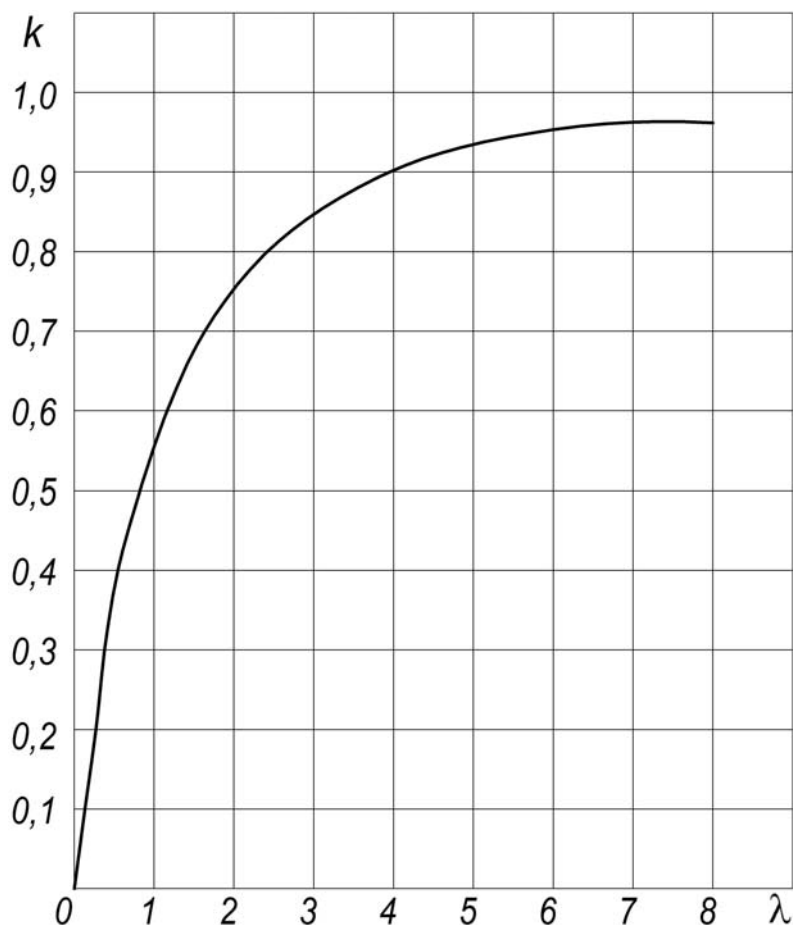


Рисунок 2 – График зависимости коэффициента присоединенной массы k от относительного удлинения λ для прямоугольных пластин [11]

МИ от присоединенной массы воздуха к крылу, горизонтальному или вертикальному оперению ($I_{пjкр}$, $I_{пjг.о}$ или $I_{пjв.о}$) относительно оси, совпадающей с хордой агрегата в середине размаха [11],

$$I_{п} = \frac{\pi\rho}{48} k' b_a^2 \ell^3, \quad (5)$$

где k' – коэффициент МИ от присоединенной массы воздуха, зависящий от относительного удлинения λ (рис. 3).

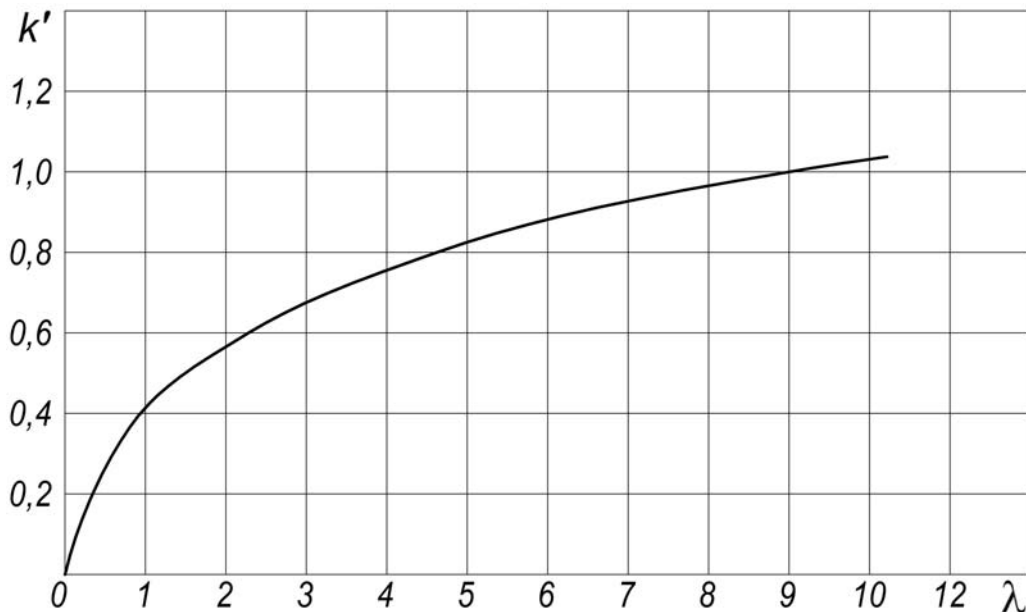


Рисунок 3 – График зависимости коэффициента k' от относительного удлинения λ для прямоугольных пластин [11]

Введение корректирующих коэффициентов D_{ψ} и D_{η} , учитывающих эффект угла ψ поперечного V и относительного сужения $\eta = \frac{b_0}{b_k}$ (b_0 – длина корневой хорды, b_k – длина концевой хорды) крыла (или оперения), приводит к следующей формуле [11]:

$$I_{п} = \frac{\pi\rho}{48} D_{\psi} D_{\eta} k' b_a^2 \ell^3. \quad (6)$$

Графики зависимости коэффициента D_{ψ} от угла ψ поперечного V и коэффициента D_{η} от относительного сужения η для плоских пластин показаны на рис. 4 и 5.

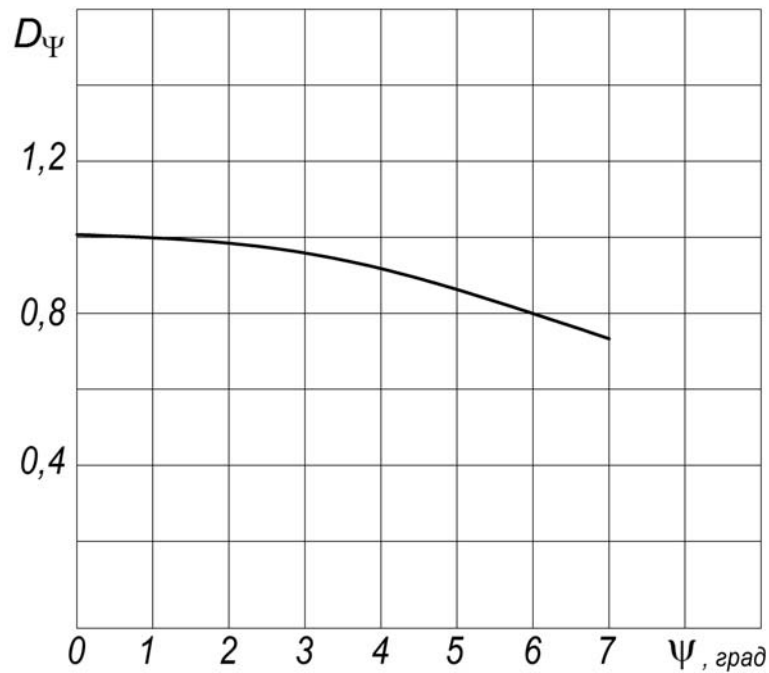


Рисунок 4 – График зависимости коэффициента D_ψ от угла ψ поперечного V ; $\lambda=4$ [11]

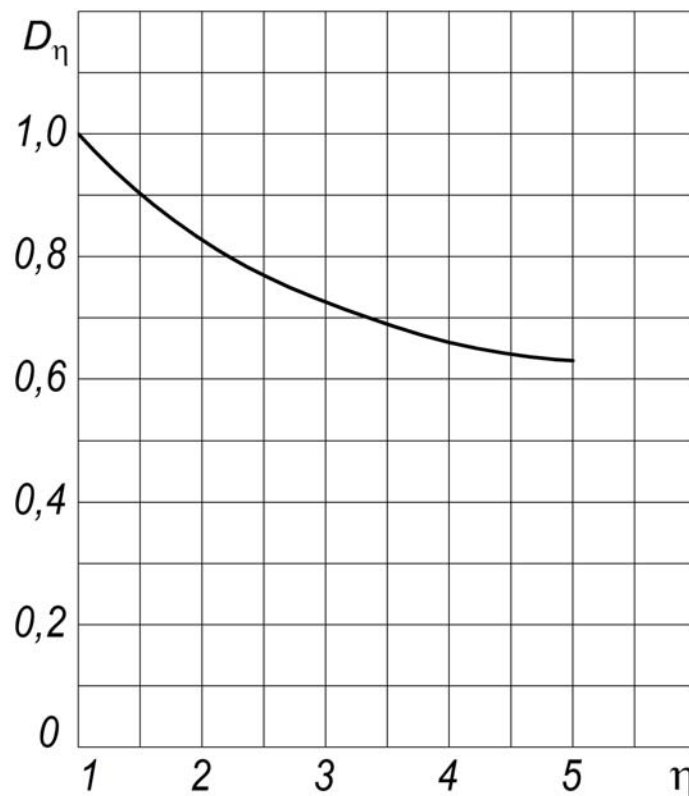


Рисунок 5 – График зависимость коэффициента D_η от относительного сужения η [11]

МИ от присоединенной массы воздуха к крылу, горизонтальному или вертикальному оперению относительно оси, проходящей через ЦМ

площади поверхности вдоль размаха агрегата можно определить по формуле [8]

$$I_n = \frac{\pi\rho}{48} k' b_a^3 \ell^2, \quad (7)$$

в которой для определения коэффициента k' следует воспользоваться рис. 3 и значениями $\lambda = \frac{b_a^2}{S} = \frac{b_a^2}{b_a \ell} = \frac{b_a}{\ell}$ (т.е. обратными тем, что использованы в формуле (5)).

Для определения МИ от присоединенной массы воздуха к крылу, горизонтальному или вертикальному оперению относительно оси параллельной оси, проходящей через ЦМ площади поверхности, следует использовать теорему Штернера в виде формулы

$$I'_n = I_n + m_n c^2, \quad (8)$$

где c – расстояние между осью вращения и ЦМ площади поверхности.

Например, МИ от присоединенной массы воздуха относительно оси, параллельной хорде плоского агрегата в середине размаха,

$$I'_n = \frac{\pi\rho}{48} k' b_a^2 \ell^3 + \frac{\pi\rho}{4} k b_a^2 \ell c^2. \quad (9)$$

При вычислении присоединенной массы воздуха и МИ от ее присутствия для фюзеляжа обоснованно полагают, что фюзеляж может быть аппроксимирован в форму эллипсоида, а значения присоединенной массы и МИ, рассчитанные для эллипсоида, незначительно отличаются от аналогичных значений для фюзеляжа, имеющего такую же длину и объем, как эллипсоид.

Если h_ϕ и b_ϕ – средние значения высоты и ширины фюзеляжа, то максимальные высота и ширина эквивалентного эллипсоида равны соответственно $\sqrt{\frac{6}{\pi}} h_\phi$ и $\sqrt{\frac{6}{\pi}} b_\phi$ [11].

При малых углах колебаний и соответствующем подвесе движение фюзеляжа можно считать происходящим вдоль главных осей OX , OY или OZ .

Формулы для расчета присоединенных масс при движении фюзеляжа вдоль главных осей OY и OZ [11]

$$m_{nY} = \rho k_{\phi Y} \ell_\phi b_\phi h_\phi; \quad (10)$$

$$m_{\Pi Z} = \rho k_{\phi Z} \ell_{\phi} b_{\phi} h_{\phi}, \quad (11)$$

где $k_{\phi Y}$ и $k_{\phi Z}$ – коэффициенты присоединенных масс при линейном движении фюзеляжа вдоль осей OY и OZ (рис. 6).

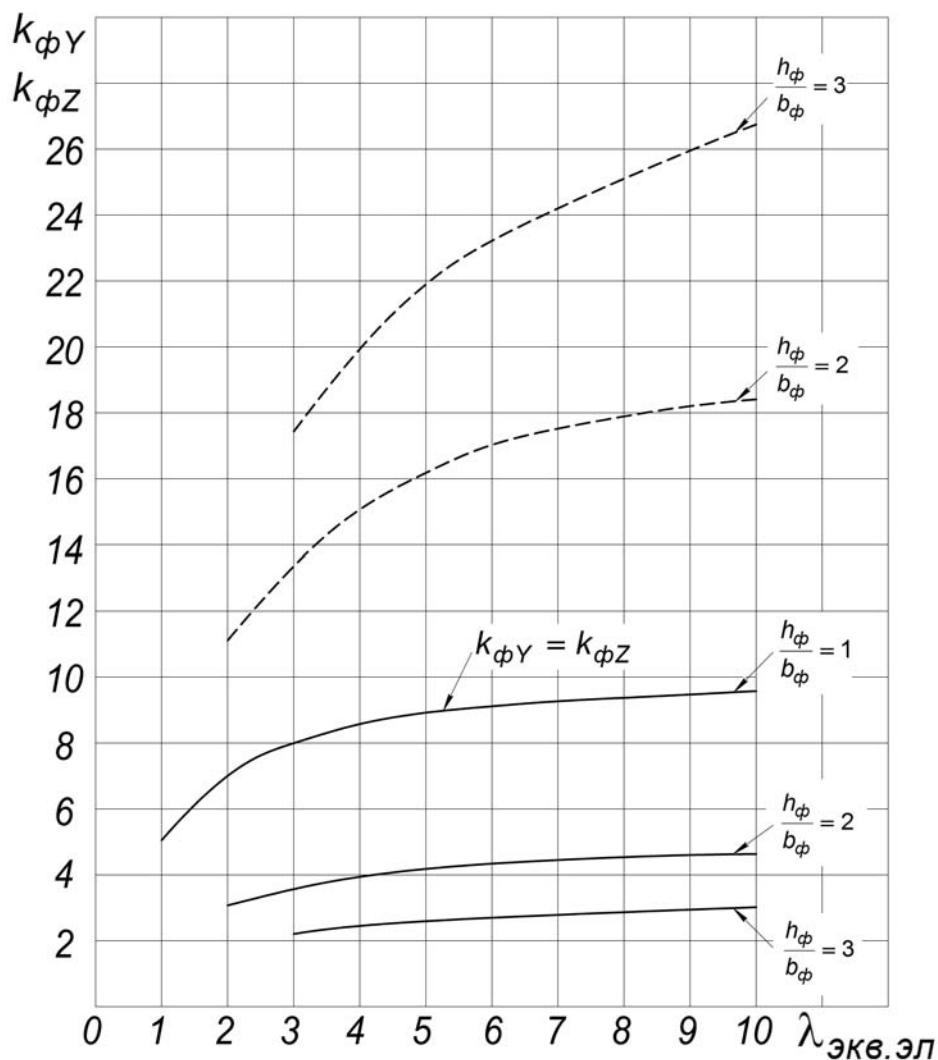


Рисунок 6 – Графики зависимостей коэффициентов $k_{\phi Y}$ (---) и $k_{\phi Z}$ (—) от удлинения эквивалентного

$$\text{эллипсоида } \lambda_{\text{экв.эл}} = \frac{\ell_{\phi}}{b_{\phi} \sqrt{6/\pi}} \quad [11]$$

При вращении относительно одной из главных осей OY или OZ МИ от присоединенных масс воздуха фюзеляжа [11]

$$I_{Y_a} = \frac{\rho}{5} k'_{\phi Y} \ell_{\phi} b_{\phi} h_{\phi} \left(\frac{\ell_{\phi}^2}{4} + \frac{3b_{\phi}^2}{2\pi} \right); \quad (12)$$

$$I_{Za} = \frac{\rho}{5} k'_{\phi Z} l_{\phi} b_{\phi} h_{\phi} \left(\frac{l_{\phi}^2}{4} + \frac{3h_{\phi}^2}{2\pi} \right), \quad (13)$$

где $k'_{\phi Y}$ и $k'_{\phi Z}$ – коэффициенты МИ от присоединенной массы воздуха относительно осей OY и OZ соответственно (рис. 7).

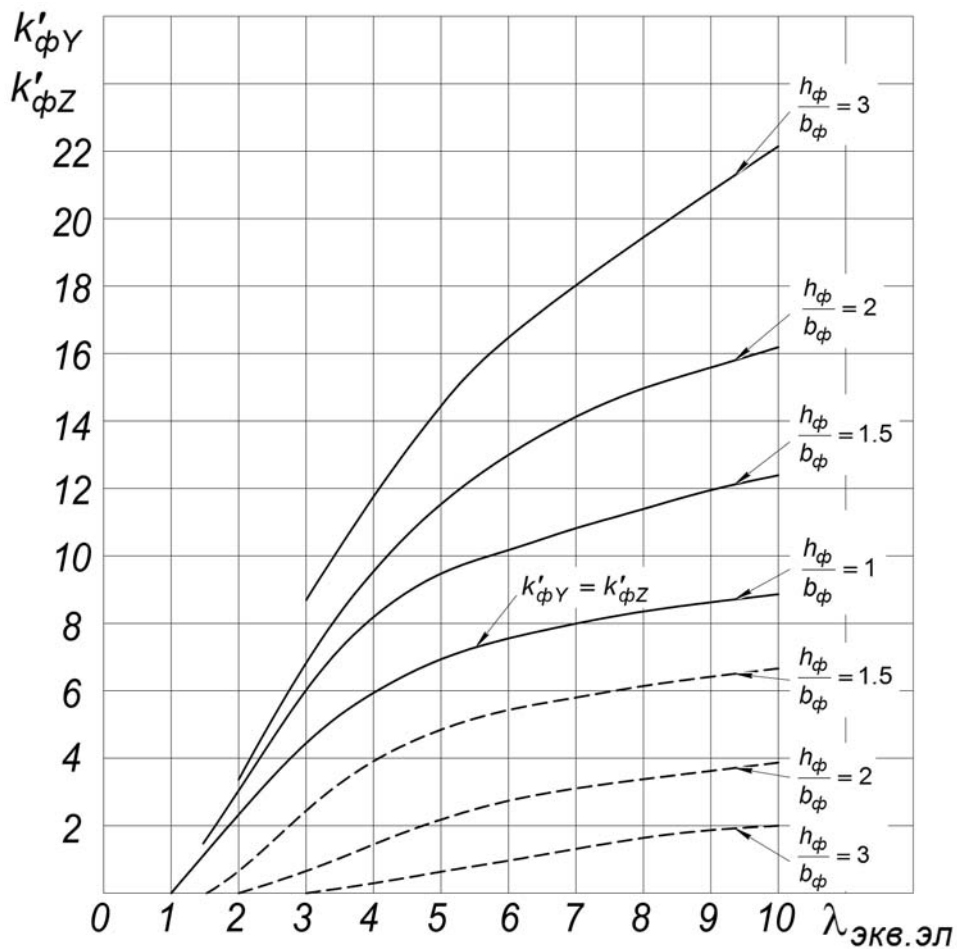


Рисунок 7 – Графики зависимостей коэффициентов $k'_{\phi Y}$ (---) и $k'_{\phi Z}$ (—) от удлинения эквивалентного

$$\text{эллипсоида } \lambda_{\text{экр.эл}} = \frac{l_{\phi}}{b_{\phi} \sqrt{6/\pi}} \quad [11]$$

В соответствии с этим МИ от присоединенной массы воздуха относительно осей, параллельных главным осям фюзеляжа OY и OZ [11],

$$I'_{Ya} = \frac{\rho}{5} k'_{\phi Y} l_{\phi} b_{\phi} h_{\phi} \left(\frac{l_{\phi}^2}{4} + \frac{3b_{\phi}^2}{2\pi} \right) + (\rho k_{\phi Z} l_{\phi} b_{\phi} h_{\phi}) L_{\phi Y}^2; \quad (14)$$

$$I'_{Za} = \frac{\rho}{5} k'_{\phi Z} l_{\phi} b_{\phi} h_{\phi} \left(\frac{l_{\phi}^2}{4} + \frac{3h_{\phi}^2}{2\pi} \right) + (\rho k_{\phi Y} l_{\phi} b_{\phi} h_{\phi}) L_{\phi Z}^2, \quad (15)$$

где $L_{\phi Y}$ и $L_{\phi Z}$ – расстояние между осью вращения и ЦМ площади поверхности фюзеляжа сбоку и сверху соответственно.

Теория и расчеты показывают, что при движении вдоль главной оси OX , а также при вращении относительно этой оси значения присоединенной к фюзеляжу массы воздуха и МИ этой массы сравнительно небольшие [11]. Поэтому их, как правило, не учитывают при вычислении полных МИ от присоединенной массы воздуха $I_{\pi j}$.

В качестве апробации рассмотрим результаты экспериментального определения методом крутильных колебаний на бифилярном подвесе МИ $I_j^{\text{э}}$ и расчетных (по приведенным формулам) МИ $I_{\pi j}$ легкого БЛА ЧиЖ-Л (массой $m = 10,5 \text{ кг}$), СДПМ самолета ХАИ-70 (массой $m = 105 \text{ кг}$) и СДПМ самолета Су-27 (массой $m = 232 \text{ кг}$) относительно осей связанной системы координат $OXYZ$.

Общие виды выбранных ЛА приведены на рис. 8 – 10 [12–14], а значения МИ $I_j^{\text{э}}$ и $I_{\pi j}$ представлены в табл. 1 – 3.

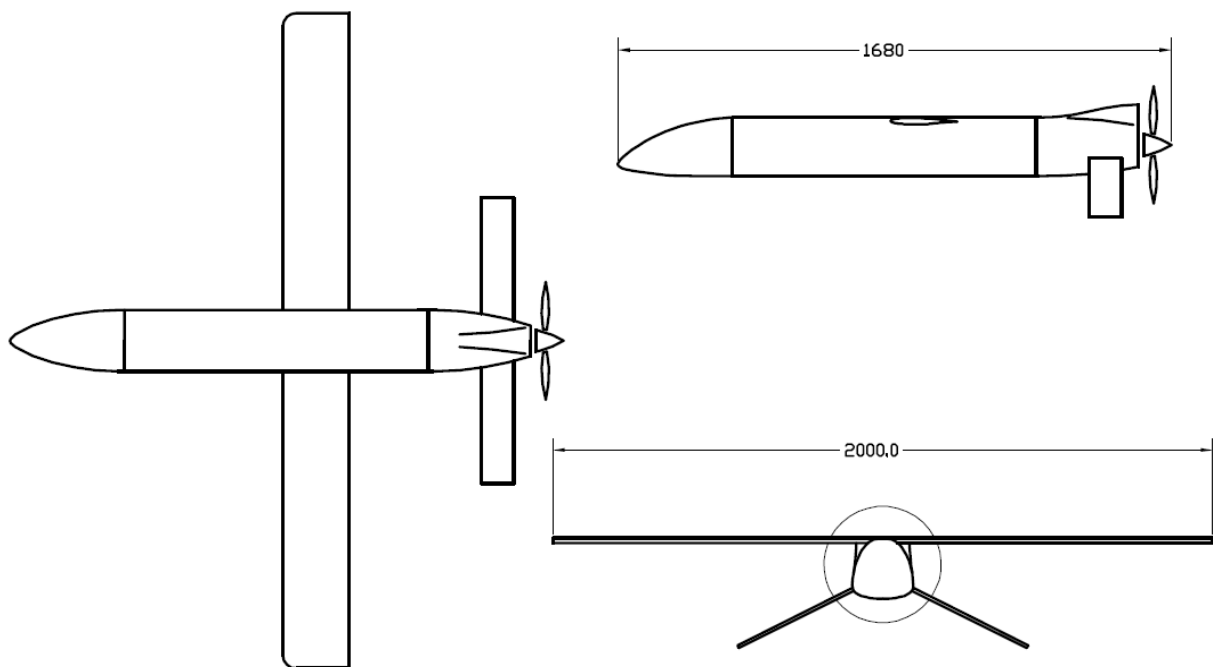


Рисунок 8 – Общий вид БЛА ЧиЖ-Л

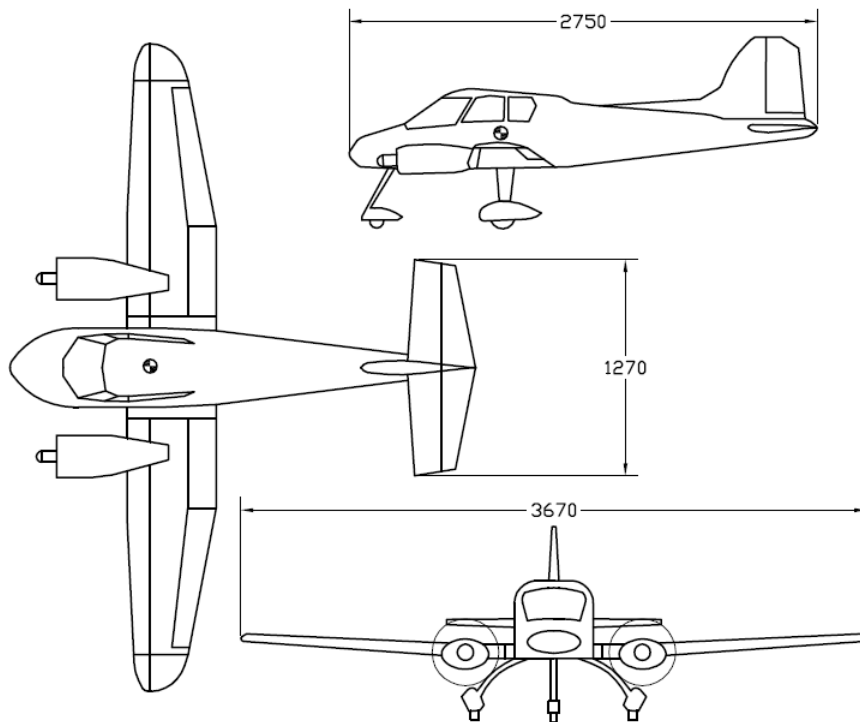


Рисунок 9 – Общий вид СДПМ самолета ХАИ-70

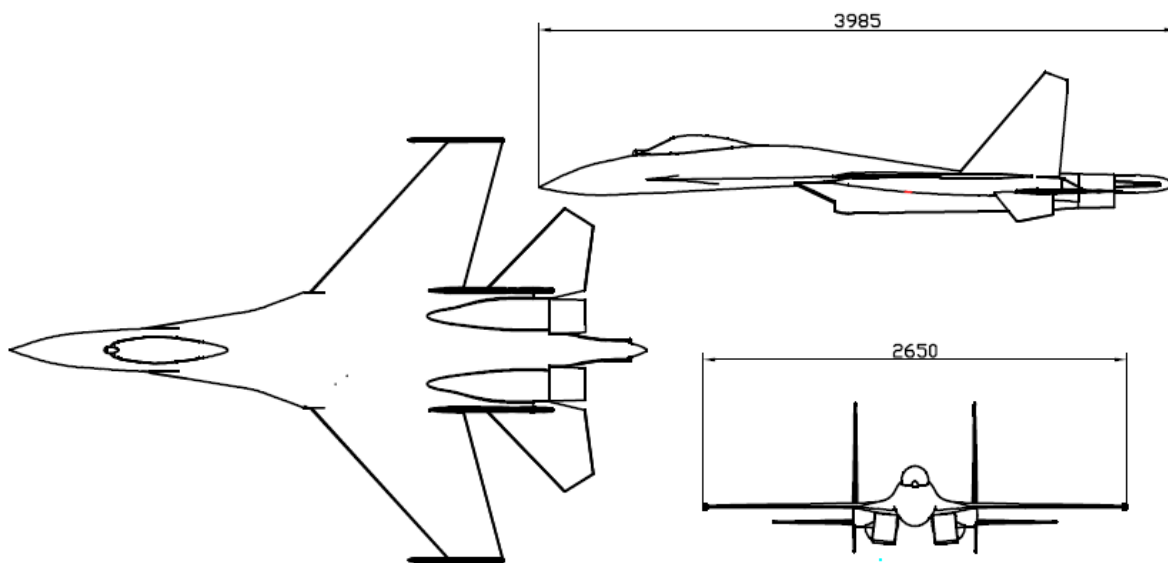


Рисунок 10 – Общий вид СДПМ самолета Су-27

Таблица 1 – Моменты инерции I_j^3 и $I_{пj}$ БЛА ЧиЖ-Л

| Ось | $I_j^3, \text{кгм}^2$ | $I_{пj}, \text{кгм}^2$ | $\frac{I_{пj}}{I_j^3} 100, \%$ |
|-----|-----------------------|------------------------|--------------------------------|
| OX | 0,65 | 0,026 | 4 |
| OY | 1,8 | 0,0116 | 0,64 |
| OZ | 2,45 | 0,0095 | 0,4 |

Таблица 2 – Моменты инерции $I_j^{\text{э}}$ и $I_{\pi j}$ СДПМ ХАИ-70

| Ось | $I_j^{\text{э}}, \text{кгм}^2$ | $I_{\pi j}, \text{кгм}^2$ | $\frac{I_{\pi j}}{I_j^{\text{э}}} 100, \%$ |
|-----|--------------------------------|---------------------------|--|
| OX | 10,04 | 1 | 10 |
| OY | 21,56 | 0,65 | 3 |
| OZ | 28,97 | 0,512 | 1,7 |

Таблица 3 – Моменты инерции $I_j^{\text{э}}$ и $I_{\pi j}$ СДПМ Су-27

| Ось | $I_j^{\text{э}}, \text{кгм}^2$ | $I_{\pi j}, \text{кгм}^2$ | $\frac{I_{\pi j}}{I_j^{\text{э}}} 100, \%$ |
|-----|--------------------------------|---------------------------|--|
| OX | 28,31 | 1,15 | 4 |
| OY | 131,5 | 1,3 | 1 |
| OZ | 157,2 | 0,62 | 0,4 |

Исходя из данных табл. 1 – 3, можно сделать вывод о том, что для рассматриваемых ЛА МИ от присоединенной массы воздуха $I_{\pi j}$ относительно оси OX имеют существенные значения. Относительно осей OY или OZ влияние присоединенной массы воздуха не так значительно, хотя и его необходимо учитывать при экспериментальном определении МИ СДПМ.

Список использованных источников

1. Определение размеров и массово-инерционных параметров свободнолетающих динамически подобных моделей самолетов [Текст]: учеб. пособие / А.В. Бетин, А.И. Рыженко, В.И. Рябков, О.Р. Черановский; Мин-во просвещения Украины, Харьк. авиац. ин-т. – Х.: Харьк. авиац. ин-т, 1992. – 101 с.
2. Гернет, М.М. Определение моментов инерции [Текст] / М.М. Гернет, В.Ф. Радобыльский. – М.: Машиностроение, 1969. – 247 с.
3. Экспериментальные исследования динамики полета самолета с помощью свободнолетающих моделей [Текст]: обзор по материалам иностр. печати. // Обзоры. Переводы. Рефераты. – М.: ЦАГИ. – 1975. – Вып. 464. – 34 с.
4. Применение свободнолетающих моделей для исследования динамики полета [Текст]: обзор по материалам иностр. печати на 1941–1970 г.г. // Обзоры. Переводы. Рефераты. – М.: ЦАГИ. – 1971. – Вып. 352. – 92 с.
5. Пашковский, И.М. Летные испытания самолетов и обработка результатов испытаний [Текст] / И.М. Пашковский, В.А. Леонов, Б.К. По-

плавский. – М.: Машиностроение, 1985. – 416 с.

6. Шейнин, В.М. Весовое проектирование и эффективность пассажирских самолетов [Текст] / В. М. Шейнин, В. И. Козловский. – М.: Машиностроение, 1984. – 552 с.

7. The experimental determination of the moments of inertia of airplanes: Technical note NACA [Text] / H.A. Soule, M.P. Miler. – Washington, USA – 1933. – 13 p. – No. 467.

8. Halder, A. Determination of inertial characteristic of a high wing unmanned air vehicle [Text] / A. Halder, R. Garhwal, V. Agarwal, M. Sinha // Journal of Institute of Engineers (India): Aerospace Engineering Journal.–Vol. 89. – ,2008. – P. 3 – 8.

9. Бетин, А.В. Погрешности вычислений в задаче оценки достоверности проектных значений центробежных моментов инерции летательных аппаратов [Текст] / А.В. Бетин, Д.А. Бетин // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – Вып. 3(79). – X., 2014. – С. 31 – 39.

10. Бетин, А.В. Теоретические основы оценки достоверности проектных значений осевых моментов инерции летательных аппаратов [Текст] / А.В. Бетин, Д.А. Бетин, А.А. Дунаев // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – Вып. 2(78). – X., 2014. – С. 29 – 36.

11. Formulas for additional mass corrections to the moments of inertia of airplanes: Technical note NACA [Text] / S. Frank, Jr. Mavestuto, J.G. Lawrence. – Washington, USA – 1947. – 29 p. – No. 1187.

12. Кротченко, А.Н. Разработка четырехместного самолета ХАИ-70 [Текст] / А. Н. Кротченко, П. В. Мелихов, С. А. Яшин // Авиационно-космическая техника и технология: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – X., 1997. – С. 96 – 100.

13. Реализация заявленных проектных параметров свободно-летающей модели при ее изготовлении и подготовке к летным исследованиям [Текст] / А.И. Рыженко, А.В. Бетин; Харьк. авиац. ин-т. – X., 1996. – 86 с. – Деп. в УкрИНТЭИ 2.12.96, № 217 – Ук 96.

14. Бетин, А.В. Требования к шероховатости и волнистости поверхности свободнолетающей динамически подобной модели самолета [Текст] / А.В. Бетин, Д.А. Бетин, А. Шакури // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – Вып. 1(77). – X., 2014. – С. 35 – 48.

Поступила в редакцию 17.12.2015.

*Рецензент: д-р техн. наук, проф. А. И. Рыженко,
Национальный аэрокосмический университет
им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков*