

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРИ КАЛИБРОВКЕ ЛИСТОВЫХ ДЕТАЛЕЙ ИМПУЛЬСНЫМ НАГРУЖЕНИЕМ

Импульсное формоизменение характеризуется большими скоростями деформирования и имеет место при импульсном нагружении под действием в основном ударных волн, генерируемых взрывом, детонацией, электрическим разрядом и т.п. Давление газа в ударной волне действует на листовую заготовку по нормали к поверхности и является тем самым перерезывающей силой, которая в зависимости от конфигурации заготовки и условий ее закрепления в технологической оснастке вызывает изгиб со сдвигом. При калибровке, когда имеют место незначительные отклонения геометрии от конечной формы, импульсное нагружение сопровождается появлением полос адиабатического сдвига [1–7], т.е. неустойчивое сдвиговое течение локализуется в узкой полосе и следует за ударной волной.

Применительно к рассматриваемой задаче разработки модели калибровки листовых деталей импульсным нагружением, когда пластическая деформация реализуется в виде локализованных полос сдвига, для инженерной деятельности необходимо знать следующие параметры ударной волны:

- ширину фронта ударной волны, характеризующей величину нагруженной поверхности заготовки (рис. 1);
- значение давления газа во фронте ударной волны, определяющего величину перерезывающей силы (рис. 1);
- скорость распространения ударной волны, влияющая на параметры изменения деформации.

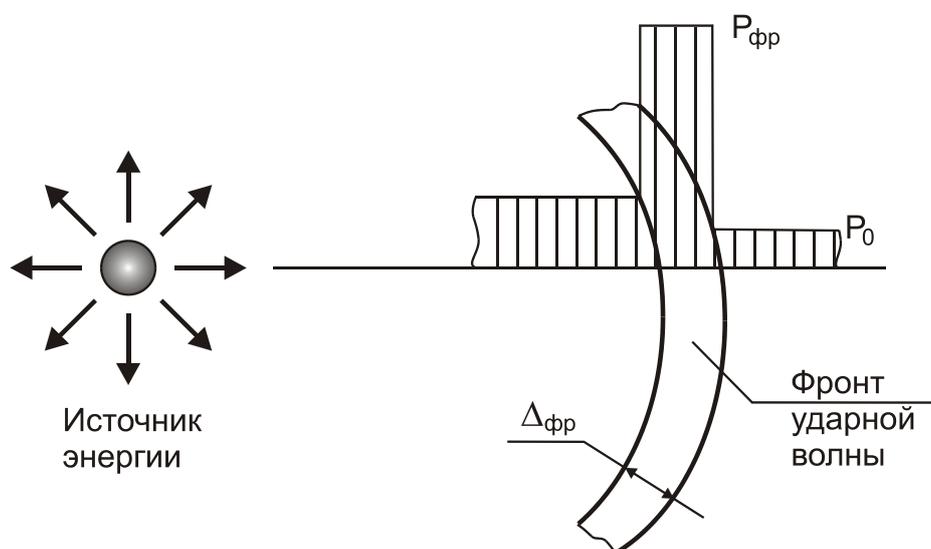


Рисунок 1 – Параметры ударной волны

Для расчета этих параметров ударной волны в фундаментальных трудах по физике взрыва [8–9] построена теория взрыва, из которой в результате некоторых преобразований следуют формулы для определения:

а) скорости распространения фронта ударной волны

$$V_{фр} = \sqrt{\frac{3}{4\pi} \cdot \frac{(\chi - 1)(\chi + 1)^2}{3\chi - 1} \cdot \frac{W}{\rho_c} \cdot R^{-\frac{2}{3}}}, \quad (1)$$

где  $\chi = \frac{C_p}{C_v}$  – показатель адиабаты;

$C_p, C_v$  – удельные теплоемкости вещества среды распространения ударной волны;

$W$  – мощность источника энергии;

$\rho_c$  – плотность вещества среды распространения волны;

$R$  – расстояние от источника взрыва;

б) давления во фронте ударной волны

$$P_{фр} = P_0 \frac{2\chi}{\chi + 1} \left( \frac{V_{фр}^2}{a_0^2} - 1 \right). \quad (2)$$

Введя общепринятое обозначение числа Маха, формула (2) преобразуется к виду

$$P_{фр} = P_0 \frac{2\chi}{\chi + 1} (M^2 - 1); \quad (3)$$

в) ширины фронта ударной волны

$$\Delta_{фр} = \frac{R}{3} \cdot \frac{\chi - 1}{\chi + 1}. \quad (4)$$

При значении параметра  $\chi=1,4$  (для воздуха), из этой зависимости следует, что

$$\Delta_{фр} = 0,0556R. \quad (5)$$

При прохождении ударной волны, обычно со сверхзвуковой скоростью, можно рассматривать схему нагружения тонкостенной заготовки, приведенную на рис. 2.

Приведенная к единице ширины заготовки перерезывающая сила

$$\bar{Q} = P_{фр} \cdot \Delta_{фр} \cdot 1 = \frac{2}{3} \frac{\chi(\chi - 1)}{(\chi + 1)^2} R (M^2 - 1) P_0. \quad (6)$$

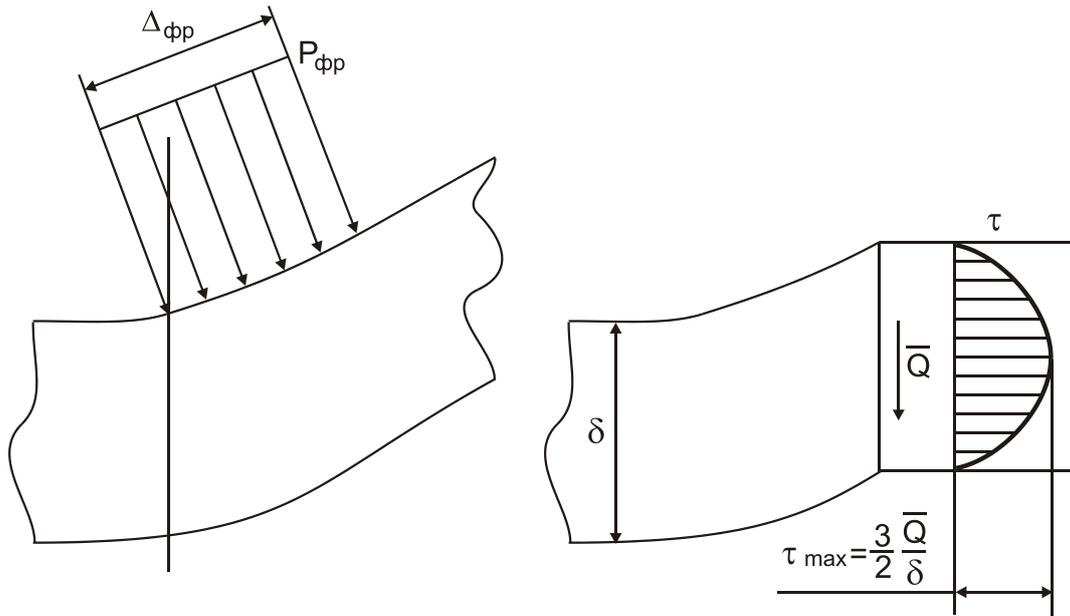


Рисунок 2 – К определению касательных напряжений при импульсном нагружении

При распространении ударной волны в воздухе

$$\bar{Q} = 0,065 P_0 R (M^2 - 1) \quad (7)$$

Величину максимальных касательных напряжений, характеризующую возможность начала пластического течения, определяют по известной формуле [10]

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\bar{Q}}{\delta} = \frac{\chi(\chi - 1)}{(\chi + 1)^2} R (M^2 - 1) P_0 \frac{1}{\delta}. \quad (8)$$

Для воздуха  $\chi = 1,4$  и

$$\tau_{max} = 0,097 \frac{P_0 R}{\delta} (M^2 - 1). \quad (9)$$

Зная величину предела текучести материала на сдвиг, из этой зависимости после подстановки выражения для скорости ударной волны (1) можно определить значение потребной мощности источника импульса. После очевидных преобразований получим формулу

$$\tau_{max} = \frac{P_0}{0,097 \delta} \left[ \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{(\chi - 1)(\chi + 1)^2}{3\chi - 1} \cdot \frac{W}{\rho_c} \cdot \frac{1}{a_0^2 R^2} - R \right]. \quad (10)$$

Для воздушной среды  $a_0 = 340,3$  м/с;  $\chi = 1,4$ ;  $\rho_c = 1,225$  кг/м<sup>3</sup>,  $P_0 = 0,101 \cdot 10^6$ . Тогда эта формула упростится к виду

$$\tau_{max} = \frac{0,0098 \cdot 10^6}{\delta} \left( 1,212 \cdot 10^{-6} \frac{W}{R^2} - R \right) \quad (11)$$

Из формулы (11) найдем требуемую мощность источника импульсной энергии

$$W = \frac{R^2}{0,0119} \left( \tau_T \delta + 0,0098 \cdot 10^6 R \right). \quad (12)$$

Калибровка импульсным воздействием представляет собой аналогию выглаживанию роликом (рис. 3), в результате чего реализуется изгибно-сжатое напряженное состояние.

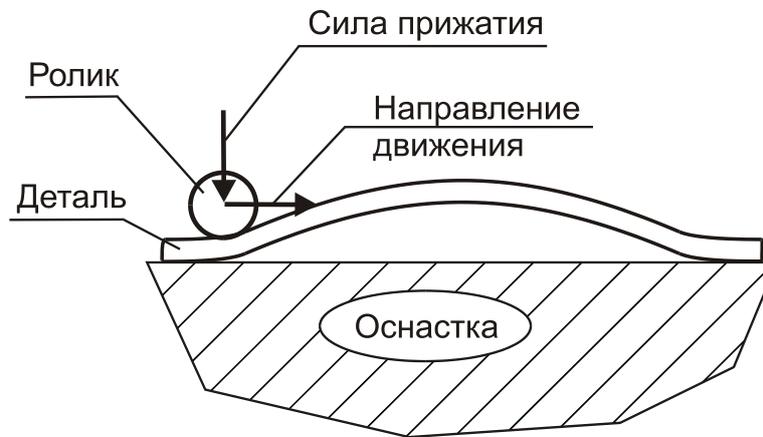


Рисунок 3 – Схема традиционного выглаживания дефекта формы роликом

Изгиб и сжатие по схеме, приведенной в работе [11], требует наличия опирания на опорах, реакции которых проявляются не мгновенно, а в соответствии со скоростью звука в данном материале. Если ударная волна движется со скоростью большей, чем скорость звука в материале, то напряженное состояние текучести за счет сжатия не успевает реализовываться и происходит деформирование локализованным сдвигом, для чего дополнительного времени не требуется. Таким образом, сравнение скорости распространения фронта ударной волны и скорости звука в данном материале (продольные волны) может служить критерием реализации чисто сдвиговой пластической деформации в виде полос адиабатического сдвига.

Скорости продольных и поперечных звуковых волн вычисляют соответственно по формулам [9]

$$V_{\text{прод}} = \sqrt{\frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)\rho_M}}; V_{\text{поп}} = \sqrt{\frac{E}{2(1+\mu)\rho_M}}, \quad (13)$$

где  $E$  – модуль упругости;

$\mu$  – коэффициент Пуассона;

$\rho_m$  – плотность материала.

Эффективное использование такого явления, как образование полосы локализованного сдвига (или полосы адиабатического сдвига), возможно при знании таких параметров, как ширина этой полосы, температуры материала в полосе сдвига, времени образования и степени локализации, которые в совокупности составляют математическую модель.

В работах [1–5] приведена полная система уравнений, решение которой позволяет исследовать начало, развитие и протекание процесса образования полос сдвига. Система уравнений включает в себя уравнения сохранения импульса и энергии, физические соотношения состояния текучего материала, различные аспекты наличия и движения дефектов (дислокаций) и др. Для рассматриваемых технологических (инженерных) задач основополагающее значение имеют начальное и конечное состояния, по которым можно определить потребную энергетику для проведения технологических операций формоизменения и их протяженность во времени, а сам процесс материаловедческих превращений и изменений, хотя и представляет интерес, является предметом других исследований.

Таким образом, в основу построения математической модели локализованных полос сдвига целесообразно положить феноменологический подход, рассматривающий начальное и конечное состояние явлений.

Локализация сдвиговых деформаций наблюдается при импульсном нагружении и является следствием неустойчивого и неоднородного течения материала при соответствующих уровнях касательных напряжений [3–5]. Ширина полосы локализованного сдвига служит основой для расчета потребной энергии, время образования полосы предопределяет мощность источника энергии, а температура материала – параметры температурного разупрочнения и дополнительные направления расхода энергии.

Для оценки и прогнозирования параметров полосы адиабатического сдвига можно воспользоваться соотношениями, приведенными в фундаментальной работе [1], которые после ряда преобразований принимают вид:

– ширина полосы локализованного сдвига

$$b = 2 \sqrt{\frac{\lambda T}{\tau \gamma}}, \quad (14)$$

где  $\lambda$  – удельная теплопроводность материала;

$T$  – температура материала внутри полосы;

$\tau$  – касательные (сдвиговые) напряжения, которые не обязательно являются внешними, а могут быть следствием действия других компонентов напряженного состояния по другим площадкам в соответствии с известными формулами [10];

•  
 $\dot{\gamma}$  – скорость деформации.

Из многочисленных экспериментальных исследований известно, что в тепло переходит около 90% энергии, затрачиваемой на деформирование. Тогда максимальная температура материала внутри полосы локализованного сдвига определяется формулой

$$T = \beta \frac{\tau \gamma}{\rho_M c}, \quad (15)$$

где  $\beta = 0,9$  – коэффициент, отражающий долю энергии деформации, переходящей в тепло;

$\gamma$  – деформация;

$\rho_M$  – плотность материала;

$c$  – удельная теплоемкость.

Время на образование полосы вычисляют по формуле

$$t = \frac{\gamma}{\dot{\gamma}} = \frac{\rho_M c}{\beta \lambda} b^2. \quad (16)$$

После подстановки соотношения (15) в (14) получим зависимость ширины полосы локализованного сдвига от физических параметров материала и параметров процесса деформирования:

$$b = 1,9 \sqrt{\frac{\lambda}{c \rho_M} \cdot \frac{\gamma}{\dot{\gamma}}}. \quad (17)$$

При импульсном воздействии на материал ударной волной обычно имеется некоторый избыток энергии, связанный с естественным разбросом технических параметров источника. Экспериментально подтверждено явление деформирования в результате прохождения ударной волны.

•  
 Тогда можно принять, что скорость деформации  $\dot{\gamma}$  в формулах (14), (16) и (17) определяется соотношением

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{\gamma}{\frac{\Delta_{\text{фр}}}{V_{\text{фр}}}} = \gamma_{\text{уп}} \frac{V_{\text{фр}}}{\Delta_{\text{фр}}}. \quad (18)$$

Здесь ширину фронта и скорость движения фронта ударной волны определяют по формулам (1) и (4) соответственно. Величину угла сдвига  $\gamma_{\text{уп}}$  целесообразно принять равной деформации начала упрочнения

на диаграмме  $\gamma$ - $\tau$ , так как при достижении этой величины материал в данной точке начинает резко ужесточаться, и тогда деформирование переходит на соседние зоны.

После подстановки зависимостей (1) и (4) получим следующее уравнение для определения скорости деформации:

$$\dot{\gamma} = \gamma_{уп} \cdot 1,47 (\chi + 1)^2 \sqrt{\frac{W}{\rho_c R^5 (3\chi - 1)(\chi - 1)}}. \quad (19)$$

Для воздушной среды с  $\chi = 1,4$  получим

$$\dot{\gamma} = \gamma_{уп} \cdot 7,484 \sqrt{\frac{W}{\rho_c R^5}}. \quad (20)$$

С помощью этого выражения можно преобразовать формулу для ширины полосы адиабатического сдвига (17) и связать ее величину с мощностью источника энергии

$$b = \frac{1,567}{\chi + 1} \sqrt[4]{\frac{R^5 \lambda^2 \rho_c}{c^2 \rho_M^2 W (3\chi - 1)(\chi - 1)}}. \quad (21)$$

Из этой зависимости следует, что чем больше мощность источника импульсной энергии, тем меньше ширина полосы локализованного сдвига, т.е. тем эффективней локализация деформаций. Этот вывод соответствует результатам исследований [3–6].

## Выводы

Таким образом, рассмотрены особенности механики деформирования при импульсном нагружении, а также синтезированы базовые зависимости для определения параметров полосы локализованного сдвига – ширины, температуры и времени образования.

## Список использованных источников

1. Ударные волны и явления высокоскоростной деформации металлов [Текст] / под ред. М.А. Мейерса, Л.Е. Мура. – М.: Металлургия, 1984. – 512 с.
2. Локализация пластической деформации при скоростном ударном деформировании алюминия и сплава АМг6 [Текст] / В.В. Астанин, Г.Н. Надеждин, Ю.Н. Петров и др. // Проблемы прочности. – 1987. – № 3. – С. 81 – 85.
3. Степанов, Г.В. Локализованный сдвиг в металлах при ударном нагружении [Текст] / Г.В. Степанов, В.А. Федорчук // Проблемы прочности. – 2000. – № 2. – С. 27 – 42.

4. Степанов, Г.В. Локализация деформации сдвига в металле при динамическом нагружении [Текст] / Г.В. Степанов // Проблемы прочности. – 1995. – № 8. – С. 52 – 59.

5. Степанов, Г.В. Распространение зоны локализованного пластического течения при простом сдвиге [Текст] / Г.В. Степанов, А.В. Широков // Проблемы прочности. – 2002. – № 4. – С. 75 – 82.

6. Степанов, Г.В. Исследование особенностей развития высокоскоростного локализованного сдвига в металле [Текст] / Г.В. Степанов, В.Н. Гурский, В.В. Харченко // Проблемы прочности. – 1995. – № 3. – С. 41 – 45.

7. Локализация пластического течения в низкоуглеродистой стали, деформированной взрывом [Текст] / И.А. Батаев, А.А. Батаев, И.А. Балаганский и др. // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т.14, № 1. – С. 93 – 99.

8. Зельдович, Я.Б. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений [Текст] / Я.Б. Зельдович, Ю.П. Райзер. – М.: Наука, 1966. – 688 с.

9. Физика взрыва [Текст] / под ред. К.П. Станюковича. – М.: Наука, 1975. – 704 с.

10. Писаренко, Г.С. Сопротивление материалов [Текст] / под ред. акад. АН УССР Г.С. Писаренко. – К.: Вища школа, 1986. – 736 с.

11. Остапчук, В.В. Анализ способов образования остаточных деформаций в процессе изготовления листовых деталей летательных аппаратов / В.В. Остапчук // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 1(85). – Х.: НАКУ, 2016. – С. 81 – 86.

*Поступила в редакцию 11.04.2016.*

*Рецензент: д-р техн. наук, проф. Я.С. Карпов,  
Национальный аэрокосмический университет  
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков.*