

ГЕОМЕТРИЯ ФРАКТАЛЬНОГО РАСШИРЕНИЯ КВАДРАТА И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЯ К РЕКОНСТРУКЦИИ АВТОДОРОГ, ВЗЛЁТНО-ПОСАДОЧНЫХ ПОЛОС АЭРОДРОМОВ И БОЛЬШИХ ПЛОЩАДЕЙ

Работа посвящена концептуальному приложению авторской теории фрактального расширения квадрата к одному из вариантов решения проблемы реконструкции автодорог и взлётно-посадочных полос аэродромов.

Ключевые слова: Фрактальное расширение, реконструкция, синергетика

К числу существенных недостатков асфальтобетонных покрытий тротуаров, автодорог и площадей относятся их низкая трещиностойкость и высокая себестоимость как ремонта так и строительства из-за высокой трудоёмкости и долгих сроков сооружения, использования тяжелой дорожной техники, необходимости работать с горячим асфальтом, что вредно для здоровья рабочих и т.д.

Поиск альтернативных решений, свободных от этих недостатков, приводит к мысли о замене сплошнотелого дорожного полотна на сборные элементы такой геометрической формы, которые, вступая между собой в замковые соединения, придают всему полотну синергетические свойства самоорганизации, обеспечивая тем самым работу сборного покрытия как монолитного, но трещиностойкого и долговечного, экономичного и эстетически привлекательного.

Отсюда вытекает *постановка задачи исследования*: обосновать целесообразность концептуального предложения новой технологии ремонта покрытий тротуаров, автодорог, больших площадей и сооружения взлётно-посадочных полос аэродромов, основанной на идее комбинаторного разбиения плоскости на конгруэнтные фигуры одного, двух или трех типоразмеров, замковые соединения между которыми обеспечивают синергетический эффект самоорганизации, а форма вытекает из авторской теории фрактального расширения квадрата [1,2].

Ход исторического развития естествознания в конце XX века привёл к возникновению теории хаоса, синергетике и фрактальной геометрии. Достижения этих наук раскрыли содержание нелинейных процессов, объектов и явлений в природе, имеющих фрактальные структуры и обладающих способностью к самоорганизации. Можно сказать, что они являются тремя взаимосвязанными подсистемами современной системы познания мира. При этом теория хаоса и синергетика носят преимущественно вербально-аналитический характер, а его визуализацией занимается фрактальная геометрия.

Фрактальная геометрия Б.Мандельброта возникла при изучении результатов компьютерной визуализации множеств Кантора и Жюлиа, кривых Пиано, функций Вейерштрасса и др. и определила новый подход к пониманию реальной природы окружающего мира, геометрия которого со времён Евклида и Аристотеля считалась евклидовой. Автор новой геометрии доказал её фрактальность, основанную на диалектической логике Демокрита, согласно которой всё течёт и изменяется, а силу закона имеет то, что неизменно в процессе изменения.

Б.Мандельброт в своей книге «Фрактальная геометрия природы» даёт определение фрактала как «структуры, состоящей из частей, которые в каком-то смысле подобны целому», ибо бесконечное дробление и подобие мельчайших частиц целому, – это принцип «устройства» природы. К классу фрактальных объектов, помимо реальных береговых линий, имеющих бесконечную длину в конечном пространстве, крон деревьев, элементов земного рельефа и облаков, размерность которых больше двух, но меньше трёх и др., различными математиками предложены абстрактные геометрические фигуры, имеющие фрактальную природу. Это «снежинка» Коха, «дракон» Хартера-Хейтуэя, «салфетка» и «ковёр» Серпинского, «пыль» Кантора и др. Все они сконструированы по принципу выполнения последовательных итераций дробления элементов исходной фигуры в сторону уменьшения получаемых самоподобных фигур в их стремлении к дробномерному пределу.

В связи с этим возникает предположение: если существует реальный прямой процесс самоподобного фрактального уменьшения элементов исходной фигуры, то должен существовать и обратный процесс самоподобного увеличения или расширения исходной фигуры. И оказывается, что такой процесс существует и имеет значительное, но не до конца изученное содержание.

Если в качестве исходной фигуры взять наиболее технологичный квадрат и подвергнуть его последовательному итерационному расширению путем прибавления к последующим результатам итераций результаты его предыдущих топологических преобразований, то станут возникать фигуры, имеющие фрактальный характер. Их фрактальность определяется самоподобием последующего предыдущему (рис.1).

При этом первая итерация преобразует одиночный квадрат в 5-клеточный крест, вторая, - в 29-клеточную фигуру, третья, - в 169-клеточную фигуру. Четвёртая, итерация топологически и конформно преобразует 169-клеточную фигуру в 985-клеточную, в структуру которой входят четыре 169-клеточные фигуры, габариты которых самоподобно повторили 5-клеточный крест и своими шестью двадцать третьими частями «вросли» в центральный

квадрат (рис.2).

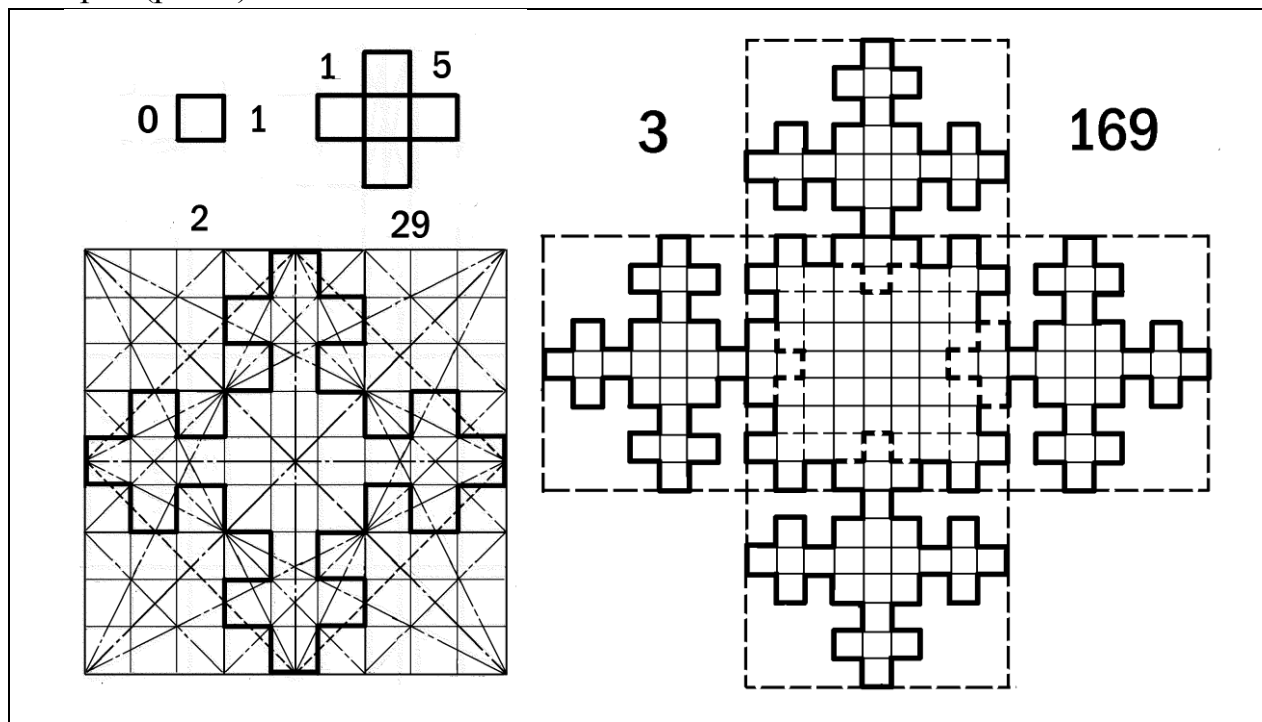


Рис.1. Три итерации фрактального расширения квадрата

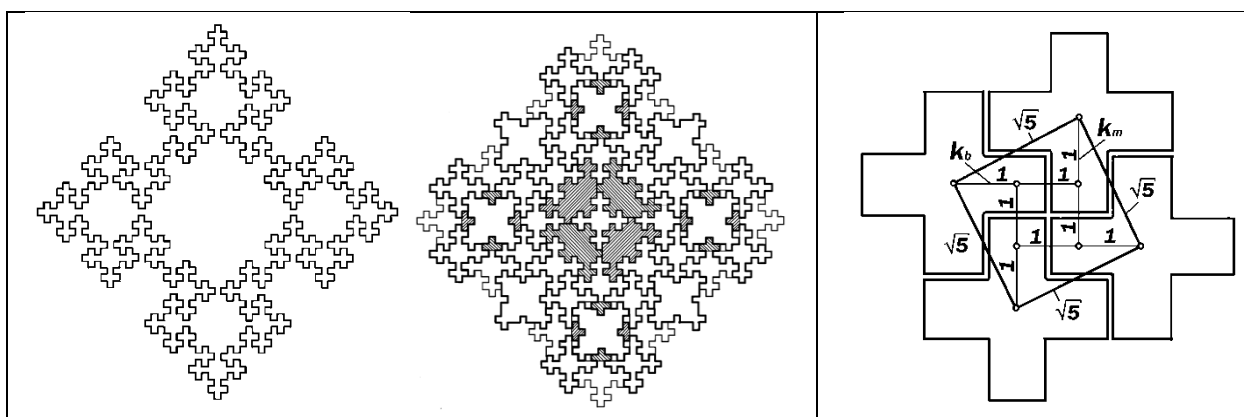


Рис.2. 985-клеточная фигура и её структуризация

Рис.3. Упаковка крестов

Результаты последовательных итераций исходной квадратной клетки можно представить элементами комбинаторных композиций, плотно упаковывающих плоскость.

5-клеточные кресты плотно упаковывают плоскость, примыкая друг к другу по свастикообразным швам (рис.3). Количественной характеристикой их взаимного расположения можно принять отношение катетов прямоугольных треугольников, гипотенузы которых соединяют центры этих крестов.

Комбинаторика 4-х 29-клеточных элементов плотно упаковывает

плоскость благодаря их вхождению в замковые соединения. Отношение катетов треугольников, гипотенузы которых соединяют их центры, равно 2 к 5. Сумма их квадратов ($4 + 25$) равно 29, т.е., числу клеток в одном элементе (рис.4).

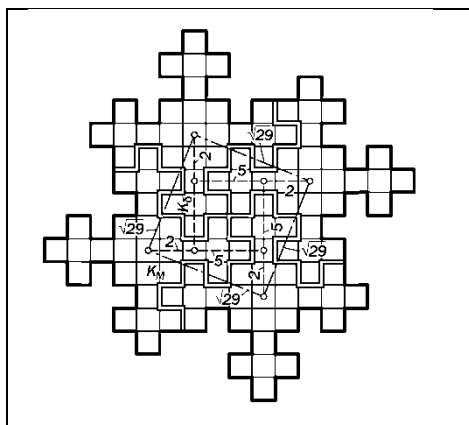


Рис.4. Упаковка 29-кл. элементов

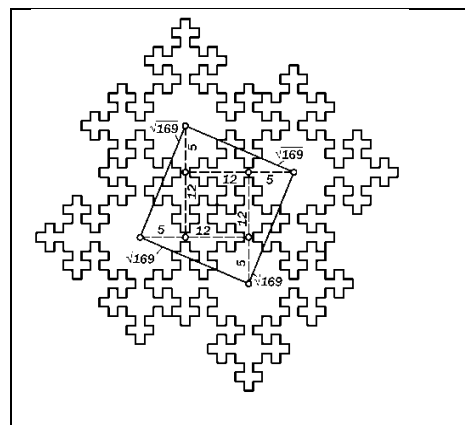


Рис.5. Упаковка 169-кл элементов

Комбинаторика соединения 4-х 169-клеточных элементов в замок образует их систему как единое целое. Прямые, соединяющие их центры, являются гипотенузами прямоугольных треугольников, длины катетов которых относятся как 5 к 12. Сумма их квадратов ($25 + 144$) равна квадрату гипотенузы (169), т., числу клеток в одном элементе. И т.д.

Следуя принятой методике преобразования фигур предыдущих итераций в последующие, можно получать всё более сложные по своей геометрической структуре фигуры, расширяющиеся до бесконечно больших размеров.

Сравнительная оценка процесса изменения значений отношения катетов в прямоугольных треугольниках, гипотенузы которых соединяют центры этих фигур, позволяет определить количественный закон протекания всего итерационного процесса (таблица 1).

Таблица 1

Количественные характеристики итерационного процесса
фрактального расширения квадрата

№ итерации (n)	0	I	II	III	IV	V	VI
K_b - катет большой	1	2	5	12	29	70	169
K_m - катет малый	0	1	2	5	12	29	70
Число клеток	1	5	29	169	985	5741	33461
Число сторон	4	12	52	220	932	3948	16724

Анализ таблицы указывает на следующую закономерность:

$$4. K_{b(n)} = 2 K_{b(n-1)} + K_{m(n-1)}.$$

5. Поскольку $K_{m(n-1)} = K_{b(n-2)}$, то тогда $K_{b(n)} = 2 K_{b(n-1)} + K_{b(n-2)}$,

откуда вытекает новый числовой ряд вида :

$$a_n = 2 a_{n-1} + a_{n-2} \quad (1)$$

Это выражение является рекуррентной формулой итерационного процесса расширения квадрата.

Числовой ряд изменения количества клеток в фигурах, начиная с 2-ой итерации, описывается следующим выражением:

$$a_n = 6 a_{n-1} - a_{n-2} \quad (2)$$

Особенности изменения количества сторон последовательных результатов итераций, начиная с 2-ой, описывается выражением:

$$a_n = 4 a_{n-1} + a_{n-2} \quad (3)$$

К числу отличительных особенностей плотных упаковок плоскости различными фрактальными фигурами относится их синергетизм или способность к самоорганизации, так как замковые соединения между ними перераспределяют напряжения от возможных нагрузок и заставляют работать сборную конструк-цию, к примеру, дорожного полотна, как монолитную, но трещиноустойчивую, так как роль трещин играют швы между элементами.

Эти обстоятельства определили в качестве одного из приложений теории фрактального расширения квадрата концепцию сборного синергетического покрытия тротуаров, автодорог и больших площадей как альтернативу их асфальтовому покрытию. Идея сборности покрытия пользуется широкой популярностью в европейских и других странах мира для мощения тротуаров, небольших площадей, автостоянок и придомовых территорий. Но, как и в Украине, в мире такое мощение не обладает синергетическим эффектом самоорганизации, так как его плитки не вступают между собой в замковые соединения. А от этого эффекта следует ожидать экономии материала плиток за счет перераспределения нагрузок между ними, сокращения сроков строительства и повышения эстетической привлекательности всего покрытия.

Наибольшим разнообразием форм обладают элементы синергетических покрытий тротуаров (рис.6, *a - и*).

Если рассматривать элементы структуризации лакун фігур 3-ей и 4-ой итера- ций, то возможны варианты двух- и трёхэлементных синергетических покры- тий тротуаров, автодорог и больших площадей (рис.7, *a - г*).

В дорожном хозяйстве две проблемы: ремонт существующих дорог и строи- тельство новых. При этом ремонту уделяется значительно больше внимания, чем строительству. В связи с этим применение предлагаемого синергетичес-кого покрытия наиболее эффективно решает проблему ремонта по новой тех- нологии, которая предусматривает тщательный латочный

ремонт старого асфальтового покриття с выдерживанием уклонов поперечного профиля в обочинах с последующим монтажом плиток покрытия на прочном цементном растворе с заливкой швов между ними холодной битумной мастикой.

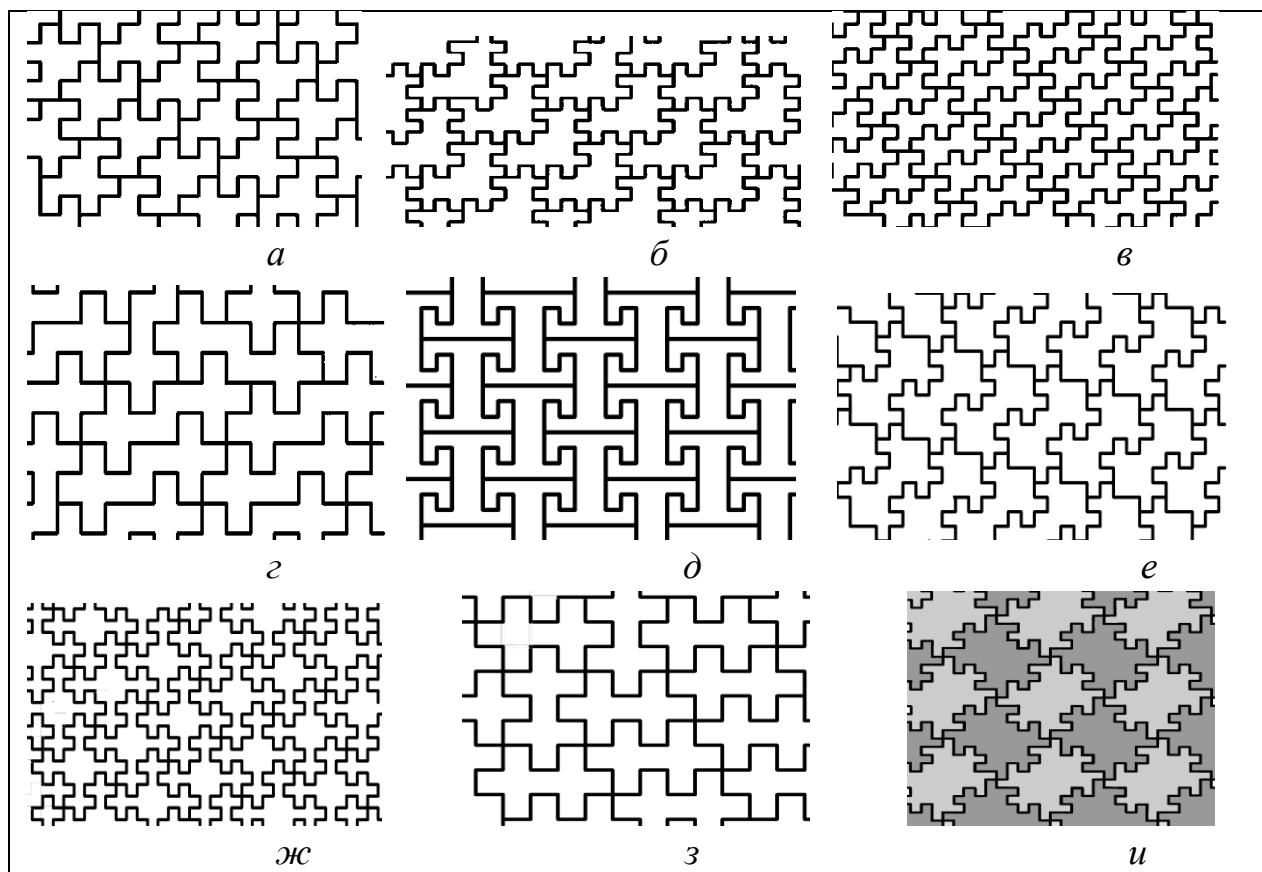


Рис.6. Варианты одноэлементного синергетического покрытия тротуаров

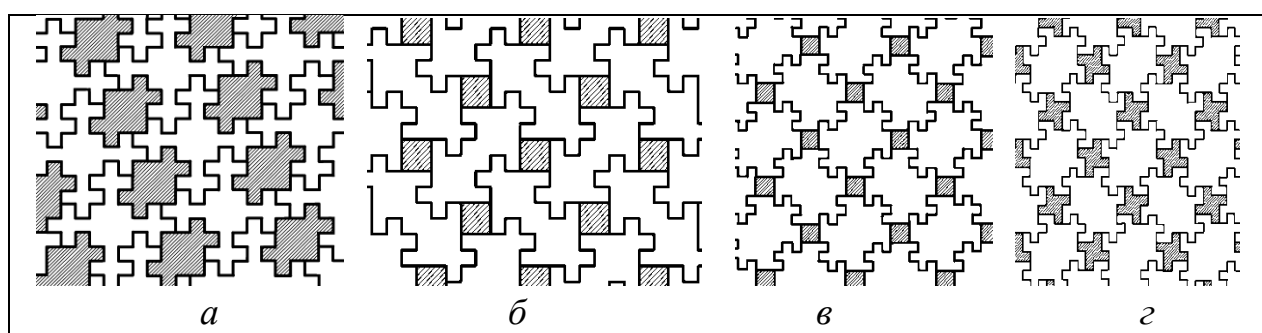


Рис.7. Варианты двухэлементного синергетического покрытия тротуаров и дорог

В отличие от существующего мощения больших площадей плитками одного типоразмера предлагается их синергетическое покрытие плитками трёх типоразмеров, обладающей более высоким дизайном (рис.8, а - г).

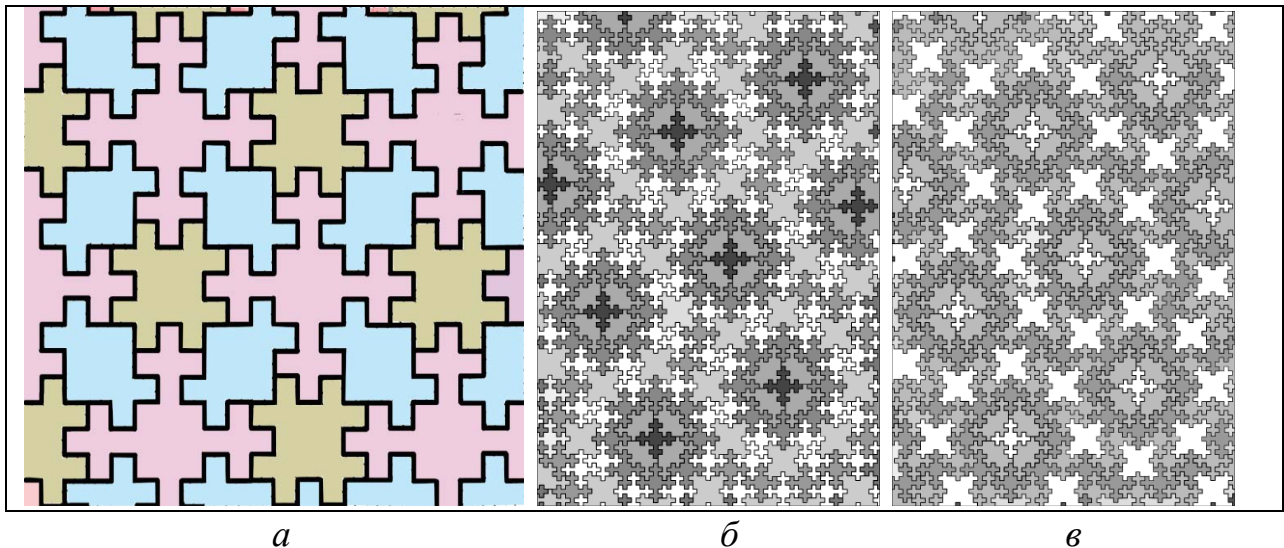


Рис.8. Варианты трёхэлементного синергетического мощения больших площадей.

Предполагается, что все вышеперечисленные варианты покрытий выполняются в один слой по готовой прочной подготовке, т.е., с синергетикой по их длине и ширине. Если же обеспечивать замковые соединения в глубину, то можно говорить о концептуальной возможности устройства сборных трёхслойных взлётно-посадочных полос аэродромов и двухслойных покрытий автодороги из элементов одного типоразмера.

Форма такого элемента представляет собой в плане квадратную плиту с квадратным углублением на половину её толщины, вписанным в её габарит. 4-е плиты нижнего слоя, уложенные в шахматном порядке, своими 4-мя четвертями квадрата образуют квадрат, по площади равный площади квадратного углубления, накрывается таким углублением плиты верхнего слоя на битумной мастике и тем самым замоноличивает их. По расчету нижний слой может быть более мощным и играть роль подготовки: а верхний слой, – прочный и износо-устойчивый, на основе использования базальтовых материалов (рис.9, а, б).

Концепция «торцевой шашки» предусматривает использования высокопрочных элементов одного типоразмера типа «жук» из сталефибробетона, которые вставляются друг в друга и вступают в замковые соединения по высоте. При этом разумеется, что своим нижним основанием они опираются на прочную подготовку.

Проблема экономически эффективного ремонта существующих автодорог с асфальтовым покрытием, быстро выходящим из строя, равно как и строительства новых дорог, особенно в сельской местности, актуальна в общегосударственном масштабе и представляется, что предлагаемая концепция, после профессионального прочностного и экономического расчета с использованием высокотехнологичного промышленного

изготовления сборных элементов в состоянии решить эту проблему.

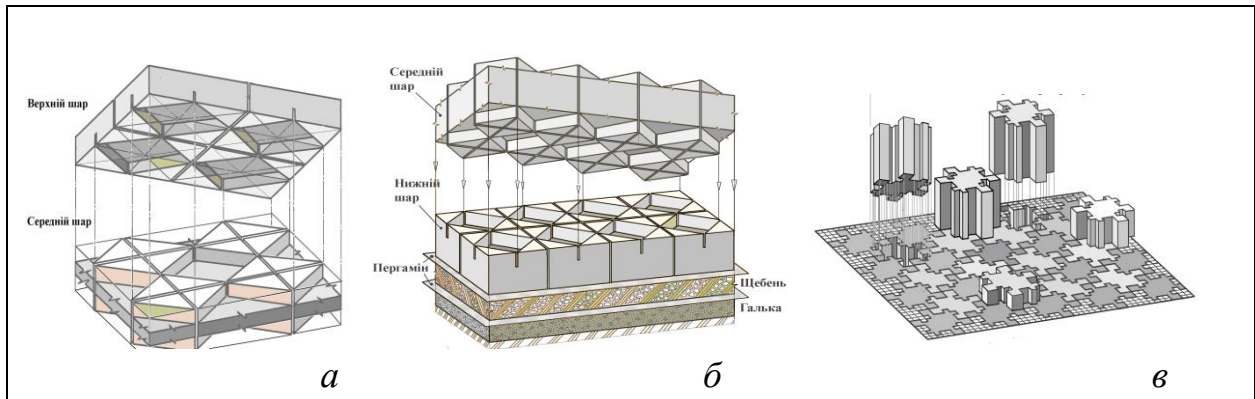


Рис.9. Концепция 3-хслойной взлетно-посадочной полосы и «торцевой шашки»

Проблема более экономичного и быстрого возведения взлетно-посадочных полос аэродромов равно как и благоустройства всех территорий аэропортов не столь актуальна как проблема автодорог, но предлагаемые их концептуальные решения не противоречат здравому смыслу и заслуживают расчетной и экспериментальной проверки, поскольку эксклюзивны и не имеют аналогов в мире.

Вывод: Предложенная в работе концепция замены сплошного асфальтобетонного покрытия автодорог, больших площадей и взлётно-посадочных полос аэродромов сборным синергетическим покрытием, работающим как монолитное, является реальной альтернативой их традиционным решениям.

Список использованных источников

1. Ткач Д.И., Нифанин А.Б. Геометро-графическое исследование процесса фрактального расширения квадрата // в кн. Теорія та методика навчання мате-матики, фізики, інформатики, вип. VIII, том 1, - Кривий Ріг, 2010.
2. Ткач Д.И., Нифанин А.Б. Геометрия трещиностойких и самозамыкающихся структур дорожных покрытий. // Системные технологии, №3 (44), Днепропетровск, 2006.

Анотація

Робота присвячена концептуальному додатку авторської теорії фрактального розширення квадрата до одного з варіантів рішення проблеми реконструкції автошляхів та злітно-посадочних смуг аеродромів.

Ключові слова: Фрактальне розширення, реконструкція, синергетика.

Annotation

This paper is devoted conceptual application of fractal theory the author's extension of the square to one of the solutions to the problem of reconstruction of roads and runway of airfields.

Key words: Fractal expansion, reconstruction, sinergetics