

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ КЛАСИЧНОГО ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ ДО РОЗРАХУНКУ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ, ЩО ЗАЗНАЮТЬ ЗГИНУ, З УРАХУВАННЯМ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ

Представлено практичну методику розрахунку згинальних залізобетонних елементів на основі нелінійного деформування матеріалів. Наведено приклади розрахунку за розробленою методикою.

Введення нових норм проектування залізобетонних конструкцій [1] поставило перед більшістю практичних інженерів питання їх практичного розрахунку. Так як використання формул нових норм [1] без ЕОМ практично неможливе. Загально прийнято, що будь-який розрахунок за допомогою комп'ютерів повинен бути перевірений або оцінений з допомогою класичних та практичних методик. Створення такої методики дасть можливість робити оцінку, перевірку та аналіз проведених комп'ютерних розрахунків.

Розглянемо розрахунок міцності згинальних залізобетонних елементів із одиничним армуванням. Несуча здатність таких елементів повинна визначатись із таких умов:

1) досягнення екстремуму функції несучої здатності $dM_d/d\varepsilon_c=0$ у межах $\varepsilon_{bl} \div \varepsilon_{cu}$ та наступлення текучості у розтягнутій арматурі;

2) досягнення граничних деформацій бетону стиснутої грані ε_{cu} та межі текучості розтягнутої арматури за відсутності екстремуму функції несучої здатності;

3) наступлення екстремуму функції несучої здатності $dM_d/d\varepsilon_c=0$ у межах $\varepsilon_{bl} \div \varepsilon_{cu}$ без досягнення межі текучості арматури;

4) досягнення бетоном граничних деформацій ε_{cu} без досягнення межі текучості арматури та за відсутності екстремуму функції несучої здатності у межах $\varepsilon_{bl} \div \varepsilon_{cu}$;

5) досягнення деформацій у розтягнутій арматурі значення ε_u .

Розрахунок міцності виконують використовуючи рівняння рівноваги зовнішніх сил і внутрішніх зусиль, діаграми деформування бетону та арматури та функцію зміни деформацій по висоті перерізу. В якості функції діаграми деформування бетону необхідно приймати функцію напруг у бетоні, яка б відповідала умовам нелінійного деформування бетону. В нормах [1] запропоновані наступні залежності для нелінійних розрахунків конструкцій: формула норм Eurocode-2 (3.4), поліном п'ятого ступеню (3.5), двох- і трьох лінійна залежність між напругами та деформаціями.

Залежність напруги-деформації для арматури приймається у вигляді двох-лінійної діаграми Прандтля. Розподіл деформацій по висоті перерізу в момент руйнування приймаємо за лінійною залежністю у вигляді:

$$\varepsilon = \frac{1}{r} x \text{ або } x = \frac{\varepsilon}{1/r}, \text{ або } \frac{1}{r} = \frac{\varepsilon}{x}, \quad (1)$$

де ε_b – відносні деформації матеріалу на відстані x від нейтральної лінії, $1/r$ – кривина елемента у перерізі.

Розділимо всі випадки визначення несучої здатності на дві групи: випадки, коли руйнування елемента розпочинається по розтягнутій арматурі (1 і 2) та випадки, за яких руйнування відбувається по бетону без наступлення текучості арматури (3, 4 і 5).

Рівняння суми проекцій зусиль на вісь Z (рис.1) для елементів першої групи подамо у вигляді

$$\int_{A_c} \sigma_c dA_c = f_{yd} A_s. \quad (2)$$

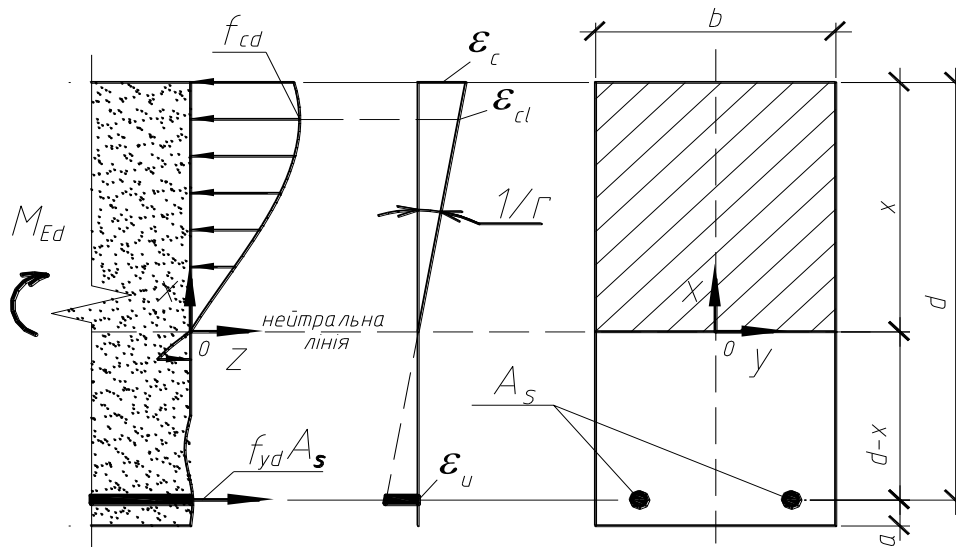


Рис.1. Розрахункова схема зусиль у перерізі (випадки 1 і 2)

Провівши перетворення (2) з підстановкою відповідних значень із (1), отримаємо

$$\frac{b \varepsilon_c x \int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon_c}{\varepsilon_c^2} = f_{yd} A_s. \quad (3)$$

Позначивши

$$C = \frac{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon_c}{\varepsilon_c^2}, \quad (4)$$

висоту стиснутої зони запишемо у вигляді

$$x = \frac{f_{yd} A_s}{b \varepsilon_c C}. \quad (5)$$

Сума моментів зовнішніх сил і внутрішніх зусиль відносно нейтральної осі Y матиме вигляд

$$\int_{A_c} \sigma_c x dA_c - f_{yd} A_s x + f_{yd} A_s d = M_{Ed}. \quad (6)$$

Після деяких перетворень формулу (6) запишемо так

$$\frac{bx^2 \int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon_c}{\varepsilon_c^2} - f_{yd} A_s x + f_{yd} A_s d = M_{Ed}. \quad (7)$$

Підставивши значення x із формули (5), а значення C із формули (4) та прийнявши $\rho_f = A_s / (bd)$, формула (7) набуде вигляду

$$\left(\frac{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon_c}{\left(\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon_c \right)^2} - \frac{\varepsilon_c}{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon_c} \right) \rho_f^2 f_{yd}^2 + \rho_f f_{yd} = \frac{M_{Ed}}{bd^2}. \quad (8)$$

Введемо позначення

$$f_{cy,1} = 6 \left(\frac{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon_c}{\left(\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon_c \right)^2} - \frac{\varepsilon_c}{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon_c} \right) \rho_f^2 f_{yd}^2 + 6 \rho_f f_{yd}. \quad (9)$$

Тоді несучу здатність елементів для випадків першої групи можна визначати за виразом

$$M_{Ed} = f_{cy,1} \frac{bd^2}{6}. \quad (10)$$

Для залізобетонних переармованих елементів (елементи другої групи), руйнування яких розпочинається по бетону (випадки 3, 4, 5), розрахункова схема зусиль подана на рис.2. Провівши перетворення аналогічні описаним вище отримаємо вираз

$$\left(\frac{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon_c}{\left(\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon_c \right)^2} - \frac{\varepsilon_c}{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon_c} \right) \rho_f^2 E_s^2 \varepsilon_c^2 + \rho_f E_s \varepsilon_c = \frac{M_{Ed}}{bd^2}. \quad (11)$$

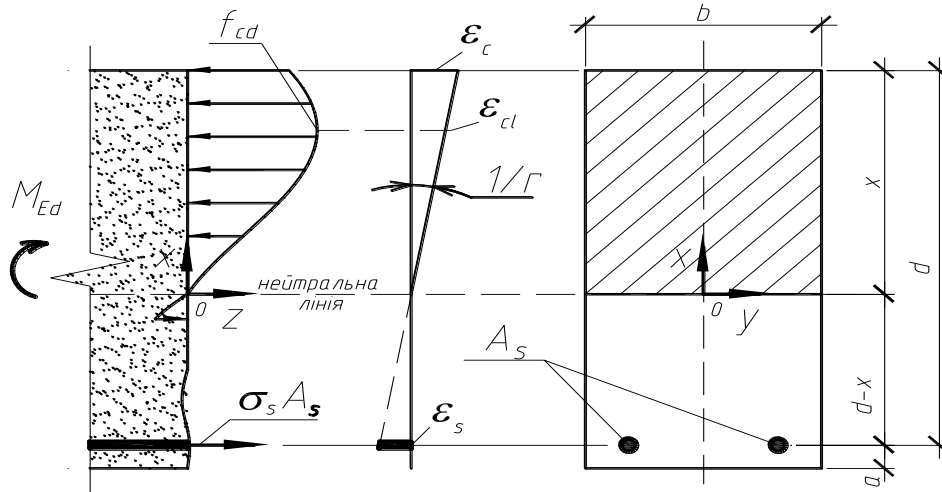


Рис.2. Розрахункова схема зусиль у перерізі (випадки 3, 4, 5)

Введемо позначення

$$f_{cy,2} = 6 \left(\frac{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon_c}{\left(\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon_c \right)^2} - \frac{\varepsilon_c}{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon_c} \right) \rho_f^2 E_s^2 \varepsilon_c^2 + 6 \rho_f E_s \varepsilon_c. \quad (12)$$

Для випадків другої групи несучої здатності елементів можна визначати за таким виразом

$$M_{Ed} = f_{cy,2} \frac{bd^2}{6}. \quad (13)$$

Об'єднаємо два випадки та отримаємо універсальну формулу визначення несучої здатності згинальних залізобетонних елементів із одиничним армуванням

$$M_{Ed} = f_{cy} W_c, \quad (14)$$

де f_{cy} – розрахунковий опір залізобетону на згин (авторське позначення), МПа; W_c – пружний момент опору бетонного перерізу елемента, см³.

Розрахунковий опір залізобетону на згин визначається за виразом

$$f_{cy} = \min \begin{cases} f_{cy,1} = f(f_{cd}, f_{yd}, \rho_f) - \text{формула (9)}; \\ f_{cy,2} = f(f_{cd}, f_{yd}, \rho_f) - \text{формула (12)}. \end{cases} \quad (15)$$

Розрахункові опори залізобетону на згин $f_{cy,1}$, $f_{cy,2}$ визначаються за формулами (9) та (12), відповідно, при граничних деформаціях, які визначаються з умови

$$\frac{df_{cy,i}}{d\varepsilon_c} = 0, \varepsilon_c \in [\varepsilon_{cl}, \varepsilon_{cu}]. \quad (16)$$

Для визначення розрахункового опору залізобетону на згин f_{cy} , буда створена програма на ЕОМ, в якій в якості функції деформування бетону прийнята залежність Eurocode-2 (3.4) [1]. Використовуючи програму, за вищеписаною методикою, була побудована таблиця по визначенню розрахункового опору залізобетону на згин f_{cy} .

Таблиця

Розрахунковий опір залізобетону на згин f_{cy} , МПа

Клас бетону	f_{cy} , МПа за проценту армування ρ_f								
	0.05	0.50	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.50	3.00
$f_{yd}=375$ МПа (А400)									
C8/10	1.10	9.44	14.68	15.12	15.43	15.67	15.86	16.13	16.32
C12/15	1.11	9.97	17.38	20.09	20.85	21.27	21.60	22.10	22.45
C16/20	1.11	10.30	18.70	22.19	25.20	27.38	27.90	28.71	29.29
C20/25	1.11	10.49	19.48	23.40	26.95	30.11	32.88	34.82	35.65
C25/30	1.11	10.60	19.91	24.08	27.93	31.46	34.66	39.64	40.69
C30/35	1.12	10.68	20.24	24.59	28.66	32.45	35.96	42.12	45.45
C32/40	1.12	10.75	20.49	24.98	29.23	33.22	36.96	43.69	49.26
C35/45	1.12	10.81	20.72	25.35	29.76	33.94	37.90	45.16	51.52
C40/50	1.12	10.84	20.88	25.60	30.11	34.42	38.53	46.14	52.94
C45/55	1.12	10.87	21.01	25.80	30.40	34.82	39.05	46.95	54.10
C50/60	1.12	10.90	21.14	26.00	30.69	35.21	39.56	47.75	55.26
$f_{yd}=450$ МПа (А500)									
C8/10	1.32	10.90	14.57	15.02	15.35	15.60	15.79	16.07	16.27
C12/15	1.33	11.66	19.40	20.15	20.70	21.13	21.48	21.99	22.35
C16/20	1.33	12.13	21.53	25.17	26.50	27.16	27.71	28.53	29.13
C20/25	1.33	12.41	22.65	26.95	30.69	32.67	33.42	34.57	35.43
C25/30	1.34	12.57	23.28	27.93	32.12	35.82	37.89	39.33	40.40
C30/35	1.34	12.69	23.74	28.66	33.18	37.28	40.93	43.80	45.10
C32/40	1.34	12.78	24.11	29.23	33.99	38.39	42.40	48.01	49.53
C35/45	1.34	12.86	24.44	29.76	34.75	39.42	43.78	51.43	54.52
C40/50	1.34	12.92	24.67	30.11	35.26	40.11	44.68	52.94	58.52
C45/55	1.34	12.96	24.86	30.40	35.68	40.69	45.43	54.10	61.40
C50/60	1.34	13.01	25.04	30.69	36.10	41.25	46.17	55.26	63.37

Примітка. Проміжні значення визначаються прямолінійною інтерполяцією.

Враховуючи вищесказане, міцність згинального залізобетонного елемента прямокутного поперечного перерізу із одиничним армуванням забезпечена, якщо виконується умова

$$\frac{M_{Ed}}{W_c} \leq f_{cy}. \quad (17)$$

Умова (17) відповідає умові міцності згинальних елементів класичного опору матеріалів та дозволяє вирішувати цілий ряд задач, а саме:

- 1) Перевірку міцності згинальних елементів;*
- 2) Визначення несучої здатності згинальних залізобетонних елементів за відомого армування;*
- 3) Підбір перерізу арматури згинальних залізобетонних елементів;*
- 4) Встановлення необхідних розмірів поперечного перерізу за відомого армування;*
- 5) Варіантне проектування згинальних залізобетонних елементів.*

Розглянемо застосування запропонованого методу розрахунку на прикладах.

Приклад 1.

Залізобетонна балка поперечним перерізом $b \times d = 20 \times 35$ см виготовлена із бетону класу С20/25 та армована $3\varnothing 18$ із сталі класу А400. Визначити максимальний момент, який може сприйняти балка.

Розв'язок.

Обчислюємо процент армування балки

$$\rho_f = \frac{A_s}{bd} \times 100\% = \frac{7,63}{20 \times 35} \times 100\% = 1,09\%.$$

За таблицею, використовуючи лінійну інтерполяцію, визначаємо $f_{cy} = 20,90$ МПа.

Несуча здатність згинального залізобетонного елемента дорівнює

$$M_{Ed} = f_{cy} \frac{bd^2}{6} = 20,90 \times \frac{20 \times 35^2}{6} \times 10^{-3} = 85,35 \text{ кНм.}$$

Приклад 2. Залізобетонна балка поперечним перерізом $b \times d = 30 \times 55$ см має сприйняти момент $M_{Ed} = 350,5$ кНм. Визначити умови, за яких несуча здатність балки буде забезпечена.

Розв'язок.

Визначимо необхідне значення розрахункового опору на згин f_{cy}

$$f_{cy} = \frac{6M_{Ed}}{bd^2} = \frac{6 \times 350,5}{30 \times 55^2} \times 10^3 = 23,17 \text{ МПа.}$$

Таке значення f_{cy} у відповідності з таблицею можна забезпечити:

а) при класі арматури А400 та класі бетону С16/20-С50/60 і процентах армування від 1,25 і більше;

б) при класі арматури А500 та класі бетону С16/20-С50/60 і процентах армування від 1,00 і більше.

Із цих варіантів проектувальник, керуючись матеріальними, економічними та технологічними міркуваннями, приймає варіант, який найбільше влаштує замовника, скажімо клас бетону С16/20 та арматуру класу А500. За цих умов відповідно до таблиці процент армування повинен бути не меншим $\rho_f \approx 1,11\%$ (за лінійною інтерполяцією). Тоді необхідна площа робочої арматури $A_s = \rho_f b d = 0,0111 \times 30 \times 55 = 18,32 \text{ см}^2$. За сортаментом приймемо 4Ø25, $A_s = 19,63 \text{ см}^2$, що відповідає $\rho_f = 0,0119$. За таблицею $f_{cy} = 24,15 \text{ МПа}$.

Фактична несуча здатність балки за прийнятого варіанту

$$M = 24,15 \times \frac{30 \times 55^2}{6} \times 10^{-3} = 365,28 \text{ кНм} > 350,5 \text{ кНм.}$$

Несуча здатність балки забезпечена.

Висновки:

1) У роботі запропонована методика практичного розрахунку міцності залізобетонних згинальних елементів з одичною арматурою на основі деформаційної моделі.

2) На основі цієї методики побудовані таблиці, за допомогою яких можна просто і швидко виконувати розрахунок міцності перearмованих і неперearмованих балок за деформаційною методикою без використання комп'ютерних програм;

3) Аналогічні таблиці розроблені для розрахунку залізобетонних елементів за інших напружено-деформованих станів.

4) Для спрощення роботи проектувальників, інженерів-практиків і студентів будівельних спеціальностей доцільно включити таблиці у посібник з проектування залізобетонних конструкцій.

Список використаних джерел

1. ДБН В.2.6-98:2009. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. – К.:Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.
2. СП 52-101-2003. «Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры». – М.:Госстрой России, 2003.-70 с.
3. ENV 1992-1. Eurokode- 2. Design of concrete structure. Part 1, General rules

and rules for buildings, GEN, 1993.

4. Бамбура А.М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону. Автореф. дисс... докт. техн. наук: 05.23.01.– Х., 2006.– 39 с.

Аннотация

Представлено практическую методику расчета изгибаемых железобетонных элементов на основании нелинейного деформирования материалов. Приведены примеры расчета по предлагаемому методу.

Annotation

The practical method of calculation of the bent reinforce-concrete elements is Presented on the basis of nonlinear deformation of materials. The examples of calculation are resulted on the offered method.