

УДК

Васильченко Г.М.,
Тимофєєв М.В.,
Білоусов В.В.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ПОВІТРЯ В ПОВІТРЯНОМУ ПРОШАРКУ ВЕНТИЛЬОВАНОЇ ФАСАДНОЇ СИСТЕМИ

Запропоновано математичну модель, що розраховує швидкість руху повітря в прошарку вентилярованої фасадної системи при відкритих та закритих отворах, з урахуванням повітропроникності зовнішнього обличкування та дії вітру.

Ключові слова: математичне моделювання, вентилявана фасадна система, повітряний прошарок, швидкість руху повітря.

Актуальність теми. Вентильовані фасадні системи, що активно використовуються в сучасному будівництві, на жаль не мають достатнього наукового супроводження їх проектування. Вентильований повітряний прошарок повинен забезпечувати вільний рух повітря для підтримки у сухому стані утеплювача і збереження в часі його теплотехнічних характеристик. Але на практиці спостерігаються порушення в монтажі системи, коли закриваються продухи в стартових профілях і змінюється таким чином механізм руху повітря. Також вузькі прошарки при значній висоті фасаду можуть не впорюватися з потрібним повітрообміном. Додатковим механізмом постачання повітря в прошарок може розглядатися повітропроникність зовнішнього обличкування та вплив вітру. Виявлення фізичного процесу та його математичне обґрунтування є актуальною науковою проблемою.

Постановка завдання. Для виявлення механізму впливу названих чинників (повітропроникності та дії вітру) є інформація лабораторних досліджень [1], яка може бути використаною в подальших розрахунках. Потрібно встановити механізми руху повітря в прошарку вентилярованої системи МАРМАРОК з прошарком 0,015 м у п'ятиповерховому будинку при двох варіантах експлуатації: варіант 1 – з відкритими і варіант 2 – із закритими продухами в стартових профілях при відомій повітропроникності обличкування та швидкостях вітру 0; 5 та 10 м/с.

Розв'язання завдання. Для моделювання процесів, що відбуваються в вентиляційній фасадній системі розглядається область: зовнішня стіна з утеплювачем, повітряний прошарок, обличкування, зовнішнє середовище. Основний рух повітря в прошарку буде здійснюватися по вертикалі та між зовнішньою поверхнею утеплювача та внутрішньою поверхнею обличкування. На рис.1 представлена геометрична схема, що відноситься до

п'ятиповерхового будинку. Для наочності схема розрахункової області виконана з різними масштабами по вертикалі та горизонталі. Процес руху повітря розглядається в межах двох вертикальних кріпильних елементів по центральній осі. Це дозволяє формулювати модель в плоскій постановці, вважаючи, що рух носить стаціонарний характер і описується наведеними нижче залежностями.

$$(\vec{v}\nabla)\vec{v} = -\frac{1}{\rho}P + \nabla\nu\nabla\vec{v} + \vec{g}\beta T; \quad (1)$$

$$\nabla\vec{v} = 0; \quad (2)$$

$$c\rho(\vec{v}\nabla)T = \nabla\lambda\nabla\vec{v} + Q; \quad (3)$$

де \vec{V} - вектор швидкості, м/с;

P – тиск повітря в прошарку, Н/м²;

ρ - густина повітря, кг/м³;

ν - коефіцієнт кінематичної в'язкості, м²/с;

\vec{g} - прискорення вільного падіння, м/с²;

β - коефіцієнт об'ємного розширення, 1/К;

T – поточна температура, °С;

c – теплоємність при постійному тиску, Дж/(кг·К);

λ - теплопровідність, Вт/(м·К).

Q – кількість теплоти, що передається через обличкування, Вт.

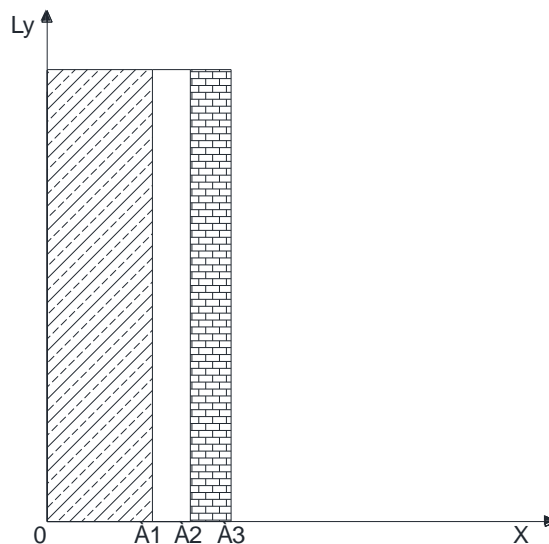


Рис. 1. Схема розрахункової області: (0 – A₁) – утеплена зовнішня стіна, (A₁ – A₂) – повітряний прошарок, (A₂ – A₃) – зовнішнє обличкування.

Вважаємо, що густина повітря є функцією температури, тому що перепади тиску в прошарку будуть незначними. Всі інші параметри повітря не залежать від температури. Система рівнянь (1 – 3) доповнюється граничними умовами, що формулюються в залежності від поставленої задачі.

Варіант 1

Перший варіант, коли торці системи стіна - облицювання відкриті і граничні умови для повітря, що перебуває в стані конвекції, записується у вигляді:

$$x = A_1 \quad u = 0; \quad v = 0; \quad (4)$$

$$x = A_2 \quad u = 0; \quad v = 0; \quad (5)$$

$$y = 0 \quad ; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad u = 0; \quad (6)$$

$$y = L_y \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad u = 0; \quad (7)$$

для температури:

$$x = 0 \quad T = T_k \quad (8)$$

$$x = A_1 \quad \lambda_k \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda_e \frac{\partial T}{\partial x}, \quad T_k = T_e \quad (9)$$

$$x = A_2 \quad \lambda_e \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda_y \frac{\partial T}{\partial x}, \quad T_e = T_y \quad (10)$$

$$x = A_3 \quad \lambda_y \frac{\partial T}{\partial x} = -\alpha(T - T_{cp}); \quad (11)$$

$$y = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (12)$$

$$y = L_y \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

де u і v – горизонтальна та вертикальна компоненти швидкості;

T_k - температура на внутрішній поверхні огороження вважається такою, що дорівнює температурі внутрішнього повітря;

λ - теплопровідність, індекси k, v, y – відповідно утепленої зовнішньої стіни, повітря, зовнішнього облицювання.

Варіант 2

Другий варіант, коли торці системи стіна - облицювання закриті і граничні умови (6) і (7) для повітря що конвектується, записується у вигляді:

$$y = 0 \quad u = 0; \quad v = 0; \quad (14)$$

$$y = L_y \quad u = 0; \quad v = 0; \quad (15)$$

Граничні умови для температури залишаються незмінними.

В першому варіанті тиск в середині прошарку (p_{cp}) буде менше за атмосферний (p), що призведе до додаткового всмоктування повітря через щілини в зовнішньому облицюванні. Виходячи із закону Бернуллі,

швидкість всмоктування u_n буде дорівнювати

$$u_n = \sqrt{2 \frac{p - p_{cp}}{\rho_e}}. \quad (16)$$

В формулі (16) ρ_e – питома вага повітря, кг/м^3 . Вважаємо, що на кожний метр обличкування має місце щілина шириною σ , м. Тому приток повітря буде здійснюватися з інтенсивністю

$$G = \frac{u_n}{\sigma}, \quad (17)$$

А потік тепла через щілину Q , Вт/м^2 , знаходиться як

$$Q = \rho \cdot c \cdot T \cdot G. \quad (18)$$

Метод чисельної реалізації. Система рівнянь (1-3) може бути вирішена різними методами: в природніх змінних: швидкість (u, v) – тиск (p); в змінних вихор (ω) – функція току (ψ). Порівняльні переваги методів (u, v, p) та ($\omega - \psi$) залежать від задачі, що вирішується. Головну роль завжди грає досвід попередніх розрахунків. Але при виборі системи рівнянь за дослідженнями В.В. Білоусова [2] можна зробити висновок, що у більшості випадків (за винятком задач із вільною поверхнею або задач про рух рідини з поверхнями розділу) доцільно брати ($\omega - \psi$) – систему.

Таким чином. при розв'язанні двомірного рівняння з умовами прилипання та непроникності на всіх границях, переважно використовувати ($\omega - \psi$) – систему, що зарекомендувала себе як швидкозбіжна та така, що має високий рівень апроксимації.

Згідно цьому методу компоненти швидкості представляються наступним чином:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega. \quad (19)$$

У зв'язку з цим рівняння (2.1)-(2.3) переписуються в критеріальному вигляді.

$$u \frac{\partial \psi}{\partial x} + v \frac{\partial \psi}{\partial y} = \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) + \text{Pr}^2 Gr \frac{\partial T}{\partial x}; \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (21)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right); \quad (22)$$

а граничні умови для динаміки повітря при відкритих верхніх та нижніх отворах стартових профілів переписуються в вигляді:

$$x = A_1 \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \quad (23)$$

$$x = A_2 \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \quad (24)$$

$$y = 0 \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (25)$$

$$y = L_y \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (26)$$

В формулі (20) і далі прийнято критерії Прандтля (Pr) та Грозгофа (Gr), що описують умови руху повітря [4]. В формулі (22) позначено через a – коефіцієнт температуропровідності, m^2/s .

При закритих верхніх та нижніх отворах в стартових профілях умови (25) та (26) переписуються в вигляді:

$$y = 0 \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \quad (27)$$

$$y = L_y \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \quad (28)$$

Після інтегрування, де це можливо, отримуються наступні динамічні граничні умови:

$$x = A_1 \quad \psi = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \quad (29)$$

$$x = A_2 \quad \psi = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \quad (30)$$

$$y = 0 \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0; \quad \psi = 0; \quad (31)$$

$$y = L_y \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0; \quad \psi = 0; \quad (32)$$

Граничні умови для вихору швидкості формулюються на стадії кінечно-різної апроксимації. Для реалізації чисельними методами генерована кінечно-різносна сітка розміром 50×100 вузлів. Створено програмний об'єкт на мові Delphi 2011 з використанням методів збуреного оператора, різності супротив потоку та прогонки, як це робиться за методикою [3].

Побудова нескладної, але такої що адекватно описує фізичний процес математичної моделі – найбільш складний етап в проведенні теоретичних досліджень. Нижче представлені метод реалізації, рівняння переносу та крайові умови стосовно до задач конвективного теплообміну.

При розв'язанні багатьох задач переносу суцільного середовища неможливо застосувати аналітичні методи до системи диференціальних рівнянь в частинних похідних, що обумовлено нелінійністю та багатовимірністю.

Найбільш придатним методом вирішення поставленої задачі є метод скінчених різностей (метод сіток). За його сутністю область неперервної зміни аргументу замінюється скінченим дискретними множинами точок (вузлів), що утворюють просторово-часову різницеву сітку [2]. Функція неперервної зміни аргументу розглядається як сіткова функція дискретного аргументу, у вузлах сітки. Всі диференційні рівняння та крайові умови, що розглядаються, замінюються їх скінченно-різностними аналогами. В результаті нелінійні диференційні рівняння замінюються нелінійними алгебраїчними рівняннями. Тобто використовується система різносної задачі або різносна схема.

Результати чисельної реалізації. Розрахунки виконано для вказаних двох варіантів в два етапи, в яких враховувались наступні граничні умови. Перший етап: Варіант 1, погода без вітру; Варіант 1, вітер 5 м/с; Варіант 1, вітер 10 м/с. Другий етап: Варіант 2, погода без вітру; Варіант 2, вітер 5 м/с; Варіант 2, вітер 10 м/с. Для врахування швидкості вітру, що діє на поверхню стіни будинку, може бути використана формула

М. А. Михеева [5] для критерію Нусельта (Nu_{cp}), що пов'язує критерії Прандтля (Pr) та Грозгофа (Gr), у вигляді

$$Nu_{cp} = C(GrPr)^n. \quad (33)$$

За наведеною формулою розраховувались коефіцієнти тепловіддачі біля зовнішньої поверхні утеплювача, а потім здійснювалось чисельне моделювання. На рис. 2 представлено ізолінії функції току: а – при відкритих отворах нижнього та верхнього стартових профілів (варіант 1), б – в замкнутому об'ємі (варіант 2). Функції току демонструють кількість повітря (m^2/c), що є однаковим для відстані між поруч розташованими лініями. Для визначення швидкості потрібно скористатися наступним виразом $v_i = (\Delta\psi)/(\Delta y)$. За рис. 2.б очевидним є замкнута циркуляція повітря при закритих отворах стартових профілів. При відсутності вітру повітропроникності обличкування для інфільтрації в нижній частині прошарку та ексфільтрація в верхній частині недостатньо.

На рис. 3 наведено профілі вертикальної складової швидкості руху в середній частині будинку. Поперечний переріз розбито на п'ять рівних частин через 0,003 м. Як видно, в першому варіанті, у теплій поверхні утеплювача спостерігаються висхідні потоки, а біля холодної поверхні обличкування – низхідні. Швидкість конвекції в першому варіанті не перевершує 0,04 м/с. У другому варіанті при відсутності вітру швидкість доходить до 0,1 м/с.

Вплив вітру демонструє рис. 4, на якому наведено результати розрахунків для варіанту 1 при швидкості вітру 5 м/с (ряд 1) та 10 м/с (ряд 2). Зафіксовано значне збільшення швидкості руху повітря у першому випадку

до 0,7 м/с, а у другому – до 1,2 м/с.

Для варіанту 2 вплив вітру є незначним, оскільки відсутні канали прямого зв'язку з оточуючим середовищем. Таким чином для збільшення руху повітря при вітрі потрібно додаткове спонукання, яким може бути встановлення дефлекторів у верхній зоні прошарків.

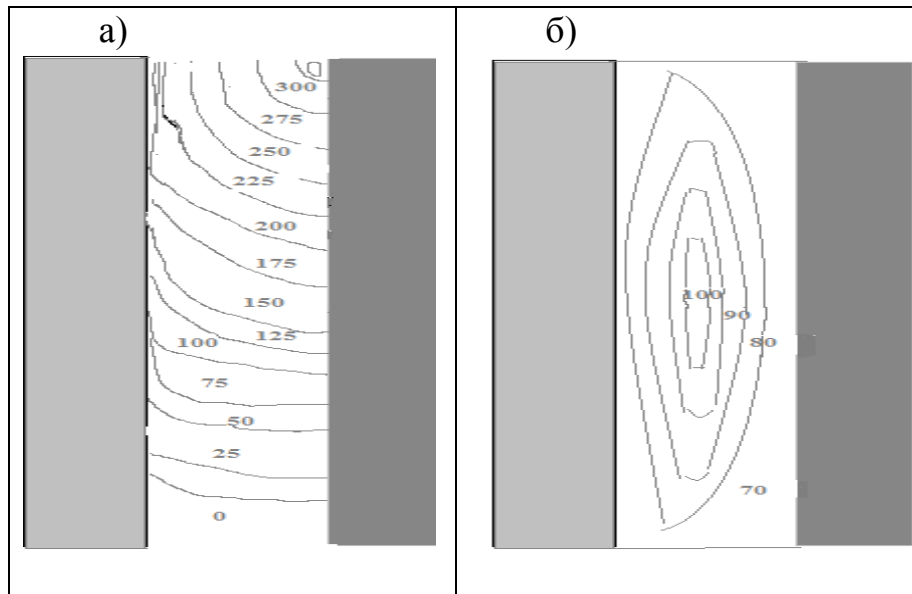


Рис. 2. Лінії току: а - в розімкнутому об'ємі (варіант 1), б – в замкненому (варіант 2).

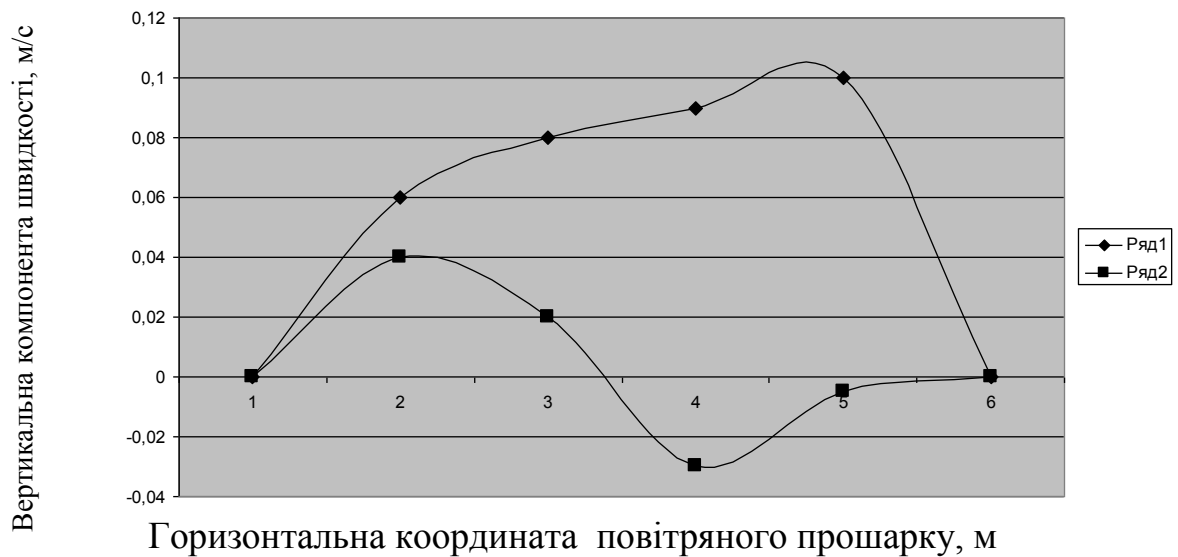


Рис. 3. Розподіл вертикальної складової швидкості для варіанту 1 (ряд 1) та варіанту 2 (ряд 2) в повітряному прошарку по середині будинку при відсутності вітру.

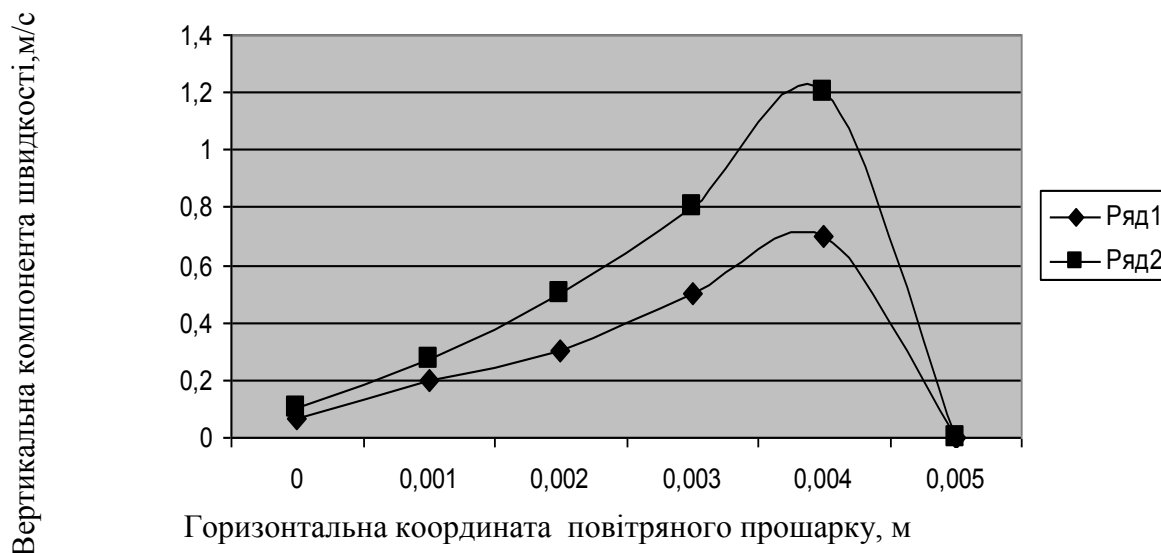


Рис. 4. Розподіл вертикальної складової швидкості для варіанту 1 при швидкості вітру 5 (ряд 1) та 10 м/с (ряд 2) по середині будинку.

Дефлектор з'єднується з трійником і патрубком, котрий входить в вентиляований прошарок крізь горизонтальний канал в парапетній частині зовнішньої стіни. На спосіб розташування дефлектора одержано патент України [4] на корисну модель.

Для виявлення ефекту дії дефлектору було розраховано прогнозовану швидкість руху повітря в прошарку для різних швидкостей вітру, що демонструє табл. 1.

Таблиця 1

Швидкість руху повітря в прошарку при дії вітру

Швидкість вітру, $V_в$, м/с	Швидкість руху повітря в прошарку, V_n , м/с
1	0,34
5	1,7
10	3,4

Згідно параметрів, що закладені в табл. 1, граничні умови у загальному вигляді записуються наступним чином

$$x = A_1 \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \quad (34)$$

$$x = A_2 \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \quad (35)$$

$$y = 0 \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = -V_d; \quad \partial \psi / \partial x = 0; \quad (36)$$

$$y = L_y \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0; \quad \partial \psi / \partial x = 0; \quad (37)$$

де V_d – швидкість руху повітря на виході з дефлектора

Було розраховано три випадки: для погоди без вітру; швидкості вітру 5 м/с та 10 м/с. Проведений чисельний експеримент показав, що якісна картина роботи дефлектором і при відкритих отворах (варіант 1) співпадає, але кількісні значення суттєво відрізняються. На рис. 5 показані розподіли функції току для вказаних випадків.

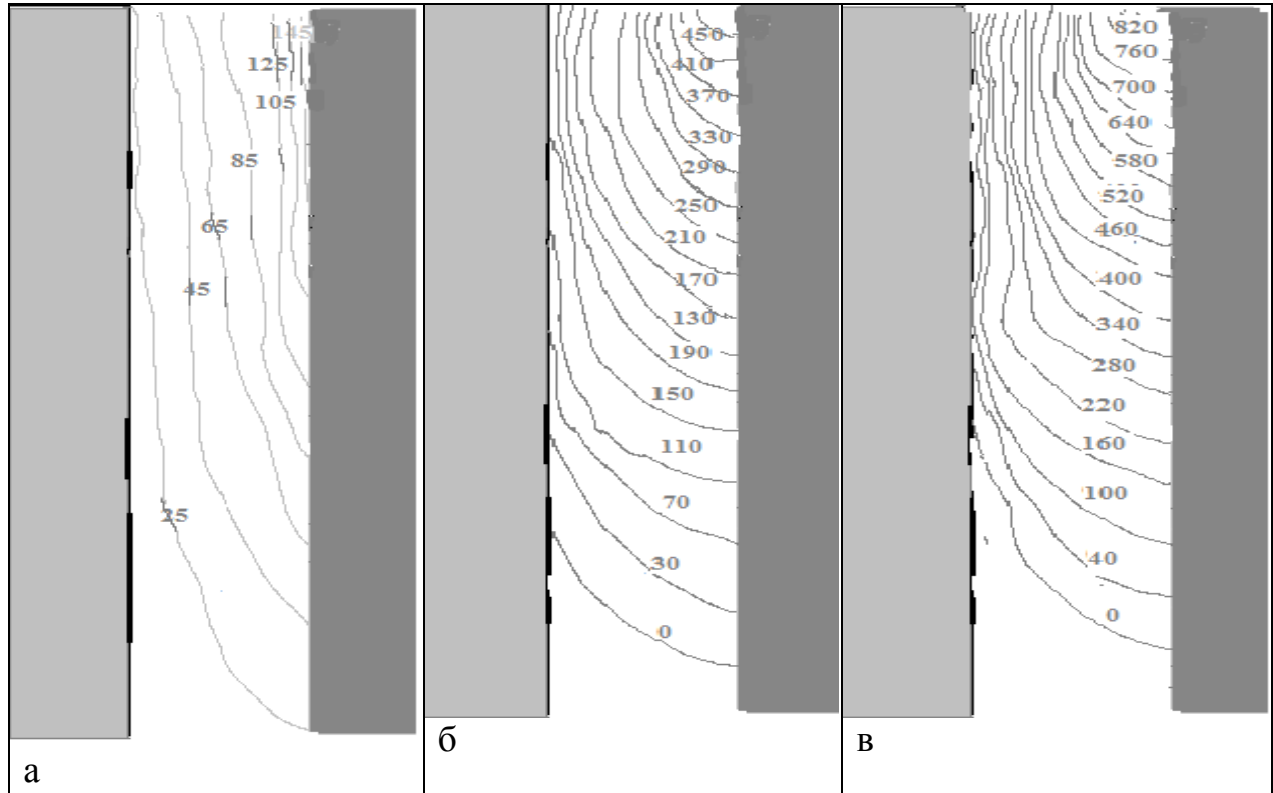


Рис. 5. Лінії току при наявності дефлектору: погода без вітру (а), швидкість вітру 5 м/с (б), те саме 10 м/с (в) (цифри у ліній току- m^2/c).

Рис 6 демонструє, що за допомогою дефлектора швидкість руху повітря навіть в середині будинку зростає до 1,2 м/с при вітрі 5 м/с та до 2,5 м/с при вітрі 10 м/с. З урахуванням отриманого результату можна спрогнозувати негативне явище, пов'язане з можливістю утворення ефекту вакууму. Відсмоктуюча спроможність дефлектора перевищує можливість підтоку повітря крізь зовнішнє обличчювання. Такий випадок відноситься до роботи дефлектора на умовному вертикальному прошарку на всю висоту будинку. Оскільки в системі, що розглядається, є можливість підтоку повітря зі всіх боків, то при встановленні дефлекторів с певним кроком по площині фасаду цей негатив може невілюватися.

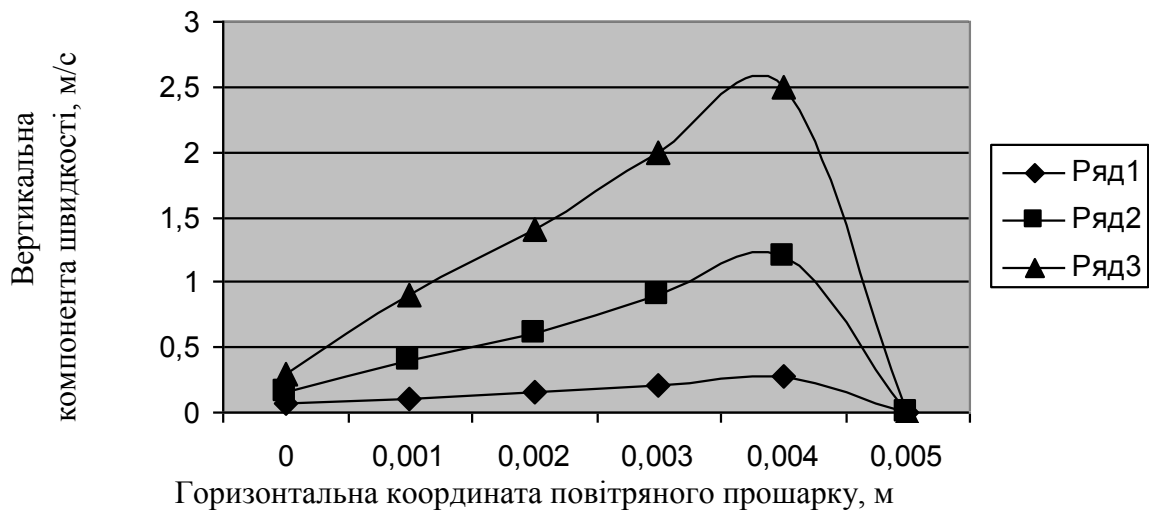


Рис. 6. Розподіл вертикальної компоненти швидкості в повітряному прошарку на середині будинку при використанні дефлектору: (ряд 1) швидкість вітру 10 м/с, (ряд.2) - 5 м/с, (ряд.3) – без вітру.

Висновки

1. Розроблено математичну модель руху повітря в прошарку вентиляційної фасадної системи, що враховує повітропроникність зовнішнього облицювання та дії вітру. Модель реалізована на мові Delphi 2011 з використанням методів збуреного оператора, різності супротив потоку та прогонки.

2. Розрахунки для розімкнутих повітряних прошарків при відсутності вітру виявили рух повітря на рівні 0,1 м/с. При дії вітру швидкість зростає до $0,7 \pm 1,2$ м/с при вітрі 5 ± 10 м/с. Збільшенню швидкості руху повітря сприяє повітропроникність зовнішнього облицювання.

3. Замкнені повітряні прошарки, що створюються при конструктивних порушеннях вентиляційних систем, сприяють виникненню застійних зон з мінімальним конвективним рухом повітря на рівні 0,04 м/с. Дія вітру не створює постійного руху в прошарку, а є механізмом локального переміщення повітря в середині прошарку.

4. Встановлення дефлектору в верхній частині прошарку активізує рух повітря в прошарку зі швидкістю $1,2 \pm 2,5$ м/с при швидкості вітру 5 ± 10 м/с.

5. Потрібні додаткові дослідження, що дозволять встановити крок розташування дефлекторів для унеможливлення ефекту вакууму і ефективній роботі.

Список використаних джерел

1. Васильченко Г.М. Повітропроникність вентиляованої фасадної системи «СКАНПРОК» - Львів, ГАС - 2009. – с. 75 - 79.
2. Недопекин Ф.В. Затвердевание металлов и металлических композиций / Ф.В. Недопекин, В.Е. Хрычиков, В.В. Белоусов и др.// Наукова думка, Киев, 2009.- 412 с.
3. Роуч П. Вычислительная гидродинамика.- М.: Мир, 1981.- 480 с.
4. Белоусов В.В. Основы тепломассопереноса и теплофизика замкнутых объемов / В.В.Белоусов, Н.И. Болонов //Учебное пособие. Донецк, Юго-Восток 2003. – 135 с.
5. Михеев М. А., Михеева И.М.Основы теплопередачи. М., Энергия, 1973. – 320 с.
6. Спосіб активізації руху повітря у прошарках вентиляованих фасадів. Патент України на корисну модель № 64781. Відомості, бюл. № 22 від 25.11.2011.

Аннотация

Предложена математическая модель, которая рассчитывает скорость движения воздуха в прослойке вентилированной фасадной системы при открытых и закрытых отверстиях, с учетом воздухопроницаемости внешней облицовки и действия ветра.

Ключевые слова: математическое моделирование, вентилированная фасадная система, воздушная прослойка, скорость движения воздуха.

Annotation

A mathematical model that calculates the velocity of air in the layer ventilated facade system for open and closed holes, taking into account the air permeability of the outer cladding and the wind.

Key words mathematical modeling, ventilated facade system, air space, air velocity.