

УДК 624.072.2.012

Микитенко С.М., к. т. н.,³⁵
Полтавський національний
технічний університет імені Юрія
Кондратюка, м. Полтава

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ УМОВНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ В РОЗРАХУНКАХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Анотація. На основі оптимізаційного підходу розроблено алгоритми розрахунку несучої здатності поперечного перерізу залізобетонних елементів з урахуванням нелінійного деформування стиснутого бетону відповідно до ДБН В.2.6-98:2009.

Ключові слова: оптимізація, деформаційна модель, несуча здатність.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. З 2011 року в Україні набули чинності нові нормативні документи з проектування залізобетонних конструкцій [1, 2], які базуються на підходах, закріплених у європейських нормах. До розрахунків несучої здатності залізобетонних конструкцій застосовано підходи, які ґрунтуються на нелінійній деформаційній моделі стиснутого бетону. При цьому одночасно враховуються не тільки зусилля в бетоні та арматурі, а також їх деформації. Відповідно до нових норм вичерпання несучої здатності може характеризуватися декількома ознаками: 1) досягнення максимального згинального моменту M_{MAX} або поздовжньої сили N_{MAX} , які можуть сприйматися поперечним перерізом; 2) руйнування стиснутого бетону внаслідок досягнення фібровими деформаціями граничних значень ϵ_{cu1} ; 3) розрив арматурних стержнів унаслідок досягнення граничних

³⁵ © Микитенко С.М.

деформацій ε_{ud} . Розрахунок згідно нових норм, більш складний ніж у попередніх нормах, алгоритм, наведений у додатку А [2], передбачає ітераційну процедуру тільки перевірки несучої здатності поперечного перерізу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Розробленню методів розрахунків несучої здатності на основі нелінійної деформаційної моделі бетону приділяється значна увага дослідників. Можна виділити два напрями розв'язування цієї проблеми: перший – це числові методи, а другий аналітичні. Результати аналітичних розробок викладено в роботах [3, 4], зокрема у роботі [3] запропоновано розрахунки перевірки міцності та підбору арматури з використанням ітераційного процесу. В статті [4] розглядається інженерний підхід, який не потребує громіздких розрахунків, але не завжди задовольняє вимогам досягнення граничного стану в перерізі. Реалізація числових методів передбачає застосування спеціальних програм розрахунку, зокрема на сайті <http://mqn.com.ua> можна виконати он-лайн розрахунок несучої здатності прямокутного перерізу, отримати діаграму «момент – кривизна» або «стискальна сила – деформація бетону».

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, яким присвячується стаття. Наведені методи розрахунку міцності поперечного перерізу, які ґрунтуються на нелінійній деформаційній моделі стиснутого бетону, мають свої переваги, але загальним недоліком можна вважати відсутність прямих, не ітераційних методів розрахунку площі арматури й точного визначення величин M_{MAX} або N_{MAX} . У статті пропонується розв'язування задач визначення міцності та підбору арматури в поперечному перерізі зігнутих і позацентрово стиснутих залізобетонних

елементах. Ці методи ґрунтуються на оптимізаційних методах і задовольняють усім трьома вимогам досягнення граничного стану.

Метою роботи є розроблення методів розрахунку несучої здатності зігнутих та позакентровано стиснутих залізобетонних елементів, котрі ґрунтуються на основі екстремального критерію з урахуванням нелінійної деформаційної моделі стиснутого бетону.

Виклад основного матеріалу. В основу розрахунків покладено передумови, викладені в нормах [1, 2]. Розглядається прямокутний переріз, армований стиснутою A_{S1} і менш стиснутою або розтягнутою A_{S2} арматурами. Для розрахункового перерізу приймається гіпотеза плоских перерізів. Напружено-деформований стан поперечного перерізу зображено на рисунку 1, робота бетону в розтягнутій зоні не враховується. Розглядаються дві форми рівноваги прямокутного перерізу: перша – весь переріз стиснутий (рис. 1, б, в); друга – частина перерізу розтягнута (рис. 1, г, д). Напруження та деформації в арматурі обмежуються залежностями:

$$\sigma_{Si} = \varepsilon_{Si} E_{Si}; \quad \sigma_{Si} \leq f_{yd}; \quad \sigma_{Si} \leq f_{yd}; \quad \varepsilon_{Si} \leq \varepsilon_{ud}. \quad (1)$$

Напруження в бетоні стиснутої зони перерізу описуються рівнянням 3.5 [1]

$$\sigma_c = f_{cd} \sum_{k=1}^5 a_k \gamma^k, \quad (2)$$

де $\gamma = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1,cd}$, a_k – скориговані коефіцієнти полінома, визначаються нормами [1, додаток Д].

Максимальні фіброві деформації в стиснутому бетоні обмежені величиною ε_{cu1} .

$$\varepsilon_{c(1)} \leq \varepsilon_{cu1} \quad (3)$$

Урахувавши викладені вище передумови та розрахункову схему (рис.1), можна записати по дві умови для кожної форми рівноваги, котрі є окремими випадками рівнянь (4.1) – (4.4) [2].

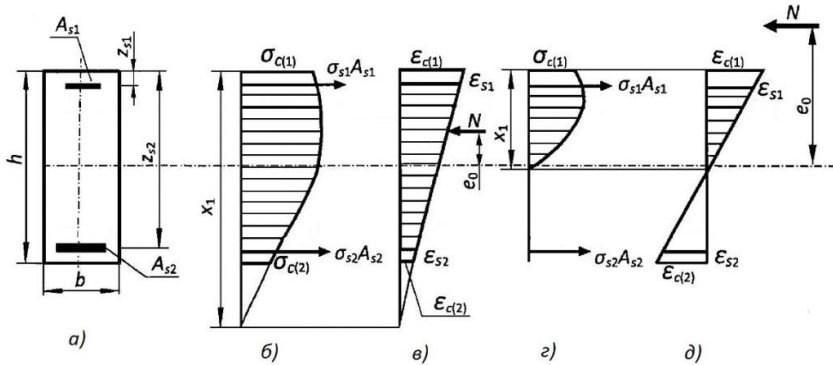


Рис. 1. – Напружено-деформований стан прямокутного перерізу:
a – поперечний переріз елемента; *b* – епюра напружень для першої форми рівноваги; *в* – епюра деформацій для першої форми рівноваги; *г* – епюра напружень для другої форми рівноваги; *д* – епюра деформацій для другої форми рівноваги

Для першої форми рівноваги (рис. 1, *a*, *б*, *в*)

$$\sum X = 0; \quad \frac{b \cdot f_{cd}}{\bar{\kappa}} \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+1} \left(\frac{\varepsilon_{c(1)}^{k+1} - \varepsilon_{c(2)}^{k+1}}{\varepsilon_{c(1)}^{k+1}} \right) + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} - N = 0 \quad (4)$$

$$\sum M = 0; \quad \frac{b \cdot f_{cd}}{\bar{\kappa}^2} \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \left(\frac{\varepsilon_{c(1)}^{k+2} - \varepsilon_{c(2)}^{k+2}}{\varepsilon_{c(1)}^{k+2}} \right) + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} (X_1 - Z_{si}) - M = 0 \quad (5)$$

Для другої форми рівноваги (рис. 1, *a*, *г*, *д*)

$$\Sigma X=0; \quad \frac{b \cdot f_{cd}}{\bar{N}} \Sigma_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+1} \gamma^{k+1} + \Sigma_{i=1}^n \sigma_{Si} A_{Si} - N = 0, \quad (6)$$

$$\Sigma M = 0; \quad \frac{b \cdot f_{cd}}{\bar{N}^2} \Sigma_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \gamma^{k+2} + \Sigma_{i=1}^n \sigma_{Si} A_{Si} (X_1 - Z_{Si}) - M = 0. \quad (7)$$

Додатковими залежностями умовної оптимізації будуть:

1) умова кривизни отримана з гіпотези плоских перерізів

$$\bar{N} = \frac{1}{r} = \frac{(\varepsilon_{c(1)} - \varepsilon_{c(2)})}{h}; \quad (8)$$

2) відносна кривизна

$$\bar{N} = \frac{N}{\varepsilon_{c1,cd}}; \quad (9)$$

3) висота стиснутої зони бетону

$$X_1 = \frac{\varepsilon_{c(1)}}{\bar{N}}; \quad (10)$$

4) деформації стиснутої ε_{S1} , та розтягнутої ε_{S2} арматур

$$\varepsilon_{S1} = \bar{N}(X_1 - Z_{S1}); \quad \varepsilon_{S2} = \bar{N}(X_1 - Z_{S2}); \quad (11)$$

5) напруження в стиснутій σ_{S1} , та розтягнутій σ_{S2} арматурах

$$\sigma_{S1} = E_{S1} \cdot \varepsilon_{S1}; \quad \sigma_{S2} = E_{S2} \cdot \varepsilon_{S2}. \quad (12)$$

Застосування оптимізаційних критеріїв міцності розглядається в роботі [5], де несуча здатність елемента визначається величиною M_{MAX} . Розв'язування задач із визначення несучої здатності поперечного перерізу або підбору площі арматури буде здійснюватися з використанням критерію оптимальності K_0 , котрий по суті є цільовою

функцією оптимізаційної задачі. Знаходження K_0 може здійснюватися методами безумовної або умовної оптимізації [6]. Безумовна оптимізація передбачає знаходження K_0 без якихось обмежень; при умовній оптимізації необхідно дотримуватись обмежень, які можуть бути у вигляді рівнянь чи нерівностей.

Визначення несучої здатності поперечного перерізу. Для визначення несучої здатності поперечного перерізу використовуються методи умовної оптимізації. Необхідно знайти максимальне значення критерію оптимальності K_{MAX} при обмеженнях у вигляді нерівностей (1), (3) та рівняння (4). Вираз для критерію оптимальності для першої форми рівноваги отримаємо з формули (5)

$$K_{MAX} = N_{MAX} = \left[\frac{b \cdot f_{cd}}{\bar{N}^2} \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \left(\frac{\varepsilon_{c(1)}^{k+2} - \varepsilon_{c(2)}^{k+2}}{\varepsilon_{c(1)}^{k+2}} \right) + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} (X_1 - Z_{si}) \right] \cdot e_0 \quad (13)$$

Залежності (1) та (5) відповідають критерію вичерпання несучої здатності перерізу, котрий викладено в нормах [2, п.4.1.1].

Для визначення несучої здатності поперечного перерізу за другою формою рівноваги (рис. 1, з, д) максимальне значення критерію оптимальності K_{MAX} знаходиться при обмеженнях у вигляді нерівностей (1), (3) та рівняння (6). Вираз для критерію оптимальності для другої форми рівноваги отримаємо з формули (7)

$$K_{MAX} = M_{MAX} = N \cdot e_0 = \frac{b \cdot f_{cd}}{\bar{N}^2} \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \gamma^{k+2} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} (X_1 - Z_{si}) \quad (14)$$

Вихідними даними для такої задачі будуть характеристики поперечного перерізу h , b , Z_{S1} , Z_{S2} , A_{S1} , A_{S2} , бетону f_{cd} , $\varepsilon_{cu1,cd}$, $\varepsilon_{cu2,cd}$, арматури f_{yd1} , f_{yd2} , ε_{ud1} , ε_{ud2} та

коефіцієнти полінома a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 . Невідомими величинами у цій задачі будуть фіброві деформації бетону $\varepsilon_{c(1)}, \varepsilon_{c(2)}$ та значення згинального моменту M_{MAX} (рис. 2), який може сприйняти поперечний переріз.

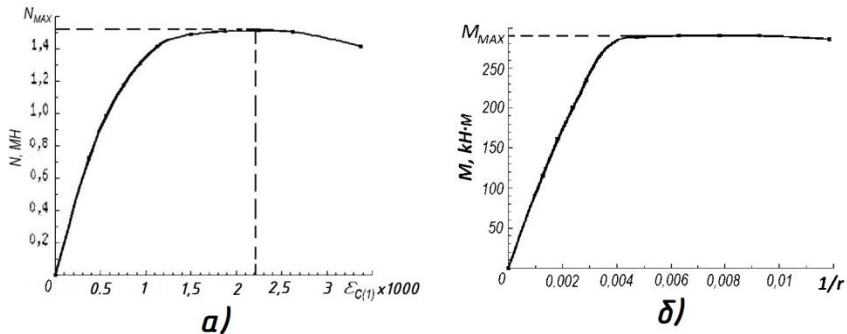


Рис. 2. Діаграми граничного стану елемента:

а) діаграма «стискальна сила – деформація бетону»; б) діаграма «момент – кривизна»

Для розв'язування оптимізаційної задачі була застосована вбудована в табличний процесор MS Excel програма Solver. Процедура умовної оптимізації в Excel 2007 викликається командою «Данные/Анализ/Поиск решения». На рис. 3 показано компонування алгоритму розрахунку та числовий приклад на робочому листі Excel 2007.

Результатом розрахунку є значення фібрових деформацій бетону $\varepsilon_{c(1)}, \varepsilon_{c(2)}$, максимальне значення M_{MAX} , також будуть розраховані деформації $\varepsilon_{s1}, \varepsilon_{s2}$ та напруження в стиснутій σ_{s1} та розтягнутій σ_{s2} арматурах. Сам процес розрахунку триває декілька секунд. Якщо дослідити область $\varepsilon_{c(1)} \pm \Delta\varepsilon_{c(1)}$, де $\Delta\varepsilon_{c(1)} = 0,001\varepsilon_{c(1)}$, то виявиться, що за результатами розрахунку отримано глобальний екстремум.

Розрахунок площі поперечного перерізу арматури.
Розв'язання задачі знаходження площі поперечного перерізу

арматури має важливе значення для проектування нових конструкцій, хоча алгоритму для її вирішення в нормах [1, 2] не наведено. Для визначення площі поперечного перерізу арматури теж пропонується використати методи умовної оптимізації. Необхідно знайти задане значення критерію оптимальності K_{DET} при обмеженнях у вигляді нерівностей та рівнянь (1), (3), (4).

Вираз для критерію оптимальності K_{DET} для першої форми рівноваги теж отримано з формули (5)

$$K_{DET} = N e_o = \frac{b \cdot f_{cd}}{\bar{S}^2} \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \left(\frac{\varepsilon_{c(1)}^{k+2} - \varepsilon_{c(2)}^{k+2}}{\varepsilon_{c(1)}^{k+2}} \right) + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} (X_i - Z_{si}), \quad (15)$$

де N – стискальна сила від зовнішнього навантаження, на дію якої необхідно розрахувати площу поперечного перерізу арматури.

Вихідними даними для такої задачі будуть значення стискальної сили N , ексцентриситет e_o , характеристики поперечного перерізу h , b , Z_{S1} , Z_{S2} , бетону f_{cd} , $\varepsilon_{cu1,cd}$, $\varepsilon_{c1,cd}$, арматури f_{yd1} , f_{yd2} , ε_{ud1} , ε_{ud2} та коефіцієнти полінома a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 . Невідомими величинами у цій задачі будуть фіброві деформації бетону $\varepsilon_{c(1)}$, $\varepsilon_{c(2)}$ та площі поперечного перерізу стиснутої A_{S1} , та розтягнутої A_{S2} арматур.

Для другої форми рівноваги критерій оптимальності можна отримати з рівняння (7)

$$K_{DET} = M = N \cdot e_o = \frac{b \cdot f_{cd}}{\bar{S}^2} \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \gamma^{k+2} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} (X_i - Z_{si}) \quad (16)$$

де M – згинальний момент зовнішнього навантаження, на дію якого необхідно розрахувати площу поперечного перерізу арматури.

Проблеми розвитку міського середовища. Вип.2 (12) 2014

Chart 1		fx						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	РОЗРАХУНОК МІЦНОСТІ НОРМАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗІВ ЗІГНУТИХ ЗБК							
2	ВІДПОВІДНО ДО ДЕН В.2.6-98:2009 (ДСТУ Б В.2.6-156:2010)							
3	$M=$	0,7	Клас бетону C 15		a_1	3,3358	3,3358	
4	$b=$	0,3	γ_{b2}	1	a_2	-4,4171	-4,4171	
5	$h=$	0,8	f_{cd}	8,5	a_3	2,9586	2,9586	
6	$\alpha_{s1}=$	0,03	$\varepsilon_{cu1,cd}$	0,0037	a_4	-1,0093	-1,0093	
7	$\alpha_{s2}=$	0,03	$\varepsilon_{c1,cd}$	0,00158	a_5	0,1319	0,1319	
8	$Z_{s1}=$	0,03	Клас арматури A 400					
9	$Z_{s2}=$	0,77	f_{yk}	400		-0,0017316		
10	$A_{s1}=$	0,0010221	E_s	210000		7,65		
11	$A_{s2}=$	0,0028688	γ_{s2}	1,1				
12	$\varepsilon_{c(1)}=$	0,0024373	f_{ydc}	-363,6				
13	$\varepsilon_{c(2)}=$	-0,0037327	f_{ydc}	363,6		0,0017316		
14	$n=1/r=$	0,0077126						
15	$\gamma=$	1,5425952	$\xi_z=$	0,410		0,00092339		
16	$X_1=$	0,3160174	$\mu=$	1,241885572				
17	$N/\varepsilon_{c1,cd}=$	4,8813612				4,08163986		
18	$\varepsilon_{s1}=$	0,0022059	k=1	3,968934797		-6,2529528		
19	$\varepsilon_{s2}=$	-0,0035014	k=2	-5,404703953		5,16863825		
20	$\sigma_{s1}=$	363,6	k=3	4,188265194		-2,2666313		
21	$\sigma_{s2}=$	-363,6	k=4	-1,763234837		0,39166124		
22	$\Sigma X=0$	-1,835E-07	k=5	0,296213885				
23	$M_u=$	0,7000005	$\Sigma(k+1)$	1,285475086				
24	$M_u-M=0$	4,627E-07	$\Sigma(k+2)$	1,12E+00				
25	$A_{s1}+A_{s2}=$	0,0038908						
26								
27								

Рис. 3. Робочий аркуш Excel для виконання розрахунків

Результатом розрахунку будуть значення A_{S1} , A_{S2} , $\varepsilon_{c(1)}$, $\varepsilon_{c(2)}$, кривизна $1/r$, деформації ε_{s1} , ε_{s2} та напруження в стиснутій σ_{S1} і розтягнутій σ_{S2} арматурах. Якщо виявиться, що $A_{S1} = 0$, то стиснута арматура за розрахунком не потрібна. За результатами розрахунку будується діаграма напружено-деформованого стану елемента (рис. 4). За діаграмою можна візуально контролювати рівень деформацій та напружень в поперечному перерізі елемента, а також межі переармування.

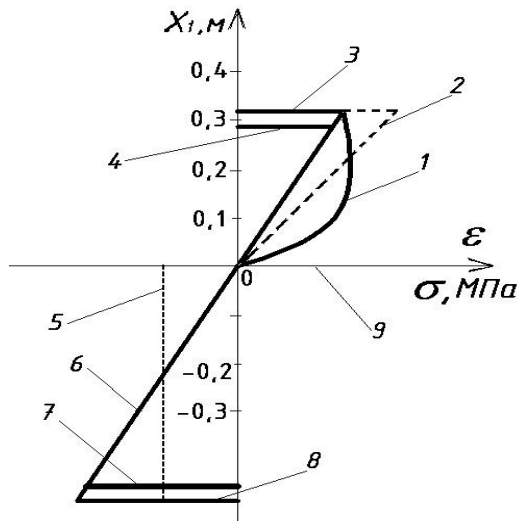


Рис. 4. Діаграма напружено-деформованого стану елемента: 1– еюра напружень в стиснутому бетоні; 2– граничні стискальні деформації в бетоні; 3–максимальна деформація стиснутого бетону; 4– деформація стиснутої арматури; 5– межа переармування; 6– еюра деформацій; 7– деформація розтягнутої арматури; 8– максимальна деформація розтягнутого бетону; 9– нейтральна вісь елемента

Висновки:

1. На основі методів умовної оптимізації розроблено алгоритми визначення несучої здатності поперечного перерізу та розрахунку площі поперечного перерізу арматури згідно діючих норм [1, 2].

2. Розроблені алгоритми дають можливість одночасно контролювати фіброві деформації в бетон та арматурі, межу переармування перерізу та максимальне значення згинального моменту M_{MAX} або поздовжньої сили N_{MAX} .

3. Для реалізації алгоритмів не потрібно спеціальних комп'ютерних програм. Для таких задач можна

застосовувати програму Solver в складі табличного процесора MS Excel.

Література

1. ДБН В.2.6-98:2009. Конструкції будинків в споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення: чинний з 2011-06-01. –К.: Мінрегіонбуд України, 2011. –73 с.

2. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Конструкції будинків в споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування: чинний з 2011-06-01. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 123 с.

3. Бабич, Є.М. Розрахунок несучої здатності поперечних перерізів згинальних залізобетонних елементів // Є.М. Бабич, В.Є. Бабич, В.В. Савицький / Ресурсоекономі матеріали, будівельні конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2012. – Вип. 23. – С. 94 – 103.

4. Павліков, А.М. Застосування нелінійної деформаційної моделі в інженерних розрахунках міцності залізобетонних елементів // А.М. Павліков / Ресурсоекономі матеріали, будівельні конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2012. – Вип. 23. – С. 355 – 363..

5. Митрофанов, В.П. Екстремальний критерій міцності залізобетонних елементів у деформаційній моделі / В.П. Митрофанов, А.М. Павліков // Будівельні конструкції: зб. наук. праць. – К.: НДІБК, 2005. – Вип. 62, Т.1. – С. 205 – 213.

6. Банди, Б. Методы оптимизации. Вводный курс / Б. Банди; пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с.

Anotation. On the basis of optimization approach the algorithms of calculation of bearing strength of cross-sectional of reinforce-concrete elements are worked out taking into account nonlinear deformation of the compressed concrete in accordance with ДБН В.2.6-98: 2009.

Keywords: optimization, deformation model, bearing strength.

Аннотация. На основе оптимизационного подхода разработаны алгоритмы расчета несущей способности поперечного сечения железобетонных элементов с учетом нелинейного деформирования сжатого бетона в соответствии с ДБН В.2.6-98: 2009.

Ключевые слова: оптимизация, деформационная модель, несущая способность.

Стаття надійшла до редакції у грудні 2013р.