УДК 37:[001:311.21

Свиридюк Володимир Васильович,
викладач іноземних мов

КВНЗ «Житомирський інститут медсестринства»
Житомирської обласної ради
вул. Велика Бердичівська 46/15
м. Житомир, 10001, Україна
КВУЗ «Житомирский институт медсестринства»
Житомирского областного совета
ул. Большая Бердичiвская 46/15, г. Житомир, 10001, Украина
MHEI «Zhytomyr Nursing Institute»
of Zhytomyr Regional Council
street Velyka Berdychivska 46/15, Zhytomyr, 10001, Ukraine

ТЕОРІЯ ФРАКТАЛІВ ТА ЇЇ ВИКОРИСТАННЯ В ПЕДАГОГІЦІ

Постановка проблеми. Термін «фрактал» запровадив до наукового обігу математик Бенуа Мандельброт, який дав йому наступне визначення: «Фракталом називається структура, що складається з частин, які певним чином подібні до цілого» [1, с. 1; 2, с. 1]. Він проілюстрував своє математичне бачення фрактала захоплюючими зображеннями, зробленими за допомогою комп'ютера. Ці зображення привернули увагу інших дослідників, що призвело до широкого розповсюдження і вживання терміну «фрактал», а теорія фракталів знайшла своє прикладне використання у багатьох галузях людської діяльності. Зокрема вона лягла в основу наукометрії та з успіхом використовується в інфоматиці, освіті і медицині [3, с. 35-39; 4, с. 86].

Аналіз останніх досліджень та публікацій свідчить про надзвичайну продуктивність теорії фракталів. Кількість сайтів Інтернету з ключовим словом «fractal» наростає в геометричній прогресії. Завдяки прогностичному значенню індексу Херста та розмірності Хаусдорфа-Безіковича, найбільш стрімко теорія фракталів набуває прикладного значення в освітній галузі, економіці та соціології.

Мета роботи: провести аналіз перспективних підходів щодо доцільності використання наукометричних методів, що ґрунтуються на теорії фракталів, у галузі освіти.

Для досягнення мети використані методи контент-аналізу, системного аналізу та логічного узагальнення.

Виклад основного матеріалу. Об'єкти, які тепер називаються фракталами, були відомі задовго до того, як отримали таку назву. Ідею «рекурсивної самоподібності» було висунуто Ґотфрідом Вільгельмом Лейбніцом. У 1872 Карл Веєрштрас побудував приклад функції, скрізь неперервної, але ніде недиференційованої. Графік цієї функції на сьогодні вважають типовим фракталом. У 1904 р Хельга фон Кох розробив геометричне означення схожої функції, яка тепер має назву «Фрактал сніжинка Коха» [1, с.1; 2, с. 1; 5, с. 94-102].

Ідею самоподібних кривих було далі розвинено Полем П'єром Леві, який у своїй роботі «Криві та поверхні на площині і в просторі, які складаються із частин, схожих на ціле», виданій у 1938 р., описав фрактальну криву, відому тепер, як крива Леві [1, с.1; 2, с. 1; 5, с. 94-102].

Ґеорг Кантор навів приклади підмножин дійсних чисел із незвичними властивостями. Ці множини тепер називаються фракталами Кантора. Ітераційні функції на комплексній площині досліджувалися в кінці XIX-го та на початку XX-го століть Анрі Пуанкаре, Феліксом Клейном, П'єром Фату та Ґастоном Жюлія. Проте за браком сучасної комп'ютерної графіки у них забракло засобів відобразити красу і наукову значимість багатьох із відкритих ними об'єктів [1, с.1; 2, с. 1; 5, с. 94-102].

У 60-их роках XX століття Бенуа Мандельброт розпочав дослідження статистичних самоподібностей з дробовими розмірностями. У 1975 році він вперше використав слово «фрактал» як назву для об'єктів, розмірність Хаусдорфа-Безіковича, яких є дробовою на відміну від топологічної розмірності, яка є завжди цілим додатнім числом. В арсеналі математики Бенуа Мандельброт знайшов зручну кількісну міру неідеальності об'єктів: звивистості контура, зморшкуватості поверхні, пористості об'єму. Цю міру запропонували два математики: Фелікс Хаусдорф (1868-1942) та Абрам Самойлович Безікович (1891-1970) [1, с.1; 2, с. 1; 4, с. 85; 5, с. 94-102].

Крім вищезгаданих сніжинки Коха, кривої Леві, множин Кантора, до фракталів належать фрактал Ляпунова, трикутник Серпінського, килим Серпінського, губка Менгера, крива дракона тощо [1, с.1; 2, с. 1; 5, с. 94-102].

На рис. 1 зображено трикутник Серпінського. Трикутник Серпінського (його ще називають решетом Серпінського) – різновид двовимірного аналога множини Кантора, був запропонований польським математиком Вацлавом Серпінським у 1915 році. На прикладі трикутника Серпінського стає зрозумілим визначення фрактала дане Бенуа Мандельбротом: «Фракталом називається структура, що складається із частин, які певним чином подібні до цілого». Трикутник Серпінського являє собою правильний рівносторонній трикутник заповнений подібними рівносторонніми, але меншими трикутниками, які, в свою чергу, заповнюються ще меншими і так до безкінечності [1, с.1; 2, с. 1; 5, с. 94-102].

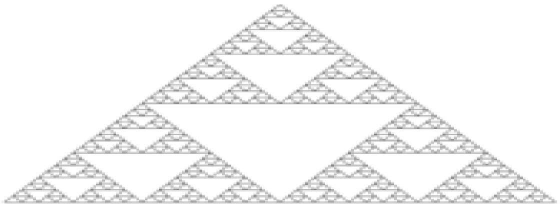

Рис. 1. Трикутник Серпінського [1, с. 1]

На сьогодні більшість дослідників розглядають інформаційний простір як стохастичний. В моделях інформаційного простору досліджуються структурні зв'язки між тематичними множинами, що входять до інформаційних потоків. Самоподібність інформаційного простору полягає в тому, що при його лавиноподібному зростанні частотні та рангові розподіли за такими характеристиками, як: джерела, автори, тематика, практично не змінюють своєї форми. Використання теорії фракталів для аналізу інформаційного простору дозволяє виявляти закономірності, які лежать в основі наукометрії. Зокрема тематичні інформаційні масиви на сьогодні розглядаються як здатні до розвитку самоподібні структури. Вони є типовими стохастичними фракталами, оскільки їх самоподібність, наприклад, розподіл інформаційних кластерів за розмірами співпадає з математично обчисленими очікуваннями [3, с. 35-39].

В наукометрії теорія фракталів використовується для пошуку закономірностей серед множини емпіричних даних. Зокрема розмірність Хаусдорфа-Безіковича) є кількісною мірою неідеальності (неправильності) об'єкта, а індекс Херста є його протилежністю.

Розмірність Хаусдорфа-Безіковича пов'язана з індексом Херста простою залежністю, формула 1:

$$D = 2 - H \qquad \textit{(формула 1)}$$

де: D – розмірність Хаусдорфа-Безіковича; H – індекс Херста.

Величина розмірності Хаусдорфа-Безіковича коливається в межах від 0 до 2,0. Чим ближче значення до нуля, тим ідеальніша фігура (об'єкт), чим ближче – до 2,0, тим будова (структура) об'єкта дослідження хаотичніша. В ідеалі, коли розмірність Хаусдорфа-Безіковича дорівнює нулю, контур являє собою пряму лінію, поверхня має бути ідеально гладенькою, а об'єм однорідним. [3, с. 35-39; 5, с. 94-102]

Індекс Херста, навпаки, є мірою впорядкованості об'єкта чи явища, зокрема, схильності динамічних процесів до трендів на відміну від хаотичного руху.

Індекс Херста «H» є степеневим показником у формулі 2.

$$\frac{R}{\sigma} = \left(\frac{N}{2}\right) H \qquad \textit{(формула 2)}$$

де: H – індекс Херста; R – інтервал (різниця між мінімальним та максимальним значеннями); σ – середнє стандартне квадратове відхилення (сигма); N – кількість років, взятих за основу при вирівнюванні динамічного ряду за методом найменших квадратів.

Значення індексу Херста, яке дорівнює ½ є граничним. Всі значення менші однієї другої свідчать про низьку вірогідність формування тренду (домінуючої тенденції) і, відповідно, про низьку вірогідність прогнозу. Індекс Херста, який наближається до нуля, є свідченням відсутності домінуючої тенденції (тренду), аналізовані величини набувають випадкових хаотичних значень. Значення H > ½ означає спрямованість в певну сторону динаміки процесу в минулому і високу вірогідність продовження динаміки у тому ж напрямку в майбутньому. Чим більше значення індексу Херста, яке перевищує одну другу, тим вища вірогідність прогнозу. [3, с. 35-39; 5, с. 94-102]

Щоб зрозуміти значимість теорії фракталів, зокрема, обчислення індексу Херста і розмірності Хаусдорфа-Безіковича, для оцінки ймовірності прогнозу доповнимо теоретичні викладки конкретним прикладом. Починаючи з 2010 по 2016 рр. включно, в Житомирському інституті навчалися та захистили магістерські роботи 119 магістрів медсестринства. У таблиці 1 надано розподіл кількості захищених магістерських робіт за роками захисту.

Таблиця 1.

Розподіл магістерських робіт за роками захисту

Рік захисту	Розподіл за роками захисту	
	Абсолютні числа	M±m, %
2010	19	16,0±3,4
2011	14	11,8±3,0
2012	24	20,2±3,7
2013	13	10,9±2,9
2014	14	11,8±3,0
2015	23	19,2±3,6
2016	12	10,1±2,8
Разом	119	100,0±0,0

Як свідчать дані таблиці 1, коливання кількості підготовлених та захищених магістерських робіт є досить істотними. Визначити домінуючу тенденцію за табличними даними практично неможливо. Для екстраполяції значень на 2017, 2018, 2019 і 2020 роки скористаємося вирівнюванням реальних рівнів динаміки за методом найменших квадратів [6, с. 96-98].

Заповнимо таблицю 2 вихідними даними.

Хід обчислень (алгоритм) для заповнення таблиці 2:

1. За середину ряду приймаємо 2014 рік.

2. Визначаємо постійну величину рівняння (А0) за формулою 3:

$$A0 = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{119}{7} = 17,0 \qquad \textit{(формула 3)}$$

Таблиця 2

Вихідні дані для трендування та прогнозу середньої кількості захищених магістерських робіт магістрами медсестринства на наступні 4 роки

Роки	Кількість захищених магістерських робіт, У	Умовний час, Х	ХУ	X^2	Вирівняні дані, $У_х$
2010	19	3	57	9	17,12
2011	14	2	28	4	17,08
2012	24	1	24	1	17,04
2013	13	0	0	0	17,0
2014	14	-1	-14	1	16,96
2015	23	-2	-46	4	16,92
2016	12	-3	-48	9	16,88
n =7	**$\Sigma_y = 119$**		**$\Sigma_{ух} = 1,0$**	**$\Sigma X^2 = 28$**	
2017		-4			16,84
2018		-5			16,80
2019		-6			16,76
2020		-7			16,72

3. Визначаємо суму значень у стовчику ХУ. Для цього значення стовчика Х та У перемножуємо і додаємо. Σух = 1,0

4. Значення у стовчику Х підносимо до квадрату, отримуємо значення даних у стовчику Х2. Додаємо значення у стопчику Х2 і отримуємо суму: ΣХ2 = 28.

5. Обчислюємо другу постійну величину рівняння (А1) за формулою 4:

$$A1 = \frac{\Sigma ух}{\Sigma X2} = \frac{1,0}{28} = 0,04 \qquad \textit{(формула 4)}$$

6. Обчислюємо вирівняні дані ряду динаміки за формулою 5:

$$Ух = A0 + A1\,x \qquad \textit{(формула 5)}$$

У1 = 17,0 + 0,04 • 3 = 17,12
У2 = 17,0 + 0,04 • 2 = 17,08
У3 = 17,0 + 0,04 • 1 = 17,04
У4 = 17,0 + 0,04 • 0 = 17,0
У5 = 17,0 + 0,04 • (-1) = 16,96
У6 = 17,0 + 0,04 • (-2) = 16,92
У7 = 17,0 + 0,04 • (-3) = 16,88
У8 = 17,0 + 0,04 • (-4) = 16,84
У8 = 17,0 + 0,04 • (-5) = 16,80
У9 = 17,0 + 0,04 • (-6) = 16,76
У10 = 17,0 + 0,04 • (-7) = 16,72

На цьому етапі ми отримали 7 вирівняних значень кількості магістерських робіт для побудови тренду. Наступні 4 значення будуть прогностичними.

За значеннями у таблиці 2 будуємо два графіки: емпіричний та вирівняний (трендовий, прогностичний), рис. 2.

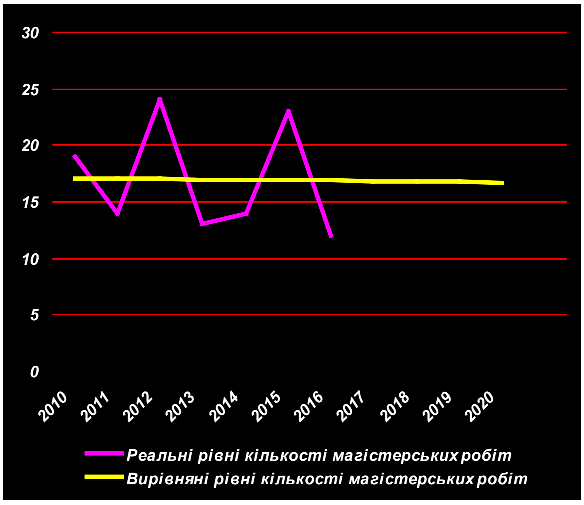

Рис. 2. Реальні, вирівняні за методом найменших квадратів та прогнозовані на 2017, 2018, 2019 і 2020 рр. рівні кількості захищених магістерських робіт

На рис. 2 чітко видно тренд у вигляді прямої лінії майже паралельної осі абсцис. Тому, ми можемо з певною долею ймовірності прогнозувати, що кількість магістерських робіт, які будуть захищатися у 2017-у році, становитиме 17 (16,84 заокруглюється до цілого числа). У 2018, 2019 і 2020 рр. кількість захищених магістерських робіт також буде дорівнювати 17.

Для того, щоб оцінити ймовірність прогнозу необхідно обчислити індекс Херста за формулою 2. Для цього необхідно мати середнє стандартне квадратове відхилення (сигма) та інтервал (різниця між мінімальною і максимальною кількістю захищених магістерських робіт).

Для обчислення цих показників заносимо значення кількості магістерських робіт до комірок таблиці Excel. Потім до масиву даних застосовуємо наступний алгоритм дій: сервіс → аналіз даних → описова статистика → підсумкова статистика → вхідний інтервал. В якості вхідного інтервалу нам слугує масив даних $A$1:$A$8, в якому символи «$» є розділовими; «А» - позначення стовчика, до комірок якого були занесені дані кількості сторінок; 1 і 8 – початок і кінець масиву даних, тобто: номер першого і останнього рядочків масиву даних у таблиці Excel.

Якщо масив даних у таблиці Excel сформований коректно, то використання вищезазначеного алгоритму видає на окремому листу таблиці Excel низку показників статистичного аналізу, серед яких є і ті, що нам потрібні для обчислення індексу Херста: середнє стандартне квадратове відхилення «σ» та інтервал «R». Стосовно нашого масиву даних ці показники мають наступні числові значення, які надано у табл. 3.

Підставляємо значення із таблиці 3 у формулу 2. У нашому прикладі середнє стандартне квадратове відхилення σ = 4,97; інтервал R = 12; кількість років, за які проводилося вирівнювання ряду динаміки за методом найменших квадратів N = 7.

Розв'язуємо рівняння і отримуємо значення індексу Херста, яке дорівнює 0,702.

$$\frac{12}{4,97} = \left(\frac{7}{2}\right)^H \quad 2,41 = 3,5^H$$

$$H = \log_{3,5} 2,41 = 0,702$$

Як уже зазначалось вище, розмірність Хаусдорфа-Безіковича пов'язана з індексом Херста простою залежністю, формула 1:

$$D = 2 - H = 2 - 0,702 = 1,298$$

Отримані числові значення індексу Херста H = 0,702 (його величина не набагато перевищує граничне значення H = ½) та розмірності Хаусдорфа-Безіковича D = 1,298 (величина, якої ближче до 2, ніж до 0) дозволяє зробити висновок про невисоку вірогідність прогнозу.

Таблиця 3.

Результати статистичного аналізу програмою Excel магістерських робіт за показником кількості сторінок

Назва показника	Символ	Числове значення
Середня арифметична	M	17,0
Похибка	m	1,88
Медіана	Mo	14
Мода	Me	14
Середнє квадратове відхилення	σ	4,97
Дисперсія	D	24,7
Ексцес (коефіцієнт гостровершинності)	As	-1,75,0
Коефіцієнт асиметрії	Ex	0,62
Інтервал	R	12
Мінімум	X_{min}	12
Максимум	X_{max}	24
Сума	∑	119
Кількість	n	7

Дійсно, у поточному 2017 році студентами відділення магістратури підготовлено до захисту 18 магістерських робіт. Враховуючи, що за всі 10 років не було жодного випадку, коли б студент не зміг захистити свою магістерську роботу, ймовірність, що у 2017 році буде захищено саме 18 магістерських робіт, є досить високою. Час покаже, наскільки прогнозовані за Херстом показники наближені до реальності.

Висновки. Теорія фракталів має широку перспективу прикладного використання в освітній галузі. Вона дозволяє оцінювати ймовірність прогнозованих показників та підвищує ефективність наукометричних методів оцінки значимості наукових досліджень.

Література

1. Фрактал. Вікіпедія.URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Фрактал
2. Фрактал. Википедия. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Фрактал
3. Ландэ Д. В. Фракталы и кластеры в информационном пространстве. /Д. В. Ландэ // Корпоративные системы. 2005. – №6. – С. 35–39.
4. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельброт. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
5. Свиридюк В. З. Теорія фракталів та її використання в медицині. /В.З.Свиридюк. //Україна. Здоров'я нації. – 2017. – №4. – С. 94–102.
6. Біостатистика / В. Ф. Москаленко, О. П. Гульчій, М. В. Голубчиков, Б. О. Лєдощук, В. М. Лєхан, В.П.Огнєв, Л. О. Литвинов, О. П. Максименко, О. Б. Тонковид / За заг. ред. чл.-кор. АМН України, проф.В.Ф. Москаленка. – К.: Книга плюс, 2009. – 184 с.

6. Оршанський Л. Структурна модель ступеневої підготовки сучасного вчителя трудового навчання / Л.Оршанський // Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка. Серія: Педагогіка. – Тернопіль: ТНПУ, 2007. – № 8. – С. 36–40.
7. Цина А. Стійкість прояву властивостей професійної підготовки майбутніх вчителів технології / А.Цина // Соціально-педагогічний комплекс регіону: теорія і практика: матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції (Полтава, 21–22 травня 2008 р.). – Полтава: ПДПУ, 2008. – С. 126–133.

Свиридюк В. В. Теорія фракталів та її використання в педагогіці.

Теорія фракталів виявилась надзвичайно плідною. Вона легла в основу низки наукових напрямів, зокрема використовується в наукометрії та у багатьох інших галузях.

Мета роботи – провести теоретичний аналіз перспективних підходів щодо використання теорії фракталів в освіті. Для досягнення мети використані методи контент-аналізу, системного аналізу та логічного узагальнення. Автором отримані результати, висвітлені в даній статті. За допомогою наукометричних методик контент-аналізу вивчено 119 магістерських дисертацій магістрів Житомирського інституту медсестринства, які були захищені впродовж 2010-2016 рр. За допомогою вирівнювання ряду динаміки та екстраполяції встановлено, що середня кількість магістерських робіт має тенденцію до стабільності. Прогнозовані рівні на 4 майбутні роки становитиме 17 робіт у 2017 році. Індекс Херста дорівнював 0,702, розмірність Хаусдорфа-Безіковича становила 2,298. Наведені значення індексу Херста та розмірності Хаусдорфа-Безіковича підтверджують високу вірогідність прогнозу.

Висновки: теорія фракталів має широку перспективу прикладного використання в наукометрії, у тому числі в освітній галузі.

Ключові слова: фрактал, наукометрія, індекс Херста, розмірність Хаусдорфа-Безіковича, освіта.

Свиридюк В. В. Теория фракталов и ее использование в педагогике.

Теория фракталов оказалась чрезвычайно продуктивной. Она положена в основу ряда научных направлений, в частности, используется в наукометрии и во многих других отраслях.

Цель работы – провести теоретический анализ перспективных подходов, касающихся использования теории фракталов в образовании. Для достижения цели использованы методы контент-анализа, системного анализа и логического обобщения. Автором получены результаты. При помощи наукометрических методик проанализованы 119 магистерских диссертаций магистров медсестринства Житомирского института медсестринства, которые были защищены в течение 2010-2016 гг. При помощи выравнивания рядов динамики та экстраполяции установлено, что среднее количество страниц в магистерских работах имеет тенденцию к стабилизации и в 2017 г. будет составлять 17 единиц. Индекс Херста равнялся 0,702, размерность Хаусдорфа-Безиковича составляла 1,298. Найденные значения индекса Херста и размерности Хаусдорфа-Безиковича подтверждают высокую достоверность прогноза.

Выводы: теория фракталов имеет широкую перспективу прикладного использования в наукометрии, в том числе в отрасли образования.

Ключевые слова: фрактал, наукометрия, индекс Херста, размерность Хаусдорфа-Безиковича, образование.

Sviridiuk V. The of fractals and her use in pedagogics.

The theory of fractals appeared extraordinarily productive. She underlay row of scientific directions, in particular, used in scientometric and in many other industries. Purpose of work – to conduct the theoretical analysis of perspective approaches in relation to the use of theory of fractals in education.

Methods of content-analysis, analysis of the systems and logical generalization are used for gaining end of purpose. Results. By means of scientometric methodologies of content-analysis of 119 master’s degree theses of master’s degrees of the Zhytomyr Nursing Istitute are studied, that were protected during 2010-2016.

It is set by means of smoothing of row of dynamics and extrapolation, that the AV amount of master’s degree works has a tendency to stability. The forecast levels on 4 next 17 works will present in 2017. The Hurst index equaled 0,702, the dimension of Hausdorff-Bezikovch presented 2,298. The brought values over of Hurst index and dimension of Hausdorff-Bezikovch confirm high authenticity of prognosis. Conclusions. The theory of fractals has a wide prospect of the applied use in scientometric, including in educational industry.

Keywords: fractal, scientometric, Hurst index, dimension of Hausdorff-Bezikovch, education.