УДК 681.3

НЕЧІТКІ ЙМОВІРНОСТІ ТА НЕЧІТКІ ПОДІЇ

О.І. Провотар, О.В. Василенко, О.О. Провотар

В статті розглядаються різні підходи до обчислення ймовірностей нечітких подій. Розглядаються задачі в нечітких постановках, для розв’язання яких використовуються запропоновані підходи до обчислення нечітких ймовірностей.
Ключові слова: ймовірність, нечітка подія.

В статье рассматриваются разные подходы к вычислению вероятностей нечетких событий. Рассматриваются задачи в нечетких постановках для решения которых используются предложенные подходы к вычислению нечетких вероятностей.
Ключевые слова: вероятность, нечеткое событие.

The article deals with different approaches to calculating the probability of fuzzy event. We consider The problems in fuzzy formulation, which are solving with help of the proposed approaches to the calculation of fuzzy probability are considered.
Key words: probability, fuzzy event.

Вступ

Довгий час теорія ймовірностей [1] була єдиним математичним інструментом обчислення невизначеності. Однак протягом останніх років з’явилися нові альтернативні підходи до обчислення невизначеності. Їх метою є обчислення невизначеності у тих випадках коли природа невизначеності не вкладається в класичні ймовірнісні схеми.

Однією з основних альтернативних теорій є теорія ймовірностей нечітких подій, яка ґрунтується на понятті нечіткої події, запропонованої Л. Заде в 1978 році [2]. Ця теорія перебуває у стадії становлення, хоча деякі її результати вже знаходять своє застосування, зокрема, в штучному інтелекті [3–5]. В статті розглядаються різні підходи до обчислення ймовірностей нечітких подій та їх застосування до розв’язання класичних задач у некласичних (нечітких) постановках.

Ймовірність

Розглянемо основні відомі поняття та означення. Теорія ймовірностей вивчає ймовірності подій – довільних підмножин простору елементарних взаємно виключаючих подій. Наприклад, коли ми підкидаємо кубик, грані якого помічені номерами 1, 2, 3, 4, 5, 6, то можливі падіння кубика на одну з цих шести граней. Всі інші результати вважаються неможливими. Складене цими числами множина $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ результатів утворює простір елементарних подій. Ймовірність кожної з цих шести подій дорівнює 1/6.

Подія може містити кілька елементарних подій. Наприклад, події A і можуть бути наступними:

$$A = \{1,3,5\},\quad B = \{1,2,3\}.$$

Для того, щоб визначати ймовірності подій у просторі елементарних подій, вводиться поняття розподілу ймовірностей. Це числова функція $\boldsymbol{P}$, яка присвоює число $\boldsymbol{P}(A)$ елементарній події A. Область визначення функції $\boldsymbol{P}$ розширюється на множину 2^S. При цьому:

$$0 \le \boldsymbol{P}(A) \le 1,$$

$$\boldsymbol{P}(S) = 1.$$

Для взаємовиключних подій A_1, A_2, … (тобто для будь-яких $i \ne j$, $A_i \cap A_j = \varnothing$)

$$\boldsymbol{P}\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} \boldsymbol{P}(A_i).$$

Таким чином, $\boldsymbol{P}(A)$ означає ймовірність події A, а простір елементарних подій S – це область визначення функції розподілу ймовірностей. У прикладі з кубиком ймовірність $\boldsymbol{P}$ визначається як $\boldsymbol{P}(i) = 1/6$, $i = 1, 2, …, 6$. Крім цього, функція розподілу ймовірностей має наступні властивості

$$\boldsymbol{P}(A\cup B) = \boldsymbol{P}(A) + \boldsymbol{P}(B) - \boldsymbol{P}(A\cap B);$$

$$\boldsymbol{P}(A \cup B) = \boldsymbol{P}(A) + \boldsymbol{P}(B), \text{ якщо } A \cap B = \varnothing;$$

$$\boldsymbol{P}(A) + \boldsymbol{P}(\overline{A}) = 1.$$

Ймовірність нечіткої події

Коли ми маємо справу зі звичайною теорією ймовірностей, події мають точні описи. Наприклад, подія $A = \{1, 3, 5\}$ з вищенаведеного прикладу має чіткий опис і тому може бути представлена звичайною множиною. Коли ми маємо справу з певною нечіткою подією, то в цьому випадку вона може представлятися нечіткою множиною. Наприклад, подія "велике число" може бути представлено нечіткою множиною

$$B = \{(6, 0.9), (5, 0.7), (6, 0.5)\}.$$

Відомі [3–4] два підходи до обчислення ймовірностей таких і подібних подій. Перший з них полягає в описі чіткої події нечіткою множиною з подальшим обчисленням звичайної ймовірності події, інший – в описі нечіткої події нечіткою множиною з подальшим обчисленням ймовірності події як нечіткої множини. Точніше кажучи, якщо A – нечітка множина в просторі $\boldsymbol{X}$, що описує чітку подію в цьому просторі, тобто

$$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in \boldsymbol{X}\},$$

то ймовірність цієї події може бути обчислена за формулою

$$\boldsymbol{P}(A) = \sum_{x \in A} \mu_A(x) \boldsymbol{P}(x).$$

Наприклад, нехай простір елементарних подій має вигляд $S = \{a, b, c, d\}$, події взаємовиключні і функція розподілу ймовірностей задається співвідношеннями

$$\boldsymbol{P}(a) = 0.2, \ \boldsymbol{P}(b) = 0.5, \boldsymbol{P}(c) = 0.2, \boldsymbol{P}(d) = 0.1.$$

У цьому випадку подія $A = \{a, b, c\}$ може бути задана нечіткою множиною з функцією належності, яка визначається співвідношеннями

$$\mu_A(a) = \mu_A(b) = \mu_A(c) = 1, \ \mu_A(d) = 0.$$

Ймовірність події A в цьому випадку може бути обчислена таким чином:

$$\boldsymbol{P}(A) = 1 \cdot 0.2 + 1 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.2 = 0.9.$$

Якщо подія A задана нечіткою множиною A, тобто, наприклад,

$$A = \{(a, 0.5), (b, 1), (c, 0.1)\},$$

то звичайна ймовірність такої нечіткої події обчислюється як:

$$\boldsymbol{P}(A) = 0.5 \cdot 0.2 + 1 \cdot 0.5 + 0.1 \cdot 0.2 = 0.62.$$

Нечітка α-ймовірність нечіткої події

Розглянемо наступну нечітку подію (множину) у просторі $\boldsymbol{X}$:

$$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in \boldsymbol{X}\}.$$

α-перетин події (множини) A визначається як наступна звичайна множина:

$$A_\alpha = \{x, \ \mu_A(x) \geq \alpha\}.$$

Відповідно, ймовірністю такої події є

$$\boldsymbol{P}(A_\alpha) = \sum_{x \in A_\alpha} \boldsymbol{P}(x).$$

Тут A_α є об'єднанням взаємовиключних елементарних подій. Ймовірність A_α – це сума ймовірностей елементарних подій з A_α.

Кажуть, що міра того, що ймовірність події A_α є $\boldsymbol{P}(A_\alpha)$ дорівнює α. Використовуючи таку інтерпретацію, визначається нечітка множина, яка називається нечіткою α-ймовірністю $\boldsymbol{P}(A)$ події A, що відповідає α, а саме

$$\boldsymbol{P}(A) = \{(\boldsymbol{P}(A_\alpha), \alpha),\ \alpha \in [0,1]\}.$$

Наприклад, припустимо, що ймовірності елементарних подій у просторі $S = \{a, b, c, d\}$ визначаються наступним чином:

$$\boldsymbol{P}(a) = 0.2,\ \boldsymbol{P}(b) = 0.3,\ \boldsymbol{P}(c) = 0.4,\ \boldsymbol{P}(d) = 0.1.$$

Нечітка подія (множина) A задається як

$$A = \{(a, 1), (b, 0.8), (c, 0.5), (d, 0.3)\}.$$

Розглянемо події A_α, що визначаються α-перетинами

$$A_{0.3} = \{a, b, c, d\},$$

$$A_{0.5} = \{a, b, c\},$$

$$A_{0.8} = \{a, b\},$$

$$A_1 = \{a\}.$$

Оскільки це звичайні події (множини), то можна просто підрахувати їх ймовірності:

$$\boldsymbol{P}(A_{0.3}) = 0.2 + 0.3 + 0.4 + 0.1 = 1,$$

$$\boldsymbol{P}(A_{0.5}) = 0.2 + 0.3 + 0.4 = 0.9,$$

$$\boldsymbol{P}(A_{0.8}) = 0.2 + 0.3 = 0.5,$$

$$\boldsymbol{P}(A_1) = 0.2.$$

Отже, міра того, що ймовірність події A_α дорівнює $\boldsymbol{P}(A_\alpha)$ є α. Тому

$$\boldsymbol{P}(A) = \{(1, 0.3), (0.9, 0.5), (0.5, 0.8), (0.2, 1)\}.$$

Нечітка ймовірність нечіткої події

Коли при підкиданні кубика говорять, що ймовірність випадання числа, наприклад, 5 дорівнює 1/6, то це означає, що при кожних шести підкиданнях кубика число 5 випадає в середньому один раз. Тобто, не при кожних шести підкиданнях один раз випадатиме число 5; іноді число 5 випаде, наприклад, два або три рази; іноді – жодного разу; але в середньому на кожні шість підкидань кубика один раз буде випадати число 5. Таким чином, якщо випадання числа 5 назвати вдалою подією, то число вдалих подій при кожних шести підкиданнях кубика буде близьким до 1, тобто, ймовірність вдалої події буде близькою до числа 1/6. Це означає, що ймовірність такої події можна описати нечіткою величиною

$$B = \{(1/6, 1), (1/3, 0.9), (1/2, 0.8), (2/3, 0.5), (5/6, 0.4)\}.$$

В загальному випадку, нехай ймовірність кожної елементарної події x простору $\boldsymbol{X}$ задається нечіткою величиною

$$B(x) = \{(y,\ \mu_{B(x)}(y)),\ y\in[0,1]\}.$$

Розглянемо наступну нечітку подію (множину) у просторі $\boldsymbol{X}$:

$$A = \{(x,\ \mu_A(x)),\ x\in\boldsymbol{X}\}.$$

Тоді ймовірність цієї події може бути обчислена за формулою

$$\boldsymbol{P}(A) = \bigoplus_{x\in A} (\mu_A(x) \otimes B(x)),$$

де $\oplus$ і $\otimes$ – сума і добуток нечітких чисел (величин) відповідно, які визначаються за допомогою принципу розширення, а саме: сума двох нечітких чисел A_1 і A_2 (позначається $A_1 \oplus A_2 = B$) – це нечітке число B з функцією належності

$$\mu_B(y) = \sup_{x_1+x_2=y} \min(\mu_{A_1}(x_1),\ \mu_{A_2}(x_2)),$$

а добуток двох нечітких чисел A_1 і A_2 (позначається $A_1 \otimes A_2 = B$) – це нечітке число B з функцією належності

$$\mu_B(y) = \sup_{x_1 x_2=y} \min(\mu_{A_1}(x_1),\ \mu_{A_2}(x_2)).$$

Для прикладу додамо і перемножимо два нечітких числа, що мають вигляд:

$$A_1 = 0.7/2+1/3+0.6/4,\ \ A_2 = 0.8/3+1.4+0.5/6.$$

У відповідності з визначенням отримаємо:

$$A_1 \oplus A_2 = \min(0.7;0.8)/5 + \max\{\min(0.7;1), \min(1;0,8)\}/6 + \max\{\min(1;1), \min(0.6;0.8)\}/7 +$$

$$+ \max\{\min(0.7;0,5), \min(0.5;1)\}/8 + \min(1;0.5)/9 + \min(0.6;0.5)/10 = 0.7/5+0.8/6+1/7+0.6/8+0.5/9+0.5/10.$$

$$A_1 \otimes A_2 = \min(0.7;0.8)/6 + \min(0.7;1)/8 + \min(1;0.8)/9 + \max\{\min(0.7;0.5), \min(1;1), \min(0.6;0.8)\}/12 +$$

$$+ \min(0.6;1)/16 + \min(1;0.5)/18 + \min(0.6;0,5)/24 = 0.7/6+0.7/8+0.8/9+1.2+0.6/16+0.5/18+0.5/24.$$

Обчислимо нечітку ймовірність випадання великого числа, яке описується нечіткою величиною

$$A = 1/6 + 0.8/5,$$

за умови, що ймовірність елементарної події описується нечіткою величиною

$$B = \{(1/6, 1), (1/3, 0.9), (1/2, 0.8), (2/3, 0.5), (5/6, 0.4)\}.$$

Для цього (відповідно до вищенаведеної формули) обчислюємо добутки $\mu_A(5) \otimes B(5)$ та $\mu_A(6) \otimes B(6)$:

$$\mu_A(5) \otimes B(5) = \{(1, 0.8)\} \otimes \{(1/6, 1), (1/3, 0.9), (1/2, 0.8), (2/3, 0.5), (5/6, 0.4)\} =$$

$$= \{(1/6, 0.8), (1/3, 0.8), (1/2, 0.8), (2/3, 0.5), (5/6, 0.4)\};$$

$$\mu_A(6) \otimes B(6) = \{(1, 1)\} \otimes \{(1/6, 1), (1/3, 0.9), (1/2, 0.8), (2/3, 0.5), (5/6, 0.4)\} =$$

$$=\{(1/6, 1), (1/3, 0.9), (1/2, 0.8), (2/3, 0.5), (5/6, 0.4)\}.$$

Наступним кроком є обчислення суми:

$$\{(1/6, 0.8), (1/3, 0.8), (1/2, 0.8), (2/3, 0.5), (5/6, 0.4)\} \oplus\{(1/6, 1), (1/3, 0.9), (1/2, 0.8), (2/3, 0.5),$$

(5/6, 0.4)} = {(1/3, min(0.8, 1)), (1/2, max(min(0.8, 0.9), min(0.8, 1)), (2/3, max(min(0.8, 0.8), min(0.8, 1),

min(0.8, 0.9), min(0.9, 0.8)), (5/6, max(min(0.8, 0.5), min(0.5, 1)), (1, max(min(0.8, 0.4), min(0.4, 1),

min(0.8, 0.5), min(0.9, 0.5), min(0.8, 0.8)), (4/3, max(min(0.8, 0.4), min(0.4, 0.8), min(0.5, 0.5)),

(5/6, max(min(0.8, 0.5), min(0.5, 0.8)), (3/2, max(min(0.5, 0.4), min(0.4, 0.5)), (5/3, min(0.4, 0.4))} =

={(1/3, 0.8), (1/2, 0.8), (2/3, 0.8), (5/6, 0.5), (1, 0.4), (4/3, 0.4), (3/2, 0.4)}.

Таким чином, нечітка ймовірність нечіткої події A = 1/6 + 0.8/5 є

$$\boldsymbol{P}(A) = \{(1/3, 0.8), (1/2, 0.8), (2/3, 0.8), (5/6, 0.5), (1, 0.4), (4/3, 0.4), (3/2, 0.4)\}.$$

Приклади задач в нечітких постановках

Розглянемо одну з головних схем теорії ймовірностей − схему Бернуллі. Ця схема полягає у тому, що розглядається послідовність взаємно незалежних випробувань, в кожному з яких може настати (або не настати) деяка подія A з ймовірністю p, яка не залежить від номера випробування. Необхідно знайти ймовірність того, що в серії з n незалежних випробувань k разів настане і $n-k$ разів не настане подія A. Така ймовірність обчислюється за формулою

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

відомою, як формула Бернуллі. Наприклад, для того, щоб знайти ймовірність того, що серії із 4-х підкидань кубика в 2-х випадках випаде число 4, треба обчислити величину

$$P_4(2) = C_4^2 (\frac{1}{6})^2 (\frac{5}{6})^2 .$$

Нехай при підкиданні кубика настає або не настає подія "випадання великого числа", яке задається нечіткою множиною A = 1/6 + 0.8/5. В цьому випадку, для обчислення *ймовірності нечіткої події*, тобто того, що в серії із 4 незалежних випробувань 2 рази настане і 2 рази не настане подія A зводиться до обчислення ймовірностей $P(A)$, $P(\overline{A})$ та використанню формули Бернуллі. А саме,

$$P(A) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 0.8 \cdot \frac{1}{6} = 3/10.$$

Для обчислення ймовірності $P(\overline{A})$ слід знайти подію $\overline{A}$. Така подія описується нечіткою множиною

$$\overline{A} = 1/1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + 0.2/5.$$

Тому, ймовірність цієї події можна обчислити як ймовірність нечіткої події $\overline{A}$, а саме

$$P(\overline{A}) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot \frac{1}{6} + 0.2 \cdot \frac{1}{6} = 7/10.$$

За формулою Бернуллі отримаємо, що у випадку нечіткої події A

$$P_4(2) = C_4^2 (\frac{3}{10})^2 (\frac{7}{10})^2.$$

Обчислимо нечітку α-ймовірність нечіткої події A = 1/6 + 0.8/5. Розглянемо події A_α, що визначаються α-перетинами: A_1 = {6}, $A_{0.8}$ = {5,6}. Ймовірності цих подій дорівнюють відповідно

$$\boldsymbol{P}(A_1) = \frac{1}{6} , \boldsymbol{P}(A_{0.8}) = \frac{1}{3} .$$

Тоді нечітка α-ймовірність нечіткої події A дорівнює

$$\boldsymbol{P}(A) = \{(\frac{1}{6}, 1), (\frac{1}{3}, 0.8)\}.$$

Це означає, що міра того, що ймовірність події $A_1 = \{6\}$ є $\frac{1}{6}$ дорівнює 1, а що міра того, що ймовірність події $A_{0.8} = \{5,6\}$ є $\frac{1}{3}$ дорівнює 0.8.

Обчислення *нечіткої α-ймовірності нечіткої події*, тобто того, що в серії із 4-х підкидань кубика 2 рази настане і 2 рази не настане подія A = 1/6 + 0.8/5 може бути виконане наступним чином:

1) за формулою Бернуллі знаходимо ймовірності

$$P_4(0), P_4(1), P_4(2), P_4(3), P_4(4)$$

подій $A_4(0), A_4(1), A_4(2), A_4(3), A_4(4)$, де подія $A_4(i)$ означає, що в серії із 4-х підкидань кубика i раз настане і $4 - i$ раз не настане подія A = 1/6 + 0.8/5 відповідно. Ймовірності цих подій обчислюються за формулами:

$$P_4(0) = C_4^0(\frac{7}{10})^4, P_4(1) = C_4^1(\frac{1}{6})^1(\frac{7}{10})^3,$$

$$P_4(2) = C_4^2(\frac{1}{6})^2(\frac{7}{10})^2, P_4(3) = C_4^3(\frac{1}{6})^3(\frac{7}{10})^1,$$

$$P_4(4) = C_4^4(\frac{1}{6})^4;$$

2) для нечіткої множини

$$A = 0.7/A_4(0) + 0.8/A_4(1) + 1/A_4(2) + 0.8/A_4(3) + 0.7/A_4(4)$$

знаходимо α-перетини

$$A_{0.7} = \{A_4(0), A_4(1), A_4(2), A_4(3), A_4(4)\},$$

$$A_{0.8} = \{A_4(1), A_4(2), A_4(3)\},$$

$$A_1 = \{A_4(2)\}.$$

3) знаходимо ймовірності

$$\boldsymbol{P}(A_{0.7}) = P_4(0) + P_4(1) + P_4(2) + P_4(3) + P_4(4),$$

$$\boldsymbol{P}(A_{0.8}) = P_4(1) + P_4(2) + P_4(3),$$

$$\boldsymbol{P}(A_1) = P_4(2).$$

Тоді нечітка α-ймовірність $\boldsymbol{P}(A)$ нечіткої події A – це нечітка величина

$$\boldsymbol{P}(A) = \{(\boldsymbol{P}(A_{0.7}), 0.7), (\boldsymbol{P}(A_{0.8}), 0.8), (\boldsymbol{P}(A_1), 1)\}.$$

Обчислення *нечіткої ймовірності нечіткої події* може бути виконане за аналогією з обчисленням нечіткої α-ймовірності нечіткої події. Відмінність полягає лише в тому, що відповідні ймовірності слід задавати нечіткими величинами. Отже, обчислення нечіткої ймовірності нечіткої події, тобто того, що в серії із 4-х підкидань кубика 2 рази настане і 2 рази не настане подія A = 1/6 + 0.8/5 може бути виконане наступним чином:

1) за формулою Бернуллі знаходимо ймовірності

$$P_4(0), P_4(1), P_4(2), P_4(3), P_4(4)$$

подій $A_4(0), A_4(1), A_4(2), A_4(3), A_4(4)$, де подія $A_4(i)$ означає, що в серії із 4-х підкидань кубика i раз настане і $4 - i$ раз не настане подія A = 1/6 + 0.8/5 відповідно. Ймовірності цих подій, як і в попередньому випадку обчислюються за формулами:

$$P_4(0) = C_4^0(\frac{7}{10})^4, P_4(1) = C_4^1(\frac{1}{6})^1(\frac{7}{10})^3,$$

$$P_4(2) = C_4^2(\frac{1}{6})^2(\frac{7}{10})^2, P_4(3) = C_4^3(\frac{1}{6})^3(\frac{7}{10})^1,$$

$$P_4(4) = C_4^4(\frac{1}{6})^4;$$

2) описуємо ці ймовірності нечіткими величинами:

$$B_4(0) = \{(1, P_4(0)), (0.8, P_4(1)), (0.6, P_4(2)), (0.4, P_4(3)), (0.2, P_4(4))\},$$

$$B_4(1) = \{(0.8, P_4(0)), (1, P_4(1)), (0.8, P_4(2)), (0.6, P_4(3)), (0.4, P_4(4))\},$$

$$B_4(2) = \{(0.6, P_4(0)), (0.8, P_4(1)), (1, P_4(2)), (0.8, P_4(3)), (0.6, P_4(4))\},$$

$$B_4(3) = \{(0.4, P_4(0)), (0.6, P_4(1)), (0.8, P_4(2)), (1, P_4(3)), (0.8, P_4(4))\},$$

$$B_4(4) = \{(0.2, P_4(0)), (0.4, P_4(1)), (0.6, P_4(2)), (0.8, P_4(3)), (1, P_4(4))\};$$

3) обчислюємо ймовірність події A за формулою:

$$\boldsymbol{P}(A) = \bigoplus_{x \in A} (\mu_A(x) \otimes B_4(x)).$$

Розглянемо формулу, відому як формула Байєса, яка дозволяє "переглянути" ймовірності гіпотез у залежності від отриманого результату випробувань. Точніше кажучи, нехай про випробування можна висловити n взаємовиключних гіпотез H_1, …, H_n, ймовірності яких дорівнюють $P(H_1)$, … , $P(H_n)$ відповідно. Якщо в результаті випробування з'явилась подія A (може з'явитись лише при одній із гіпотез), то "нові", тобто умовні ймовірності гіпотез обчислюються за формулою Байєса

$$P(H_i / A) = \frac{P(H_i)P(A / H_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i)P(A / H_i)}, \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Нехай, наприклад, є три однакових урни. В першій – a білих шарів і b чорних; в другій – c білих і d чорних; в третій – тільки білі шари. Навмання вибираємо урну і один шар з неї. Виявилось, що цей шар білий. Потрібно знайти ймовірність того, що цей шар вийняли з першої урни. Для обчислення цієї ймовірності, як відомо, необхідно сформулювати гіпотези H_1 – вибір першої урни, H_2 – вибір другої урни, H_3 – вибір третьої урни. Ймовірності цих гіпотез дорівнюють $P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3}$. Якщо подія A це поява білого шару, то ймовірності події A за умови, що шар з першої, другої та третьої урн дорівнюють відповідно

$$P(A/H_1)=\frac{a}{a+b},\quad P(A/H_2)=\frac{c}{c+d},\quad P(A/H_3)=1.$$

Тоді ймовірність того, що шар вийнятий з першої урни обчислюється за формулою Байєса, а саме:

$$P(H_1/A)=\frac{P(H_1)P(A/H_1)}{\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(A/H_i)}=\frac{\dfrac{a}{(a+b)}}{\dfrac{a}{(a+b)}+\dfrac{c}{(c+d)}+1}.$$

Якщо подія A описується, наприклад, нечіткою множиною A = 0.4/білий +0.5/чорний, то ймовірності події A при умові, що шар з першої, другої та третьої урн дорівнюють відповідно

$$P(A/H_1)=0.4\frac{a}{a+b}+0.5\frac{b}{a+b},$$

$$P(A/H_2)=0.4\frac{c}{c+d}+0.5\frac{d}{c+d},$$

$$P(A/H_3)=0.4\cdot 1=0.4.$$

Як і вище, ймовірність того, що шар вийнятий з першої урни обчислюється за формулою Байєса

$$P(H_1/A)=\frac{P(H_1)P(A/H_1)}{\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(A/H_i)}.$$

Висновки

У статті розглядаються різні способи визначення ймовірності нечітких подій. А саме, звичайна ймовірність нечіткої події, α-ймовірність нечіткої події та нечітка ймовірність нечіткої події. Ймовірність нечіткої події є дуже важливою характеристикою процесів, які описуються системами нечіткого логічного виведення [5]. Вони дозволяють оцінювати достовірність результатів роботи таких систем і, при потребі, вносити корективи в їх аксіоматику шляхом “навчання”.

Передбачається, що запропоновані підходи до визначення ймовірності нечітких подій дозволять оптимізувати нечіткі моделі подання знань у розумінні забезпечення потрібної достовірності для тих чи інших класів задач.

1. *Гнеденко Б.* Курс теории вероятностей // Учебник. Изд. 8-е, испр. И доп. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.
2. *Zadeh L.* Fuzzy sets as a basis for theory of possibility // Fuzzy Sets and Systems, 1:3-28, 1978.
3. *Провотар А., Лапко А.* О некоторых подходах к вычислению неоределеностей // Проблеми програмування. – 2010. – № 2–3. – С. 22–28.
4. *Sugeno M.* The Theory of Fuzzy Integrals and Its Applications // PhD thesis, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 1974.
5. *Provotar A.I., Lapko A.V., Provotar A.A.* Fuzzy Inference Systems and Their Applications // International Scientific Journal Cybernetics and Systems Analysis. – 2013. – 49. – P. 517–525.

References

1. Gnedenko B. The course in probability theory // Textbook. 8th Edition, corrections and additions. – Moscow: Editorial URSS, 2005. – 448 p.
2. Zadeh L. Fuzzy sets as a basis for theory of possibility // Fuzzy Sets and Systems, 1:3-28, 1978.
3. Provotar A., Lapko A. On some approaches to calculating of uncertainties // Problems of programming. – 2010. – N 2–3. – P. 22–28.
4. Sugeno M. The Theory of Fuzzy Integrals and Its Applications // PhD thesis, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 1974.
5. Provotar A.I., Lapko A.V., Provotar A.A. Fuzzy Inference Systems and Their Applications // International Scientific Journal Cybernetics and Systems Analysis. – 2013. – 49. – P. 517–525.

Про авторів:

Провотар Олександр Іванович,
доктор фізико-математичних наук, професор,
завідувач кафедри Інформаційних систем.
Кількість наукових публікацій в українських виданнях – 150.
Кількість наукових публікацій в іноземних виданнях – 45.
Індекс Гірша – 2.
http://orcid.org/ 0000-0002-1549-3894,

Василенко Олексій Володимирович,
аспірант факультету кібернетики
Київського національного університету імені Тараса Шевченка.
Кількість наукових публікацій в українських виданнях – 1,

Провотар Олександр Олександрович,
аспірант факультету кібернетики
Київського національного університету імені Тараса Шевченка.
Кількість наукових публікацій в українських виданнях – 2.

Місце роботи авторів:

Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
03187, Київ-187, Проспект Академіка Глушкова, 2, к. 6.
Тел.: (044) 259 0511.
Факс: (044) 259 7044.
E-mail: aprowata@unicyb.kiev.ua,
aprovata@gmail.com