

ПОВЫШЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ПОВЫШЕНИИ ЧАСТОТЫ И ПРИ ФОКУСИРОВКЕ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

В.А. БУЦ, А.М. ЕГОРОВ, Г.И. ЧУРЮМОВ

Дан краткий обзор некоторых механизмов, позволяющих существенно повысить плотность энергии излучения. Эти механизмы были предложены и изучены в ННЦ «ХФТИ» и в ХНУРЭ и представлены в виде двух больших групп. В первой описаны механизмы преобразования энергии низкочастотных колебаний в энергию высокочастотных. Наибольшее внимание в этой группе уделено механизму возбуждения высоких номеров гармоник нерелятивистскими осцилляторами. Дана упрощенная теория этого механизма. Обсуждаются механизмы вторичных резонансов и механизм квантовой юлы. Во второй группе рассмотрены механизмы фокусировки излучения в неоднородных средах. Для лучей показано существование механизма, который аналогичен механизму автофазировки Векслера-Макмиллана. Показано, что при рассеивании когерентного излучения на периодически-неоднородном диэлектрике может сформироваться излучение, плотность энергии которого значительно превосходит плотность энергии падающего излучения.

Ключевые слова: плотность излучения, преобразование энергии, гармоника, нерелятивистский осциллятор, фокусировка излучения, неоднородная среда, когерентное излучение.

ВВЕДЕНИЕ

Говоря о повышении плотности энергии излучения, следует несколько слов сказать о тех ограничениях, которые будут использованы в этом обзоре. В настоящий момент известно много механизмов, которые приводят к росту плотности энергии излучения. В частности, наиболее известный механизм — механизм компрессии излучения при прохождении излучения через диспергирующие среды. Мы остановимся на механизме преобразования низкочастотного излучения в высокочастотное излучение или использования низкочастотного излучения для возбуждения высокочастотного излучения, а также некоторых новых механизмах фокусировки излучения. При этом будем различать фокусировку лучей (приближение геометрической оптики) и фокусировку, обусловленную дифракционными эффектами. Все эти механизмы позволяют существенно увеличить плотность энергии излучения. Действительно, пусть у нас имеется низкочастотное излучение, которое характеризуется следующими величинами: Ω , Λ , ε_Ω , $\rho_\Omega \approx \varepsilon_\Omega / \Lambda^3$, т.е. мы имеем излучение с заданной частотой (длиной волны), энергией и максимально возможной плотностью энергии. Пусть, в результате некоторого физического процесса, энергия этого низкочастотного излучения с некоторым коэффициентом меньше единицы переходит в энергию высокочастотного излучения ($\varepsilon_\Omega \cdot k \rightarrow \varepsilon_\omega$, $k < 1$) с характеристиками: ω , λ , ε_ω , $\rho_\omega \approx \varepsilon_\omega / \lambda^3$, $\Omega \ll \omega$, $\lambda \ll \Lambda$. Плотность энергии при этом может существенно увеличиться. Действительно, пусть коэффициент преобразования энергии составляет всего один процент ($k = 10^{-2}$), а частота излучения увеличилась в сто раз ($\lambda = \Lambda \cdot 10^{-2}$). В этом случае плотность энергии растет в ($\rho_\omega = \rho_\Omega \cdot 10^4$). Такое увеличение плотности энергии может быть достигнуто путем изменения частоты излучения.

Вторая группа механизмов, которая приводит к росту плотности энергии, в целом хорошо известна и широко используется. Это различного типа фокусировки компрессии излучения. Известно, что если мы для фокусировки будем использовать линзы, то максимальная интенсивность сфокусированного излучения будет определяться выражением

$$I / I_0 \sim (R/\lambda)^2,$$

где R — радиус линзы; λ — длина волны фокусируемого излучения. Ниже мы покажем, что существует эффективный механизм дифракционной фокусировки излучения при рассеянии излучения на средах со слабой модуляцией диэлектрической проницаемости. Если диэлектрическая проницаемость диэлектрического слоя может быть представлена в виде

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + q \cos \kappa \vec{r}, \quad (1)$$

где $\kappa = 2\pi/d$, d — период неоднородности, то плотность энергии рассеянного и сфокусированного таким слоем излучения можно представить в виде

$$I / I_0 \sim (1/q)^4.$$

Отметим, что если речь идет о рентгеновском излучении, то величина модуляции диэлектрической проницаемости очень мала и колеблется для разных кристаллов в интервале: $q \sim 10^{-4} - 10^{-6}$. Такой механизм фокусировки во многом аналогичен фокусировке излучения зонными пластинками. Однако имеются две принципиальные разницы. Первая заключается в том, что эквивалентная зонная пластинка должна иметь ширину зон, соизмеримую с периодом кристаллической решетки. Ясно, что такое реализовать невозможно. Второе отличие заключается в том, что зонная пластинка так же, как и линза, фокусирует

излучение в определенной точке (в фокусе). За этой точкой излучение, в силу теоремы Лиувилля, дефокусируется. Как мы увидим ниже, дифракционная фокусировка формирует излучение в виде тонких листов излучения либо в виде тонкого луча. При этом степень когерентности такого излучения очень высока. Поэтому поток излучения расходится мало.

Целью данного обзора является систематизация знаний о физических механизмах повышения плотности электромагнитного излучения. Статья состоит из двух частей. В первой части описаны механизмы, позволяющие использовать низкочастотное излучение для возбуждения электромагнитного излучения более высокой частоты. Вторая часть посвящена механизмам фокусировки электромагнитного излучения.

1. ВОЗБУЖДЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЫСОКИМИ ЧАСТОТАМИ

В этой части обзора рассмотрим несколько механизмов, позволяющих преобразовать энергию низкочастотного излучения в энергию высокочастотного колебания. Также рассматривается механизм, который первоначально был назван механизмом квантовой юлы. Оказалось, что этот механизм работает не только в классической механике, но и в классической электродинамике. Он позволяет использовать низкочастотное излучение для создания ансамбля долгоживущих возбужденных эмиттеров, т.е. создать достаточно плотную для высоких частот инвертированную среду (вплоть до рентгеновского диапазона).

1.1. Возбуждение высоких номеров гармоник нерелятивистскими осцилляторами. Ранее нами было показано, что нерелятивистские осцилляторы, которые движутся в слабонеоднородной периодической среде или потенциале, могут эффективно излучать высокие номера гармоник [1-10]. При этом спектр излучения нерелятивистских осцилляторов аналогичен спектру излучения релятивистских осцилляторов – максимум спектра находится в окрестности высоких номеров гармоник. Был выяснен механизм такого излучения. Оказалось, что за излучение ответственна медленная компонента (виртуальная волна) сложной структуры поля, которое существует в периодически неоднородной среде. Рассмотренный механизм излучения мог быть описан в рамках классической электродинамики.

При этом строгое получение формул, которые определяют мощность излучения осцилляторов в периодически-неоднородном диэлектрике, громоздко. Их трудно анализировать. Однако главный результат, который заключается в том, что спектр излучения нерелятивистских частиц аналогичен спектру излучения релятивистских частиц, может быть получен достаточно простым и прозрачным способом. Действительно, как показывает строгий анализ, такая особенность спектра нерелятивистских частиц в

периодически-неоднородном диэлектрике обусловлена тем фактом, что структура поля в таком диэлектрике содержит медленные виртуальные волны [11]. Именно синхронизм этих медленных виртуальных волн с нерелятивистскими частицами приводит к эффективному излучению высоких номеров гармоник. Мы воспользуемся этим фактом и получим выражение для мощности излучения простым, физически прозрачным способом. Кроме того, мы воспользуемся понятием длины формирования [12-14]. Безусловно, необходимо понимать, что полученная ниже формула может считаться справедливой только потому, что она совпадает со строгим решением. Без строгого решения ее значение не слишком велико. Однако наличие совпадающих строгого и упрощенного рассмотрения позволяет значительно глубже понять главные элементы механизма излучения.

Наше основное предположение будет заключаться в том, что эффективное взаимодействие заряженных частиц происходит только с одной из медленных виртуальных волн. Взаимодействием с другими волнами мы будем пренебрегать. Итак, пусть у нас имеется периодически-неоднородная среда, диэлектрическую проницаемость которой можно представить в виде (1).

Причем степень неоднородности мы будем считать малой ($q \ll 1$). Тогда структуру электрического поля электромагнитной волны в такой среде на частоте ω можно представить в виде:

$$\vec{E} = \sum_n \vec{E}_n \exp \left[i \cdot \omega \cdot t - i \cdot (\vec{k} + n \cdot \vec{\kappa}) \vec{r} \right]. \quad (2)$$

Каждое слагаемое в формуле (2) имеет вид плоской электромагнитной волны. Амплитуды слагаемых в выражении (2) быстро спадают с номером $E_n \sim q^n$. В соответствии с терминологией работы [11], эти слагаемые можно назвать виртуальными волнами. Причем волновые числа этих волн равны $(\vec{k} + n \cdot \vec{\kappa})$, а частота равна ω . Если, как в обычных волнах, представить волновые числа как отношение частоты к фазовой скорости волны, то видно, что выражение (2) содержит как быстрые виртуальные, так и медленные виртуальные волны. Степень замедления существенно зависит от величины вектора обратной решетки ($\vec{\kappa}$) и от номера члена в сумме (2). Учитывая, что степень неоднородности мала ($q \ll 1$), мы в сумме (2) ограничимся только одной медленной виртуальной волной. Более того, мы будем считать, что только с этой волной происходит взаимодействие заряженных частиц. Пусть в такой среде движется заряженная частица. Траекторию ее движения мы будем описывать формулой:

$$\vec{r} = \vec{V}_0 t + \vec{r}_0 \sin \Omega t. \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что мы рассматриваем, в общем случае, движение осциллятора. Если это движение нерелятивистское, то такой осциллятор будет эффективно взаимодействовать только с медленной виртуальной волной. Учитывая

сказанное выше, мы, по аналогии с работой [12], введем в рассмотрение длину формирования

$$\vec{l} = q \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{V}(t) \cdot \exp\left[i \cdot \omega \cdot t - i \cdot (\vec{k} + \vec{\kappa}) \cdot \vec{r}(t)\right] \cdot dt. \quad (4)$$

Формула (3) отличается от той, которая представлена в работе [12] тем, что в ней фигурирует не та волна, которая излучается, а виртуальная волна со всеми своими характеристиками. Действительно, эффективное формирование излучения нерелятивистских частиц будет происходить только при взаимодействии с медленной виртуальной волной. Подставим в формулу (3) выражение для координаты частицы (3) и для ее скорости. В результате получим следующее выражение для длины формирования

$$\vec{l} = q \cdot (\Omega \cdot \vec{r}_0) \times \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\vec{\kappa} \cdot \vec{r}_0) \frac{n}{(\vec{\kappa} \cdot \vec{r}_0)} \exp[i \cdot t(\omega - n \cdot \Omega)] \cdot dt. \quad (5)$$

Известно [12], что мощность излучения на частоте ω связана с длиной формирования следующим выражением

$$dW_{\omega, \vec{k}} = \frac{e^2}{2 \cdot \pi^2 \cdot c} \left[\vec{k} \cdot \vec{l} \right]^2 \cdot d\omega \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi. \quad (6)$$

Обратим внимание, что, как следует из выражения (5), длина формирования при $\omega = n \cdot \Omega$ стремится к бесконечности. Эта ситуация аналогична той, которая возникает при черенковском излучении. В этом случае полные потери энергии на излучение оказываются бесконечно большими. Однако потери энергии на единицу пути или за конечный интервал времени ограничены. Поступая при этом так же, как это сделано в [12], для черенковского излучения, выражение для квадрата длины формирования можно представить в виде

$$\left| \vec{l} \right|^2 = \frac{2\pi}{\omega} \left(\frac{q}{2} \right)^2 \cdot (\Omega \cdot \vec{r}_0)^2 \cdot J_n^2(\vec{\kappa} \cdot \vec{r}_0) \times \left(\frac{2 \cdot n}{\vec{\kappa} \cdot \vec{r}_0} \right)^2 \cdot T \cdot \delta\left(1 - \frac{n \cdot \Omega}{\omega}\right), \quad (7)$$

где T — время взаимодействия частиц с полем.

С учетом этого выражения окончательное выражение для мощности излучения на частоте ω ($\omega = n \cdot \Omega$; $n \approx \vec{\kappa} \cdot \vec{r}_0$) можно представить в виде

$$\partial W / \partial t = \left(\frac{e^2 \cdot \beta^2}{c} \right) \left(\frac{q}{2} \right)^2 \cdot \omega^2 \cdot J_n^2(n) \cdot \int_0^\pi \sin^3 \theta \cdot d\theta. \quad (8)$$

Из выражения (8) видно, что диаграмма направленности излучения соответствует дипольному излучению. Кроме того, формула (8) с точностью до численного множителя порядка единицы совпадает с соответствующим выражением, полученным по строгой теории (см., напр., [1, 2]).

Квантовая теория излучения гармоник. Аналогичное излучение имеет место и при движении заряженных частиц в периодическом потенциале.

Однако в этом случае адекватная теория должна быть квантовой теорией. Такая теория была построена в [6]. Главным результатом этой теории является доказательство высокой эффективности излучения гармоник осцилляторами в таком периодическом потенциале $U(\vec{r}) = U_0 + g \cdot \cos(\vec{\kappa} \cdot \vec{r})$. Для мощности излучения было получено следующее выражение

$$\frac{dW}{dt} = (g_{eff})^2 \cdot \frac{(e \cdot \omega \cdot V)^2 \cdot n}{4c^3} \int_0^\pi \sin^3 \theta \cdot d\theta, \quad (9)$$

где $g_{eff} = eg / E_0 < 1$, E_0 — энергия частиц перед излучением.

Представляет интерес сравнить полученное выражение с выражением для известных механизмов излучения, например, с черенковским излучением. Отношение мощности рассматриваемого излучения к мощности черенковского может быть оценено формулой

$$(dW / dt)_{Harm} / (dW / dt)_{Cher} \approx (g_{eff})^2 \cdot \beta. \quad (10)$$

Правая часть (10) содержит два малых параметра. Это означает, что мощность черенковского излучения больше мощности излучения гармоник. Однако надо иметь в виду, что эти множители не слишком малы. Кроме того, при получении (10) для оценки мощности черенковского излучения мы воспользовались формулой

$$(dW / dt)_{Cher} \sim (e^2 \cdot \omega^2 \cdot V) / c^2.$$

Это означает, что мы взяли излучение в широком интервале частот, полагая $\Delta\omega \sim \omega$ и $(1 - c / V \sqrt{\epsilon\mu}) \sim 1$. Таким образом, мощность излучения гармоник в узкой спектральной линии ($\Delta\omega \ll \omega \sim (\kappa \cdot c) / \beta$) близка к мощности черенковского излучения в широком спектральном интервале ($\Delta\omega \sim \omega$). Схематически это соотношение представлено на рис. 1. Основные выводы теории были проверены в ряде экспериментов [3]. Было проведено две серии экспериментов — в СВЧ диапазоне и в ультрафиолетовом диапазоне длин волн. В СВЧ диапазоне механизм излучения был детально изучен. Было получено хорошее совпадение с результатами теории. В ультрафиолетовом диапазоне в качестве ондулятора использовалась кристаллическая решетка полупроводников.

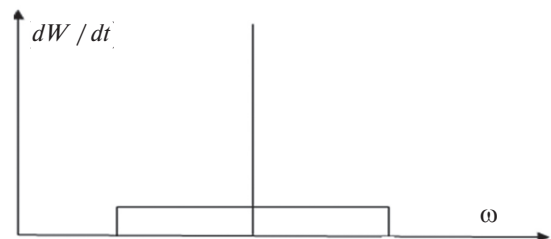


Рис. 1. Спектр излучения гармоник и черенковского излучения

Полученные результаты могут быть физической основой новых типов интенсивных

источников когерентного высокочастотного (до рентгеновского и выше) излучения. Как пример сформулируем наиболее существенные особенности возможной схемы рентгеновского лазера, если в качестве ондулятора выбрать периодический потенциал кристаллической решетки идеального кристалла: период такого ондулятора является наименьшим из тех, которые могут быть реализованы в природе (10^{-13} см); плотность эмиттеров также является наибольшей из тех, которые могут быть реализованы (плотность электронов твердого тела). Такая плотность эмиттеров позволяет реализовать индуцированный процесс излучения в рентгеновском диапазоне. Поясним малость периода ондулятора. Периодический потенциал создается ядрами кристаллической решетки. Расстояние между ядрами составляет 10^{-8} см. Размеры самих ядер порядка 10^{-13} см. В Фурье разложении такого потенциала будет порядка 10^5 компонент примерно с одинаковыми амплитудами. Минимальный период этих компонент и составляет величину 10^{-13} ($d_{\min} < 10^{-13}$ см). Соответственно, такой источник потенциально может возбуждать излучение с длиной волны $\lambda_{\min} \sim (d_{\min} / \beta) \sim d_{\min}$.

Кратко опишем возможную схему реализации такого рентгеновского лазера. На твердотельную кристаллическую мишень падает лазерное излучение с параметрами: $\lambda_L = 200$ нм $E \geq 10^9$ В/см $\Rightarrow 10^{17}$ Вт/см². В течение полупериода лазерного излучения все электроны мишени в таком поле становятся свободными. В течение времени порядка 100 периодов развивается неустойчивость, в результате которой возбуждается когерентное рентгеновское излучение. В течение этого времени структура ондулятора (структура кристаллической решетки) практически не меняется.

Экспериментальные исследования. Основные выводы теории были проверены в ряде экспериментов [3]. Было проведено две серии экспериментов.

Первая серия экспериментов была в СВЧ-диапазоне. В них изучалось возбуждение третьей гармоники волны с частотой 2.7 GHz. Эта волна падала на периодическую среду в виде решетки, погруженной в плазму. Осцилляторами служили электроны плазмы, которые колебались в поле этой волны.

Во второй серии экспериментов в качестве периодической неоднородности использовалась периодическая структура кристалла германия. Такой кристалл помещался в резонатор, который возбуждался внешним высокочастотным полем на частоте 2.7 GHz. Напряженность высокочастотного поля менялась в интервале 15-25 кВ/см. Детектор мог регистрировать излучение с длиной волны $\lambda \sim 10^{-5}$ см. Когда напряженность внешнего высокочастотного поля была таковой, что выполнялось условие $\omega = n \cdot \Omega$; $n \approx \vec{k} \cdot \vec{r}_0$, детектор

регистрировал излучение. Это излучение отсутствовало при меньших напряженностях и могло появляться при больших напряженностях. Последнее можно объяснить тем фактом, что напряженность поля на поверхности кристалла была неоднородной. Результаты этого эксперимента представлены на рис. 2. На верхней части рисунка представлена осциллограмма амплитуды высокочастотного импульса в резонаторе на частоте 2.7 GHz. На нижней осциллограмме — импульс регистрируемого излучения на длинах волн $\lambda \sim 10^{-5}$ см с кристалла при напряженности поля 20 кВ/см, т.е. излучения на миллионной гармонике. Из осциллограмм видно, что понижение напряженности поля на 10% сопровождается исчезновением излучения.

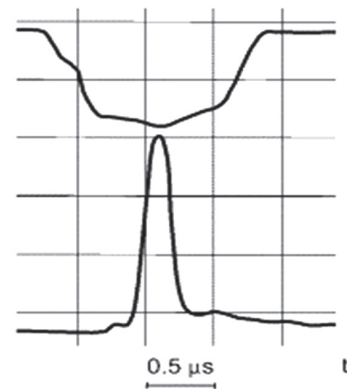


Рис. 2. Осциллограммы амплитуды высокочастотного поля в резонаторе (верхний луч) и излучения с поверхности полупроводника в области вакуумного ультрафиолета (нижний луч)

Результаты экспериментов в сантиметровом диапазоне достаточно полны для однозначной интерпретации. Характеристики излучения в этом диапазоне понятны практически во всех деталях. Что касается ультрафиолетового диапазона ($\lambda \sim 10^{-5}$ см), ситуация менее ясна. Проведенных экспериментов недостаточно для детального изучения этого излучения. Ясным является одно — спектр излучения хорошо укладывается в предлагаемый механизм излучения.

Особый интерес представляет коллективный процесс излучения. В сантиметровом диапазоне длин волн, безусловно, наблюдается коллективное излучение. В оптическом и ультрафиолетовом диапазонах можно только предполагать, что оно также реализуется. Имеющиеся экспериментальные результаты не дают возможности сделать какое-либо однозначное заключение по этому поводу.

1.2. Вторичные резонансы. Пояснить работу второго механизма преобразования энергии низкочастотных движений в энергию высокочастотных проще всего на примере вращающейся пуговицы на нитке, схематическое изображение которой приведено на рис. 3.

В этом случае энергия низкочастотных движений рук трансформируется в энергию быстрых

(высокочастотных) вращений пуговицы. Другой простой пример представляет собой систему из двух слабосвязанных линейных маятников. Известно, что наличие связи между этими маятниками приводит к тому, что энергия колебаний одного маятника через некоторое время полностью переходит в энергию колебаний второго маятника. Процесс обмена энергиями между маятниками является периодическим, частота которого определяется величиной связи. Чем меньше связь, тем меньше эта частота.

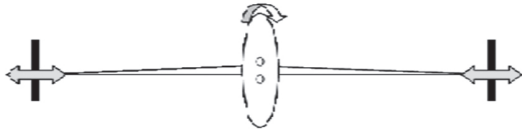


Рис. 3. Схематическое изображение вращающейся пуговицы на нитке

Таким образом, два связанных одинаковых маятника при наличии связи приобретают в своей динамике низкую частоту. Наличие этой низкой частоты позволяет организовать резонансную связь высокочастотных маятников с низкочастотным источником энергии. Мы рассмотрели различные варианты таких систем. Наиболее интересным из них является система из двух связанных резонаторов, в канал связи которых включен низкочастотный генератор (рис. 4). Было показано, что если связи между резонаторами невзаимные, то энергия низкочастотных колебаний внешнего генератора может трансформироваться в энергию высокочастотных колебаний резонаторов.

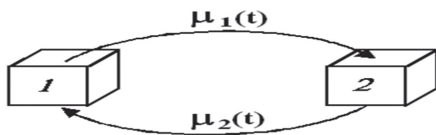


Рис. 4. Два связанных резонатора

Интересным примером является возможность усиления рентгеновского излучения при его распространении в кристаллах. При этом роль маятников играют две рентгеновские волны (падающая волна и волна минус первого порядка дифракции), связь между которыми осуществляется через кристалл (рис. 5). Дополнительные особенности механизма вторичных резонансов можно найти в работах [14-17].

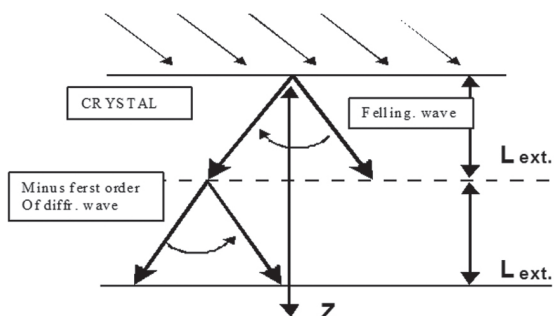


Рис. 5. Взаимодействие двух рентгеновских волн в кристалле

Проиллюстрируем работу механизма вторичных резонансов на простейшем примере. Этим примером может быть система двух связанных одинаковых осцилляторов, связи между которыми зависят от времени и невзаимные. Систему уравнений, которая описывает динамику таких осцилляторов, можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 + x_1 &= \mu_1(t) \cdot x_2, \\ \ddot{x}_2 + x_2 &= \mu_2(t) \cdot x_1. \end{aligned} \quad (11)$$

Если $(\mu_1/\mu_2) \neq const$ система (11) не может быть записана в обычном гамильтоновом виде (гамильтониан для системы (11) в общем случае может быть написан в расширенном фазовом пространстве). Причина отсутствия гамильтониана заключается в том, что виртуальная работа реакций связей не равна нулю, т.е. связи в этом случае являются неидеальными. Физическим примером системы, которая может быть описана системой уравнений (11), является динамика полей двух связанных одинаковых резонаторов. Причем связи между этими резонаторами разные. Такие связи можно осуществить, например, с помощью каналов, которые имеют гиротропные вставки.

При малых коэффициентах связи $(\mu_i \ll 1)$ для определения медленно меняющихся амплитуд $a_i(t)$ колебаний маятников, для решения $x_i = a_i(t) \cdot \exp(it)$, получим следующую систему укороченных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{a}_1 &= \mu_1 \cdot a_2 / 2i, \\ \dot{a}_2 &= \mu_2 \cdot a_1 / 2i. \end{aligned} \quad (12)$$

Пусть коэффициенты связи имеют вид $\mu_i = \alpha_i + \beta_i \cdot \cos(\gamma \cdot t)$, где α_i, β_i — постоянные. Если $\beta_i = 0$, то возникает периодическая модуляция амплитуд a_i с частотой $\Omega = \sqrt{\alpha_1 \cdot \alpha_2} / 2$, т.е. энергия одного маятника перекачивается в энергию другого, и обратно. При $\beta_i \neq 0$ система уравнений (12) эквивалентна уравнению Хилла. При этом возможен рост амплитуды взаимодействующих осцилляторов. Отметим, что из системы (12), в частности, следует

$$d(a_1^2) = \frac{\mu_1}{\mu_2} d(a_2^2). \quad (13)$$

Из (13) следует, что если $(\mu_1/\mu_2) = const$, то система (12) имеет интеграл (и обычный гамильтониан)

$$a_1^2 - (\mu_1/\mu_2) a_2^2 = const. \quad (14)$$

При выполнении (14) система (12) не имеет нарастающих решений. Усиление при этом отсутствует. Из (13) также следует, что в первом приближении по параметру β_i/α_i существует интеграл (14), если $\beta_1/\alpha_1 \rightarrow \beta_2/\alpha_2$. Чем больше различие в величинах β_1/α_1 и β_2/α_2 , тем большим будет инкремент параметрического усиления. Пусть для определенности $\beta_1/\alpha_1 \gg \beta_2/\alpha_2$ и выполнено условие параметрического резонанса: $\gamma = 2\Omega$. Тогда, воспользовавшись теорией

возмущения, найдем, что амплитуды связанных осцилляторов экспоненциально увеличиваются

$$a_1 \sim a_2 \sim \exp(\Phi t), \quad (15)$$

где $\Phi = (\beta_1/2 \cdot \alpha_1)$.

1.3. Механизм подавления квантовых переходов (квантовая юла). Механизм квантовой юлы по своему результату аналогичен квантовому эффекту Зенона. Понимание этого эффекта можно рассмотреть на примере юлы. Если ее поставить вертикально и не закрутить, она упадет. Время падения юлы можно рассматривать как время жизни ее вертикального положения. Чтобы юла сохраняла вертикальное положение, достаточно ее закрутить. Причем период вращения юлы должен быть значительно меньшим, чем время падения юлы. Нужно сказать, что этот простой принцип стабилизации неустойчивого состояния оказывается универсальным. Как мы увидим ниже, он эффективно работает как в квантовой механике, так и в классической, а также в классической электродинамике. Основная проблема при реализации этого принципа стабилизации заключается в том, чтобы определить характерное время жизни неустойчивого (возбужденного) состояния, найти воздействие, которое бы меняло характеристики изучаемой неустойчивой системы, и создать условия, чтобы период изменения этих характеристик был значительно меньшим, чем время жизни возбужденного состояния. В качестве примера рассмотрим простейшую двухуровневую квантовую систему. Мы хотим застабилизировать ее верхнее возбужденное состояние. Предположим, что на эту квантовую систему действует резонансное возмущение. Это возмущение будет переходить из возбужденного состояния в основное состояние с частотой Раби. Частота Раби пропорциональна числу квантов резонансного возмущения. Эту часть модели можно соотнести с вертикальным положением юлы – система из возбужденного состояния за время равное периоду Раби перейдет в основное состояние. Обратные переходы нас интересовать не будут. Усложним модель нашей квантовой системы. А именно: учтем наличие третьего энергетического уровня желательно вблизи возбужденного уровня. Кроме того, введем стабилизирующее возмущение – резонансное возмущение, которое будет переводить квантовую систему с исходного возбужденного уровня на дополнительный уровень. По аналогии с юлой можно ожидать, что если эти переходы будут значительно более быстрыми, чем время падения системы на нижний уровень, то такого падения не произойдет. Иными словами, введение третьего уровня и дополнительного резонансного возмущения будет эквивалентным вращению юлы.

Чтобы проверить эффективность этой схемы стабилизации квантовых систем рассмотрим простейшую трехуровневую систему, схема которой представлена на рис. 6. Пусть, для

определенности, мы имеем два близколежащих возбужденных уровня. Пусть на эту квантовую систему действует два периодических возмущения. Одно из них переводит систему из возбужденного состояния на основной нулевой уровень. Второе – перебрасывает систему с одного возбужденного уровня (первого) на второй возбужденный уровень. Мы ожидаем, что если частота переходов между возбужденными уровнями будет значительно большей, чем частота переходов между первым возбужденным и нижним (нулевым), рассматриваемая квантовая система останется на возбужденных уровнях.

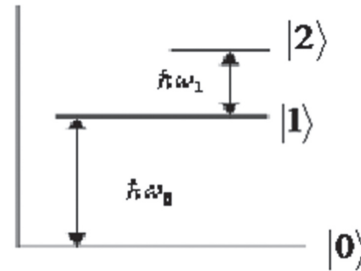


Рис. 6. Схема энергетических уровней: ω_1 — частота стабилизированного возмущения

Рассматриваемая система описывается следующим гамильтонианом:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1(t). \quad (16)$$

Как обычно второе слагаемое в правой части (16) описывает возмущение. Волновую функцию для системы (16) будем искать в виде разложения по собственным функциям невозмущенного гамильтониана:

$$\psi(t) = \sum_n A_n(t) \cdot \varphi_n \cdot \exp(i\omega_n t), \quad (17)$$

где $\omega_n = E_n / \hbar$; $i\hbar \cdot \partial \varphi_n / \partial t = \hat{H}_0 \varphi_n = E_n \cdot \varphi_n$.

Будем рассматривать трехуровневую систему, на которую действует два периодических возмущения: $\hat{H}_1(t) = \hat{U}_0 \exp(i\omega_0 t) + \hat{U}_1 \exp(i\omega_1 t)$. В этом случае система уравнений для определения амплитуд A_i приобретает вид:

$$\begin{aligned} i \cdot \hbar \cdot \dot{A}_0 &= V_{01} A_1; \quad i \cdot \hbar \cdot \dot{A}_1 = V_{10} A_0 + V_{12} A_2; \\ i \cdot \hbar \cdot \dot{A}_2 &= V_{21} A_1 \end{aligned} \quad (18)$$

Будем рассматривать случай, когда вероятности прямых и обратных переходов равны ($V_{12} = V_{21}$, $V_{10} = V_{01}$). Рассмотрим также случай, когда матричные элементы переходов между первым и вторым уровнями значительно большие, чем матричные элементы переходов между нулевым и первым уровнями ($V_{12} / V_{10} \equiv \mu \gg 1$). Пусть в начальный момент рассматриваемая квантовая система находится на верхнем возбужденном уровне. Тогда, как легко видеть, решениями нашей системы будут функции:

$$A_0 = \frac{1}{i \cdot \mu} \sin(\mu \cdot t), \quad A_1 = \cos(\mu \cdot t), \quad A_2 = -i \sin(\mu \cdot t).$$

Из этого решения следует, что чем больше параметр μ , тем меньше будет вероятность, что система из возбужденного состояния перейдет в невозбужденное стационарное состояние. Аналогичным образом можно показать, что стабилизируется первоначальное невозбужденное состояние, т.е. стабилизируется нулевой уровень. Необходимо несколько слов сказать о параметре μ . Физически этот параметр определяет отношение числа квантов низкочастотного возмущения (определяющие переходы между первым и вторым уровнями) к числу квантов, определяющих переходы между нулевым и первым уровнями.

Механизм квантовой юлы позволяет создать плотный ансамбль высоковозбужденных квантовых систем, т.е. позволяет существенно увеличить время жизни возбужденных инвертированных состояний.

В качестве примера такой возможности ниже мы рассмотрим вопрос о возможности подавления синхротронного излучения. Другими словами, мы рассмотрим вопрос об увеличении времени жизни электронов в синхротроне. Это позволит увеличить максимальную энергию электронов в синхротронах.

1.4. Два решения. Сформулированное выше условие стабилизации квантовых и классических состояний в квантовой механике находит строгое обоснование только для индуцированных процессов. Если же мы имеем спонтанные переходы, то можно было бы рассчитывать на те же самые условия. Однако, если строго решать уравнения квантовой механики и пользоваться принятой в ней теорией возмущения, мы не получим такой стабилизации. Возникает парадокс. Чтобы его проиллюстрировать более детально, рассмотрим конкретный случай стабилизации синхротронного излучения. Систему уравнений, которая описывает динамику амплитуд волновых функций для синхротронного излучения при наличии стабилизирующего возмущения, можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{A}_0 &= V^+ A_1 \exp(-i \cdot \Delta E \cdot t / \hbar) \\ i\hbar\dot{A}_1 &= V^- A_0 \exp(i \cdot \Delta E \cdot t / \hbar) + V_{12} \cdot A_2 \\ i\hbar\dot{A}_2 &= V_{21} \cdot A_1. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь $V^+ = \int \psi_0^+ U^+ \psi_1 d^3x$; $V^- = \int \psi_1^+ U^- \psi_0 d^3x$; $V_{12} = \int \psi_1^+ U \psi_2 d^3x$; $V_{21} = V_{12}$; A_1 — амплитуда волновой функции основного возбужденного состояния; A_0 — амплитуда волновой функции нижнего (основного) состояния, на которое происходят переходы за счет спонтанных процессов; A_2 — амплитуда волновой функции дополнительного состояния, на которое происходят переходы в результате индуцированного перехода, обусловленного стабилизирующим возмущением.

Система уравнений (19) отличается от приведенной в [18] только наличием третьего уравнения, а также второго члена во втором уравнении.

Это добавочное уравнение и добавочный член описывают динамику индуцированных переходов между начальным (возбужденным) уровнем и добавочным уровнем.

Операторы U^\pm определены в [18]. Отметим только, что оператор U^+ пропорционален оператору рождения, а оператор U^- пропорционален оператору уничтожения. Оператор U определяет потенциал внешнего периодического возмущения. Следует заметить, что в общем случае мы должны были бы в третьем уравнении системы (19) дописать член, который ответственен за спонтанные переходы со второго возбужденного уровня на нулевой стационарный уровень. Однако, как будет ясно из дальнейшего, нам не потребуется дополнительный анализ этих переходов, так как они будут совершенно аналогичны спонтанным переходам с первого уровня на нулевой уровень.

Система (19) допускает два существенно различающихся решения. Рассмотрим первое, строгое решение, в духе принятом в квантовой механике. У нас есть индуцированный процесс, обусловленный наличием внешнего возмущения. Этот процесс значительно более быстрый, чем процессы, связанные спонтанными переходами. Поэтому в нулевом приближении мы можем получить решение:

$$A_1 = \cos(\Omega \cdot t), \quad A_2 = -i \sin(\Omega \cdot t), \quad (20)$$

где $\Omega = V_{12} / \hbar$.

В соответствии с теорией возмущения мы должны эти решения подставить в систему (19).

Если мы поступим таким образом, то, как легко увидеть, результат стабилизации будет отсутствовать. Будут слегка изменяться спектры спонтанного излучения — произойдет их расщепление. Кроме того, возникнет некоторая периодическая во времени модуляция вероятности. Все это мало скажется на времени жизни возбужденных состояний.

Рассмотрим второе решение. Для этого введем следующие характерные времена. Характерное время $\Delta t = 2\pi / \Omega$, за которое система из основного состояния перейдет под действием стабилизирующего возмущения в новое состояние. Время жизни основного состояния в отсутствие возмущения (время жизни) $T_L = \hbar \cdot R / r_0 \cdot mc^2 \cdot \gamma$, где r_0 — классический радиус электрона; R — радиус орбиты электрона в синхротроне. Если в качестве примера мы возьмем $R = 100$ см, $E = mc^2 \cdot \gamma = 500$ MeV, то время жизни окажется порядка 10^{-9} сек. Будем считать, что $\Delta t \ll T_L$. Можно считать, что время жизни на возбужденном уровне при наличии возмущения составляет Δt . Тогда в течение этого времени вероятность перейти в нижнее стационарное состояние под действием нулевых колебаний будет пропорциональна квадрату отношения $\Delta t / T_L$. Вероятность остаться на возбужденном уровне можно оценить выражением:

$$w \sim \left[1 - (\Delta t / T_L)^2 \right]. \quad (21)$$

В результате индуцированных переходов по истечении времени Δt система опять окажется на исходном возбужденном уровне, и вероятность ее не прореагировать на нулевые колебания и перейти на основной стационарный уровень будет определяться той же формулой (21). Эти два процесса перехода на стационарный уровень независимы. Поэтому вероятность остаться на возбужденном уровне будет пропорциональна произведению вероятностей остаться на возбужденном уровне в каждом из этих интервалов. По истечении всего времени жизни (T_L) вероятность остаться системе на возбужденном уровне можно будет оценить формулой:

$$w_n = \prod_{i=1}^n w_i \sim \exp(\Delta t / 2T_L). \quad (22)$$

Видно, что при $\Delta t / T_L \rightarrow 0$ вероятность остаться системе в возбужденном состоянии будет стремиться к единице $w_n \Rightarrow 1$.

Таким образом, мы видим, что имеется два решения, результаты которых противоречат друг другу. Какое следует выбрать? По нашему мнению, второе. Действительно, решение (20) описывает динамику квантовых индуцированных переходов между возбужденным уровнем и дополнительным уровнем. Как известно, в квантовой механике такое решение имеет только вероятностный характер. Это означает, что, глядя на это решение, мы можем с уверенностью сказать только, что по истечении времени под действием внешнего возмущения система из исходного возбужденного уровня (первого) с вероятностью единица окажется на дополнительном энергетическом уровне (втором). Когда же это в действительности произойдет на этом интервале времени, можно только сказать с некоторой вероятностью. Именно этими особенностями решений квантово-механических задач мы и воспользовались при получении второго решения.

1.5. Механизм квантовой юлы в классической механике. Выше мы рассматривали только квантовые системы. Однако сформулированный принцип квантовой юлы с успехом может быть использован и в классической механике. Действительно, он похож на тот, который проявляется в движениях гироскопа и в перевернутом маятнике Капицы. В качестве простейшего примера использования этого механизма в классической динамике рассмотрим динамику трех слабосвязанных линейных осцилляторов. Гамильтониан такой системы имеет вид:

$$H = \frac{1}{2} \sum_i (A_i p_i^2 + a_i q_i^2) + h_1 \cdot q_1 q_2 + h_2 \cdot q_3 q_2. \quad (23)$$

Гамильтониану (23) соответствует следующая система дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\ddot{q}_1 + a_1 A_1 q_1 = -A_1 h_1 q_2$$

$$\ddot{q}_2 + a_2 A_2 q_2 = -A_2 h_1 q_1 - A_2 h_2 q_3 \quad (24).$$

$$\ddot{q}_3 + a_3 A_3 q_3 = -A_3 h_2 q_2$$

Система (24) описывает динамику трех связанных линейных осцилляторов. Причем связь между осцилляторами осуществляется только через второй осциллятор. Будем для простоты считать, что частоты всех осцилляторов одинаковы ($a_1 A_1 = a_2 A_2 = a_3 A_3 = \omega^2$) и что связь между ними слабая ($h_i \ll 1$). Тогда решение системы уравнений (24) удобно представить в виде $q_i = x_i(t) \cdot \exp(i\omega t)$. Учитывая, что связь слабая для нахождения медленноменяющихся переменных $x_j(t)$, можно получить следующую систему укороченных уравнений:

$$i\dot{x}_1 = -x_2, \quad i\dot{x}_2 = -x_1 - \mu x_3, \quad i\dot{x}_3 = -\mu x_2, \quad (25)$$

где $\dot{x} \equiv dx / dt$, $\tau = t(A_1 h_1 / \omega)$.

Если в системе (25) величины связей таковы, что параметр μ значительно большей единицы ($\mu = h_2 / h_1 \gg 1$), то решение системы (23) можно представить в следующем простом виде:

$$x_2 = \cos \mu \tau, \quad x_1 = i \cdot \sin(\mu \tau) / \mu, \quad x_3 = i \cdot \sin(\mu \tau). \quad (26)$$

Из решения (26) следует, что при таких значениях параметров (коэффициентов связи) в обмене энергией будут участвовать только второй и третий осцилляторы. В первом осцилляторе будут наблюдаться только быстрые осцилляции маленькой амплитуды ($x_1 \sim 1/\mu$). Этот результат как раз и соответствует тому факту, что энергия не переходит к первому осциллятору. Динамика первого осциллятора подавлена. Этот результат полностью аналогичен эффекту квантовой юлы.

Отметим, что эффект квантовой юлы похож на тот, который проявляется в движениях гироскопа и в перевернутом маятнике Капицы. Механизм квантовой юлы в классической механике может быть использован для стабилизации различного типа неустойчивостей. В качестве примера такой возможности рассмотрим стабилизацию потоков излучения в плазме.

1.6. Стабилизация потоков излучения в плазме. Механизм квантовой юлы оказывается полезным и в классической электродинамике. Покажем это на примере стабилизации потоков излучения в плазме.

Известно, что при реализации схем лазерного ускорения одной из перспективных схем является схема «beat-wave» [см., например 19, 20]. В этой схеме интенсивное лазерное излучение направляется на плазму. При нелинейном взаимодействии такого излучения с плазмой возбуждается интенсивная продольная плазменная волна, которая и используется для ускорения заряженных частиц. Однако в такой схеме реализуется не просто распад исходной лазерной волны на другую лазерную волну и на плазменную, а реализуется целый каскад таких распадов. Наличие дополнительных

волн существенно усложняет динамику как самого процесса распада, так и динамику ускоряемых частиц. Кроме этого, относительно частного случая процессы трехволнового взаимодействия (распады) играют фундаментальную роль в физике плазмы. В некоторых случаях они полезны, в других с ними необходимо бороться. Ниже мы покажем, что если одна из участвующих в трехволновом распаде волн будет участвовать в некотором дополнительном периодическом процессе (стабилизирующем процессе), то процесс распада будет подавлен. Простейшая система уравнений, которая описывает такие процессы, может быть представлена в следующем виде:

$$\frac{dA_0}{dt} = -VA_1A_2 + \frac{\mu}{2i}A_3, \quad \frac{dA_3}{dt} = \frac{\mu}{2i}A_0, \quad (27)$$

$$\frac{dA_1}{dt} = VA_0A_2^*, \quad \frac{dA_2}{dt} = VA_1^*A_0.$$

Эта система уравнений описывает взаимодействие четырех волн. Причем две из них, нулевая и третья, в наших обозначениях связаны друг с другом линейно через коэффициент связи μ . Если другие волны отсутствуют, то происходит периодическая перекачка энергии из основной зоны в стабилизирующую, и обратно. Частота такой перекачки равна $\Omega = \mu / 2$. Три волны (нулевая, первая и вторая) взаимодействуют через нелинейность. Если коэффициент связи равен нулю ($\mu = 0$), то система (27) описывает обычное трехволновое взаимодействие волн, динамика которого хорошо изучена (см., например, [21, 22]). Инкремент распадной неустойчивости равен $\delta = V|A_0(0)|$. Отметим, что если знак первого члена правой части первого уравнения с минуса поменять на плюс, то такая система будет описывать взрывную неустойчивость, которая также детально изучена. Ниже мы покажем, что добавление третьей волны может подавить как процессы распада, так и процесс взрывной неустойчивости. Отметим, что в системе (27) мы учли связь только нулевой волны (волны накачки) со стабилизирующей волной (третьей). Оказывается, что такие же результаты получаются и в тех случаях, когда в процесс стабилизирующего взаимодействия будет вовлечена любая другая волна (первая или вторая).

Мы предполагаем, в соответствии с общей идеологией, что как только время перекачки между стабилизирующей волной и одной из волн, участвующих в трехволновом взаимодействии, окажется меньшим чем время равное обратному инкременту распадной неустойчивости, то процесс распада будет подавлен. Это условие имеет вид $\mu / 2V > |A_0(0)|$. Ниже мы покажем, что действительно такой процесс подавления имеет место. Мы будем анализировать систему (27) численными методами. Для этого удобно ввести следующие параметры и новые действительные переменные:

$$A_0 = x_0 + ix_1, \quad A_1 = x_2 + ix_3, \quad A_2 = x_4 + ix_5, \quad A_3 = x_6 + ix_7$$

$$\tau \equiv Vt, \quad \varepsilon \equiv \mu / 2V \quad (28)$$

Если стабилизирующей волны нет ($\varepsilon = 0$), то наблюдается обычный процесс распада. При включении стабилизирующей волны при выполнении условия $\mu / 2V > |A_0(0)|$ во всех случаях наблюдался процесс стабилизации распадной неустойчивости.

Стабилизация взрывной неустойчивости. Интересно отметить, что происходит стабилизация не только процесса распада, но и процесса взрывной неустойчивости. Результаты рассмотрения представлены на рис. 7–9. На рис. 7 показана динамика волн при взрывной неустойчивости в отсутствие стабилизации, а на рис. 8, 9 представлена динамика волн при наличии стабилизирующей волны. Из данных рисунков видно, что уже при значениях параметра $\varepsilon = 0.09$ наблюдается полная стабилизация взрывной неустойчивости. При этом основная волна и стабилизирующая волна взяли на себя всю динамику. Только они и обмениваются энергией между собой. Остальные волны в динамике не участвуют. Однако уже при $\varepsilon = 0.08$ взрыв проявляется в полную силу, но время его возникновения отодвигается.

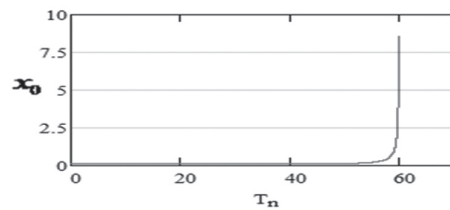


Рис. 7. Динамика взрывной неустойчивости без стабилизации: $\varepsilon = 0, x_0(0) = 0.1, x_2(0) = 0.001, x_6(0) = 0.01$

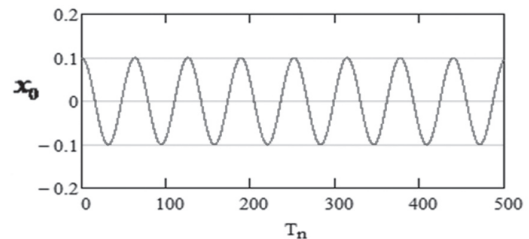


Рис. 8. Подавление взрывной неустойчивости: $\varepsilon = 0.09, x_0(0) = 0.1, x_2(0) = 0.001, x_6(0) = 0.01$

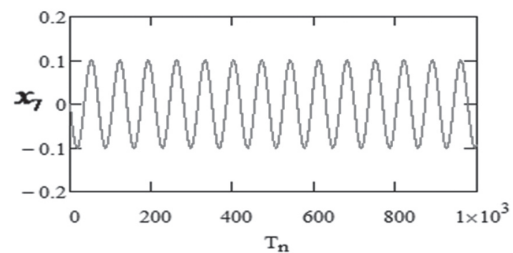


Рис. 9. Подавление взрывной неустойчивости: $\varepsilon = 0.09, x_0(0) = 0.1, x_2(0) = 0.001, x_6(0) = 0.01$

Дополнительные детали механизма квантовой юлы можно найти в работах [23–25].

2. ФОКУСИРОВКА ИЗЛУЧЕНИЯ

В этом разделе мы опишем некоторые новые механизмы фокусировки излучения. В приближении геометрической оптики рассмотрен механизм фокусировки лучей, аналогичный автофазировке частиц в ускорителях. Наибольшую плотность энергии можно достичь при рассеянии волн на периодически-неоднородном диэлектрике. В этом случае важным является учет фазовых соотношений, т.е. рассмотрение должно быть волновым.

2.1. Фокусировка лучей, аналогичная автофазировке Векслера-Макмиллана в теории ускорителей заряженных частиц. Известно, что автофазировка ускоряемых заряженных частиц Векслера-Макмиллана играет фундаментальную роль в теории ускорителей заряженных частиц. Известно также, что уравнения, которые описывают динамику лучей в диэлектрической среде в приближении геометрической оптики, мало отличаются от уравнений, описывающих динамику заряженных частиц во внешних электромагнитных полях. Поэтому можно рассчитывать, что такая фокусировка имеет место и для лучей. Более того, можно ожидать, что она будет такой же важной, как автофазировка частиц в теории ускорителей. Ниже мы покажем, что такая фокусировка для лучей действительно имеет место.

Рассмотрим неоднородную среду, показатель преломления n которой можно представить в виде:

$$n(x, z) = n_0 + q \cdot \cos\Phi(x, z), \quad (29)$$

где n_0 — показатель преломления однородной среды; q — константа; $\Phi(x, z)$ — фаза периодической неоднородности, которая определяется формулой

$$\Phi = \int_0^z k(z) \frac{dx}{dz} dz - \omega z, \quad (30)$$

k — «частота» периодической неоднородности по оси x ; ω — «частота» периодической неоднородности по оси z .

Величины $d_x = 2\pi/k$ и $d_z = 2\pi/\omega$ определяют периоды неоднородности вдоль оси x и z , соответственно. Зависимость $k(z)$ означает, что период неоднородности d_x зависит от z .

Уравнения, которые описывают динамику лучей в такой среде, можно представить в виде [26–28]:

$$\frac{dx}{dz} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \frac{dp}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad p_y = \text{const} = 0. \quad (31)$$

Здесь $H = H(x, z) = -\sqrt{n^2(x, z) - p^2(x, z)}$ — функция Гамильтона; p — «импульс»,

$$p = p_x = \frac{n\dot{x}}{\sqrt{1 + \dot{x}^2}}, \quad \dot{x} = \frac{dx}{dz}. \quad (32)$$

Переменная z играет роль времени в аналогичных задачах динамики заряженных частиц,

находящихся во внешних электромагнитных полях.

Из уравнения для фазы (30) и уравнений движения (31) легко получить уравнение, описывающее динамику фазы луча:

$$\ddot{\Phi} - \frac{\dot{k}}{k} \dot{\Phi} - \frac{qk^2 n^3}{(n^2 - p^2)^2} \sin \Phi = 0, \quad (33)$$

где $\dot{\Phi} = \partial\Phi / \partial z$.

Если $k = \text{const}$, то уравнение (33) представляет собой уравнение математического маятника с круговой частотой: $\Omega^2 = qk^2 n^3 / (n^2 - p^2)^2$.

Лучи с фазами Φ , соответствующими колебаниям математического маятника, будут захвачены неоднородностью. Для них среда с показателем преломления (29) является волноведущей. Из формул (31) следует, что обобщенный импульс p может измениться наиболее существенно при условии $\dot{\Phi} = 0$, т.е. при $k\dot{x} = \omega$. Если отождествить \dot{x} со скоростью заряженной частицы, то это условие аналогично условию черенковского резонанса при взаимодействии частицы с электромагнитной волной.

Аналогия оказывается еще более глубокой. Действительно, уравнение (33), описывающее динамику фазы неоднородности относительно луча, совпадает с уравнениями для фазы волны относительно частицы в теории линейных ускорителей [29]. Воспользуемся этой аналогией и введем понятие синхронного луча, т.е. луча (x_s, p_s) , положение которого относительно фазы неоднородности не меняется и траектория которого описывается уравнениями

$$v_\Phi = \frac{dx_s}{dz} = \frac{p_s}{\sqrt{n^2 - p_s^2}}, \quad \dot{p}_s = -\frac{qk^2 v_\Phi}{\omega \sqrt{n^2 - p_s^2}} \sin \Phi_s, \quad (34)$$

а синхронная фаза определяется условием

$$\dot{k} / k = \dot{v}_\Phi / v_\Phi. \quad (35)$$

Уравнение (33) при этом можно переписать в виде

$$\ddot{\Phi} - \frac{\dot{k}}{k} \dot{\Phi} + \Omega^2 (\sin \Phi - \sin \Phi_s) = 0. \quad (36)$$

Для малых отклонений фазы от синхронной φ ($\varphi = \Phi - \Phi_s$) из (36) найдем

$$\ddot{\varphi} - \frac{\dot{k}}{k} \dot{\varphi} + \Omega_0^2 \varphi = 0, \quad (37)$$

где $\Omega_0^2 = \frac{qk^2 n_0^3}{(n_0^2 - p_s^2)^2} \cos \Phi_s$.

Из (37), следует, что в области фаз, где $\cos \Phi_s > 0$ лучи осциллируют около положения синхронного луча. При $\dot{k} < 0$ происходит фокусировка лучей, аналогичная автофазировке частиц.

2.2. Дифракционная фокусировка. Выше мы рассмотрели фокусировку излучения в приближении геометрической оптики, то есть когда характерный размер, на котором параметры среды меняются, существенно больше длины волны. При этом фазовые соотношения между волнами и средой были несущественны. Представляет интерес рассмотреть такие значения параметров волн и среды, когда размер неоднородностей соизмерим с длиной волны. В этих условиях фазовые соотношения между волнами и неоднородностью среды могут играть определяющую роль. Эти соотношения могут существенно менять как амплитудные соотношения между волнами, так степени когерентности взаимодействующих волн. В качестве примера ниже мы рассмотрим простейший пример, который показывает, что взаимодействие волн с идеальной периодической неоднородностью может порождать волны, амплитуды которых во много раз превосходят амплитуду падающих волн. Такой процесс также можно отнести к процессу фокусировки рассеянного излучения.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу о рассеянии волны на периодически неоднородном диэлектрическом слое. Пусть из однородного полупространства $z < 0$ с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 на периодически неоднородный диэлектрический слой $0 \leq z \leq L$ падает плоская волна $\vec{E}^1 = \vec{E}_0 \cdot \exp(i(\vec{k}\vec{r} - \omega t))$. Диэлектрическую проницаемость слоя будем описывать соотношением (1). Между величинами $\text{Re}(q, \epsilon_0)$, $\text{Im}(q, \epsilon_0)$ существует соотношение $\text{Re}\epsilon_0 \gg \text{Re}q \gg \text{Im}(q, \epsilon_0) \gg q^2$. Диэлектрическую проницаемость полупространства за слоем ($z > L$) для упрощения будем считать равной ϵ_1 ($\epsilon_3 = \epsilon_1$). Поля в слое и вне его должны удовлетворять уравнениям

$$\Delta \vec{E}^i - \frac{\epsilon_i}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}^i}{\partial t^2} = 0, \quad i = \{1, 2, 3\}, \quad (38)$$

а также граничным условиям на поверхностные слои:

$$(\vec{E}_t^1 = \vec{E}_t^2, \vec{H}_t^1 = \vec{H}_t^2)_{z=0}, \quad (\vec{E}_t^2 = \vec{E}_t^3, \vec{H}_t^2 = \vec{H}_t^3)_{z=L} \quad (39)$$

При изучении нестационарных задач эти граничные условия должны быть дополнены значениями полей при $t = 0$. Если изучается динамика полей в ограниченных вдоль оси x слоях, то граничным условиям (40) нужно добавить граничные условия при $x = 0$. Как видно, мы описываем кристалл наиболее простой моделью, которая однако позволит легко получить ответы на многие интересующие нас вопросы.

Поля в слое. Для нахождения полей в периодически неоднородной среде с малой величиной неоднородности ($q \ll 1$) будем пользоваться методом связанных волн. При этом укороченные уравнения для нахождения медленно меняю-

щихся амплитуд связанных волн (мы ограничимся приближением двухволновой дифракции) будут иметь вид:

$$2i \left[(\vec{k}_0 \cdot \vec{\nabla}) \vec{E}_{01} - \frac{\omega \epsilon_0}{c^2} \cdot \frac{\partial \vec{E}_{01}}{\partial t} \right] = -\frac{q \omega^2}{2c^2} \vec{E}_1 \quad (40)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_1}{\partial z^2} + 2i \left[(\vec{k}_0 \cdot \vec{\nabla}) \vec{E}_1 - \frac{\omega \epsilon_0}{c^2} \cdot \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} \right] = -\frac{q \omega^2}{2c^2} \vec{E}_{01}$$

Рассмотрим тонкий слой (кристаллический), на который из верхнего полупространства падает излучение. Под тонким слоем мы будем понимать слой, толщина которого удовлетворяет неравенствам $\lambda \ll L \ll L_{ekst}$, где $L_{ekst} \sim \lambda / q$ — длина экстинкции. Пусть диэлектрическая проницаемость слоя зависит только от координат z и x . Для определения полей в слое и вне мы можем воспользоваться уравнениями (40).

Будем считать задачу стационарной. Кроме того, слой будем считать тонким настолько, что падающее излучение проходит через него, практически не меняясь. При этом амплитуду падающей волны можно просто считать постоянной. Тогда для определения амплитуды собственной волны в слое мы получим простое уравнение:

$$2i[(k_{0x} \cdot \partial / \partial x) E_1] = -\frac{q \omega^2}{2c^2} E_{01}, \quad E_{01} = const. \quad (41)$$

Решение имеет вид: $E_1 = -\frac{q}{4i} E_{01} \cdot (kx)$. Таким образом, амплитуду рассеянной волны на выходе из слоя, на торце $x = L$, можно оценить величиной: $E_1 \approx q \cdot E_{01} \cdot (L / \lambda)$.

Видно, что чем большей будет поверхность, на которую падает излучение, тем большей будет амплитуда рассеянной волны. В этом случае следует обратить внимание на следующие обстоятельства:

1. Мы пользуемся теорией возмущений, и величины пропорциональные q^2 мы опускаем. При этом, когда амплитуда рассеянной волны сама становится очень большой ($L > \lambda / q^2$), мы должны использовать второе приближение. Если мы этого не делаем, то, не выходя за рамки нашего приближения, следует ограничиться амплитудой рассеянной волны $E_1 \approx E_{01} / q$.

2. Для рентгеновского излучения наш слой является оптически менее плотной средой $\epsilon = [1 - \omega_p^2 / \omega^2] < 1$, чем вакуум. Поэтому для того, чтобы в слое существовала собственная волна, а рассеянное излучение не покидало слой, нам необходимо сформировать т.н. «сэндвич», т.е. обложить слой тонкими слоями более плотного вещества, как показано на рис. 10.

3. Обратим внимание на кажущийся парадокс: чем меньше неоднородность, тем большей может быть амплитуда рассеянной волны.

Много важных особенностей процесса фокусировки можно найти в работах [30–32]. Особенно

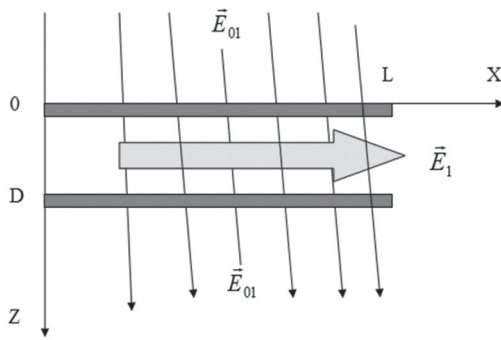


Рис. 10. Схема типа «сэндвич»

это касается формирования излучения не только с высокой плотностью, но и с высокой степенью когерентности. В частности, в [32] показано, что в схеме, рассмотренной в этом разделе, размер поперечной когерентности рассеянной волны в слое может быть порядка размера области, с которой собирается излучение ($L_{cog} \sim L$). В ней же получена формула, которая обобщает формулу Ван-Циттерта-Цернике на случай наличия идеальной периодической неоднородности кристалла.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше мы рассмотрели механизмы умножения частоты и фокусировки излучения в неоднородных средах. Все эти механизмы позволяют существенно увеличить плотность энергии исходного излучения и имеют самостоятельное значение. Действительно, факт возможности возбуждения высоких гармоник нерелятивистскими осцилляторами может представлять практический интерес, связанный с созданием на основе этого механизма компактных источников интенсивного когерентного рентгеновского излучения. Такие источники можно сравнить с лазерами на свободных электронах (ЛСЭ). Если в качестве ондулятора рассматривать периодическую неоднородность диэлектрика, то аналогия почти полная. Однако для рентгеновского диапазона модуляция диэлектрической постоянной очень незначительна ($q < 10^{-4}$). Более эффективным в этом диапазоне длин волн является использование периодической неоднородности потенциала кристаллической решетки. Источник излучения с таким ондулятором можно было бы сравнивать с электростатическим ЛСЭ. Принципиальной разницей является тот факт, что механизм излучения является чисто квантовым и не определяется релятивистскими эффектами. Действительно, также как в случае с периодической неоднородностью, ответственными за излучение тут являются виртуальные волны волновой функции. Отличие заключается в том, что в диэлектрике эффективное взаимодействие заряженных частиц с полем определяется медленной виртуальной волной, а в случае периодического потенциала за эффективное взаимодействие с излучаемой волной отвечает быстрая виртуальная

волна волновой функции. Эти механизмы позволяют создать эффективные источники интенсивного когерентного рентгеновского излучения значительно более простыми способами, чем те, которые реализуются в настоящее время. Отметим, что для возбуждения рентгеновского излучения нам достаточно иметь ансамбли заряженных частиц, энергия которых составляет порядка 10 кэВ. Ясно, что такие ансамбли значительно легче создавать, чем потоки заряженных частиц с энергией порядка ГэВ.

Механизм вторичных резонансов также может быть полезен для возбуждения коротковолнового излучения. Вызывает некоторое недоумение тот факт, что этот механизм до настоящего времени никто не описывал и не использовал. Действительно, то, что ансамбль связанных осцилляторов приобретает некоторую дополнительную нормальную моду с низкой частотой, в общем-то, хорошо известно. Известна также и перекачка энергии с низкой частотой между связанными осцилляторами. Казалось бы, этих фактов вполне достаточно, чтобы их использовать для преобразования энергии низких частот в высокочастотные колебания. Мы можем объяснить этот факт двумя причинами. Первая – заключается в том, что при слабой связи между осцилляторами низкочастотная нормальная мода имеет частоту, которая мало отличается от основной частоты осцилляторов ($\Delta\omega \sim \mu$). Использовать же низкочастотную перекачку энергии между связанными осцилляторами оказалось не так просто. Для этого потребовалось, прежде всего, наличие не взаимной связи между осцилляторами и модуляция этой связи. Действительно, рассмотрим, например, два связанных одинаковых линейных осциллятора. Их динамика описывается уравнениями (11). Тот факт, что они связаны, приводит к возникновению их низкочастотной динамики ($\Omega \sim \mu$). Поэтому, казалось бы, что воздействие внешнего низкочастотного возмущения может привести к раскачке этих осцилляторов. Легко видеть, что такого не произойдет. Действительно, допишем в уравнениях (11) внешнее возмущение на произвольной частоте ω_0 . Тогда для медленно меняющихся амплитуд мы получим уравнение, в правой части которого будут содержаться только высокочастотные компоненты:

$$\ddot{a}_1 + (\mu^2 / 4)a_1 = A \exp[i(\omega_0 - 1)\tau] + B \exp[i(\omega_0 + 1)\tau].$$

Поэтому, похоже, что только наличие не взаимной связи может привести к возможности преобразовать низкочастотные колебания в энергию высокочастотных. Отметим, что в настоящее время имеется большое разнообразие не взаимных элементов практически во всех диапазонах частот.

Несколько слов следует сказать о механизмах фокусировки излучения. Прежде всего, можно ожидать, что механизм фокусировки, аналогич-

ный механизму автофазировки Векслера-Макмиллана, приобретет в теории фокусировки такое же значение, как механизм автофазировки в теории ускорителей. Отметим, что в отличие от заряженных частиц лучи не отталкиваются. Соответственно, плотность их может быть значительно более высокой, чем плотность заряженных частиц. Уравнения приближения геометрической оптики, которые нами использовались, являются гамильтоновскими уравнениями. Для них справедлива теорема Лиувилля. Поэтому группировка лучей, как и в линзах, будет происходить в определенной точке (фокусе). За этой точкой лучи будут расходиться. Расходимость может отсутствовать при использовании теории дифракции. В этом случае используются волновые уравнения, а процесс фокусировки сопровождается преобразованием одних волн в другие. Такой процесс не подчиняется теореме Лиувилля. Как результат, фазовый объем может быть существенно уменьшен, а степень когерентности излучения существенно увеличена.

Литература

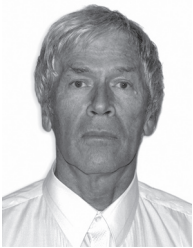
- [1] *V.A. Buts*. Excitation of the harmonics by the oscillators flux in periodically heterogeneous medium. *Intense Microwave Pulses V*. 31 July-1 August 1997, San Diego, California, v. 31158, 202-208.
- [2] Буц В.А. Коротковолновое излучение нерелятивистских заряженных частиц. — ЖТФ. — Т.69, в. 5. — 1999. — С. 132-134.
- [3] Антонов А., Буц В.А., Ковпик О.Ф., Корнилов Е.А., Свищенский В. Возбуждение высоких номеров гармоник нерелятивистскими осцилляторами // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2005. — Т. 10. — № 4. — С. 39-44.
- [4] Буц В.А., Егоров А.М. Лазеры на нерелятивистских электронах. // Успехи современной радиоэлектроники. — № 7. — 2006. — С. 3-17.
- [5] *V.A. Buts, A.M. Egorov, A.P. Tolstoluzhsky*. Excitation of harmonics by flows of the charged particles in the magnetic field. *Problems of atomic science and technology*, 2009. N 1. Series: "Plasma Physics"(15). p.107-109.
- [6] Буц В.А. Квантовая теория излучения нерелятивистских осцилляторов в периодических потенциалах // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2009. — № 9. — Т. 14. — С. 73-80.
- [7] *A.N. Antonov, V.A. Buts, A.M. Egorov, O.F. Kovpik, E.A. Kornilov, V.G. Svichenskij, A.P. Tolstoluzhsky*. Excitation of short-wave radiation by nonrelativistic oscillators. The sixth International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter waves and workshop on Terahertz Technologies. Kharkov, Ukraine, June 25-30, 2007. V. 1, p. 568-570.
- [8] Буц В.А., Егоров А.М., Толстолужский А.П. Лазеры на свободных электронах с медленными волнами: Тезисы докладов XX Международного семинара по ускорителям заряженных частиц. 9-15.09.2007, Алушта, Крым, 2007. — С. 48-49.
- [9] *V.A. Buts, A.M. Egorov, E.A. Kornilov, V.I. Marekha, A.P. Tolstoluzhsky*. Nonrelativistic free electron lasers. *Problems of atomic science and technology*, 2007, N 3(2), p. 265-269.
- [10] Буц В.А., Егоров А.М., Толстолужский А.П. Лазеры на свободных электронах с медленными волнами. // *Problems of atomic science and technology*, 2008, N 5. Series: Nuclear Physics Investigations (50), p. 111-115.
- [11] Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Некоторые вопросы теории переходного излучения и переходного рассеяния. — УФН, 1978. — Т. 126. — Вып. 4. — С. 553.
- [12] Болотовский Б.М. Путь формирования и его роль в излучении движущихся зарядов // Тр. ФИАН. — Т. 140. — С. 95-140.
- [13] Франк М.М. Эффект Доплера в преломляющей среде. — Изв. АН СССР. Сер. Физ. — 1942. — Т. 6. № 1-2. — С. 3-31.
- [14] Буц В.А. Динамика систем при вторичных резонансах с низкочастотным возмущением. 6-ой Междо-сударственный семинар «Плазменная электроника и новые методы ускорения». — ВАНТ. — 2000. — № 1 (2). — С. 209-211.
- [15] *V.A. Buts*. "Peculiar properties of systems under secondary resonances with an external perturbation. *Problems of Atomic Science and Technology*. Special issue dedicated to the 90-th birthday anniversary of A.I.Akhiezer. 2001. N6. 329-333.
- [16] Буц В.А. Динамика систем при вторичных резонансах с низкочастотным возмущением. // Электромагнитные волны и электронные системы. — № 1. — Т. 9. — 2004. — С. 59-68.
- [17] *Vyacheslav A. Buts*. Using Secondary Resonances for Amplification of Short-Wave Radiation. 8th International Conference on Transparent Optical Networks. Nottingham, United Kingdom, June 18-22, 2006. IC-TON 2006, p. 193-196.
- [18] *A.A. Sokolov, I.M. Ternov*. *Relativistic electron*. Moscow. Publisher «Science». 1974, p.391. (In Russia).
- [19] T. Tajima and J. M. Dawson. 1979. Laser Electron Accelerator. *Phys. Rev. Lett.* 43: 267-270.
- [20] D. Carrigan, *Advanced Accelerators* (2005).
- [21] Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме. — М.: Наука. — Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. — 394 с.
- [22] *X. Вильгельмссон, Я. Вейланд*. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. — М.: «Энергоиздат», 1981. — 223 с. (H Wilhelmsson, J. Weiland. Coherent non-linear interaction of waves in plasmas).
- [23] Буц В.А. Модификация квантового эффекта Зенона — квантовая юла. // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2010. — № 1. — Т. 15. — С. 58-65.
- [24] *V.A. Buts*. Stabilization of the excited states // *Problems of atomic science and technology*, Series: "Nuclear-physical researchers". 2010, N 3, pp. 90-93
- [25] *Абдуллаев С.С., Заславский Г.М.* Нелинейная и стохастическая динамика лучей в регулярных поперечно-неоднородных средах. — Красноярск: ИФСО АН СССР, 1983. — Препринт № 239Ф. — 42 с.
- [26] *Заславский Г.М.* Стохастичность динамических систем. — М.: Наука, 1984. — 271 с.
- [27] *Заславский Г.М.* Статистика энергетического спектра // УФН. — 1979. — Т. 129, вып. 2. — С. 211-238.
- [28] *Власов А.Д.* Теория линейных ускорителей. — М.: Атомиздат, 1965. — 307 с.
- [29] *A.V. Buts, V.A. Buts, G.I. Churyumov*. Phasing radiation in inhomogeneous mediums 10th International Conference & School on Plasma Physics and Controlled

Fusion Alushta, Ukraine, September 13-18, 2004 year., (Book of Abstracts p. 156).

- [30] *A.V. Buts, V.A. Buts, G.I. Churyumov.* Self-focusing of radiation in non-uniform mediums Problems of Atomic Science and Tehnology Series Plasma Physics(11) 2005. №2 p. 146-148.
- [31] *Буц А.В., Чурюмов Г. И., Исаева Е.Б.* Автофазировка лучей в волноведущих средах // 10-я Международная конференция «Теория и техника передачи приема и обработки информации» — 2004, 28 сентября — 1 октября. — С. 127.
- [32] *Буц А.В., Буц В.А.* Повышение плотности энергии и уровня когерентности рентгеновского излучения при рассеянии идеальным кристаллом. // Электромагнитные волны & электронные системы. — № 1. — 2001.

Поступила в редколлегию 3.12.2012

Буц Вячеслав Александрович, доктор физ.-мат. наук, профессор, заведующий лабораторией Института плазменной электроники и новых методов ускорения ННЦ «ХФТИ». Область научных интересов: регулярная и хаотическая динамика, физика плазмы, плазменная электроника, ускорители заряженных частиц.



Егоров Алексей Михайлович, доктор физ.-мат. наук, профессор, член-корреспондент НАН Украины, директор Института плазменной электроники и новых методов ускорения ННЦ ХФТИ. Область научных интересов: физика плазмы, плазменная электроника, ускорители заряженных частиц.



Чурюмов Геннадий Иванович, доктор физ.-мат. наук, профессор. Область научных интересов: математическое моделирование вакуумных приборов СВЧ; теория и техника СВЧ, применение СВЧ технологий.



УДК 537.5

Підвищення щільності випромінювання при підвищенні частоти і при фокусуванні в неоднорідних середовищах / В.О. Буц, О.М. Єгоров, Г.І. Чурюмов // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2012. — Том 11. — № 4. — С. 501–514.

Дано короткий огляд деяких механізмів, що дозволяють істотно підвищити щільність енергії випромінювання. Ці механізми були запропоновані і вивчені в ННЦ «ХФТИ» та в ХНУРЕ і представлені у вигляді двох великих груп. У першій описано механізми перетворення енергії низькочастотних коливань в енергію високочастотних. Найбільшу увагу в цій групі приділено механізму збудження високих номерів гармонік нерелятивістськими осциляторами. Дана спрощена теорія цього механізму. Обговорюються механізми вторинних резонансів і механізм квантової дзиги. У другій групі розглянуті механізми фокусування випромінювання в неоднорідних середовищах. Для променів показано існування механізму, аналогічного механізму автофазування Векслера-Макміллана. Показано, що при розсіюванні когерентного випромінювання на періодично-неоднорідному діелектрику може сформуватися випромінювання, щільність енергії якого значно перевищує щільність енергії падаючого випромінювання.

Ключові слова: щільність випромінювання, перетворення енергії, гармоніка, нерелятивістський осцилятор, фокусування випромінювання, неоднорідне середовище, когерентне випромінювання.

Лл. 10. Бібліогр.: 29 найм.

UDC 537.5

Increase of radiation density in increasing frequency and focusing in nonhomogeneous media / V.A. Buts, A.M. Yegorov, G.I. Churyumov // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. — 2012. Vol. 11. № 4. — P. 501–514.

The paper gives a brief overview of some mechanisms allowing to substantially increase radiation energy density. These mechanisms have been suggested and studied at the National Scientific Centre «Kharkov Physicotechnical Institute» and Kharkov National University of Radio Electronics and are represented in the form of two big groups. The first group describes mechanisms of converting energy of low-frequency oscillations into that of high frequency ones. Considerable attention in this group is paid to the mechanism of exciting high numbers of harmonics by non-relativistic oscillators. A simplified theory of this mechanism is given. Mechanisms of secondary resonances and mechanism of a quantum humming top are discussed. The second group considers mechanisms of focusing radiation in nonhomogeneous media. The paper shows the existence of a mechanism for beams that is analogous with that of Wexler-McMillan autophasing. It is shown that in dispersing coherent radiation radiation can be formed on a periodically nonhomogeneous insulator whose energy density considerably exceeds that of incident radiation.

Keywords: radiation density, energy conversion, harmonic, nonrelativistic oscillator, radiation focusing, nonhomogeneous medium, coherent radiation.

Fig. 10. Ref.: 29 items.