

## ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА МЕТОДОМ ESPRIT С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИИ СУРРОГАТНЫХ ДАННЫХ

*В.И. ВАСИЛИШИН*

В работе рассматривается задача адаптивной коррекции предварительной обработки наблюдаемого на фоне шума сигнала, состоящего из совокупности гармонических компонент, при его спектральном анализе методом ESPRIT с использованием технологии суррогатных данных. Применение этой технологии позволяет повысить точность оценивания частот гармонических компонент сигнала при низких значениях отношения сигнал-шум.

*Ключевые слова:* собственноструктурные методы, метод ESPRIT, суррогатные данные.

### ВВЕДЕНИЕ

Спектральный анализ — важная задача, возникающая в ряде приложений [1–6]. Во многих случаях спектральный анализ приходится производить при низком отношении сигнал-шум и (или) имея в распоряжении короткие записи данных (в радиолокации, например, в каждом отраженном импульсе может содержаться всего несколько отсчетов). Традиционные методы спектрального анализа, основанные на алгоритме быстрого преобразования Фурье (БПФ), характеризуются высокой вычислительной эффективностью. Однако имеет место ограничение разрешающей способности величиной, обратной времени наблюдения, и эффект маскирования спектральных линий слабых сигналов боковыми лепестками спектральных линий более сильных сигналов [1, 2]. Применение современных методов спектрального анализа в определенных условиях позволяет преодолеть свойственные традиционным методам недостатки и получить достаточно высокую разрешающую способность (выше релеевского предела) при сравнительно короткой последовательности данных.

Задача «сверхразрешения» по частоте является актуальной радиолокационной задачей (например, «сверхразрешения» по частоте Доплера отраженных от групповых целей сигналов в импульсно-доплеровских радиолокаторах, при распознавании целей, обработке изображений, полученных бортовой радиолокационной станцией с синтезированием апертуры и т.д.), которая может решаться методами спектрального анализа [1–4]. При оценивании частоты Доплера интервал наблюдения ограничен, т. к. увеличение длительности наблюдения часто приводит к «размазыванию» спектра сигнала вследствие более быстрого изменения частот Доплера по сравнению с длительностью наблюдения. Также важной является задача «сверхразрешения» по угловой координате — при оценивании угловых координат источников излучения, формирующих одновременно сигналы, несущие частоты которых одинаковы. При этом имеет место ограничение на размер апертуры антенной решетки.

Среди современных методов спектрального анализа со «сверхразрешением» особенное место занимают так называемые собственноструктурные методы (Писаренко, MUSIC, Root-MUSIC, ESPRIT, Min-Norm, FINE и другие) [1, 2, 4–8]. Собственноструктурные (СС) методы используют информацию о измеряемых параметрах источников сигналов, которая содержится в собственных векторах (СВ) и значениях (СЗ) ковариационной матрицы наблюдения.

Применительно к задаче оценивания частот компонент гармонического сигнала они обеспечивают лучшие характеристики разрешения-измерения, чем методы, основанные на БПФ [1]. Задача разрешения (оценки числа) гармонических компонент сигнала при этом обычно решается перед применением СС методов с помощью критериев AIC, MDL и других методов [1, 2, 4–5].

СС методы также называют методами, основанными на использовании подпространств (subspace-based methods), что обусловлено выполнением после разложения ковариационной матрицы (КМ) наблюдений по СЗ и СВ (eigenvalue decomposition- EVD) разделения СЗ и СВ на соответствующие подпространству сигналов (ППС) и подпространству шума (ППШ). Указанное разделение производится на основании оценки числа источников излучения (числа гармонических компонент сигнала при оценивании частоты).

Задача поиска СЗ и СВ КМ наблюдений возникает также в разложении Карунена — Лозва, анализе главных компонент (principal component analysis- PCA) [9–11], факторном анализе, предложенных в статистике и получивших широкое распространение в цифровой обработке сигналов.

В реальных для практики условиях низкого отношения сигнал-шум (ОСШ) и (или) малого числа отсчетов данных эффективность спектрального анализа (точность оценивания, разрешающая способность) СС методами также может ухудшаться. Это явление известно как пороговый эффект (threshold effect) и встречается в результате появления аномальных оценок (outliers) при оценивании частот гармонических компо-

нент сигнала (направлений прихода (НП) сигналов) [5, 12]. Наличие аномальных оценок при спектральном анализе СС методами часто связывают с эффектом перекачки (swarp) подпространств, когда измеренные данные лучше аппроксимируются некоторыми СВ ППШ выборочной КМ, чем некоторыми СВ ППС [2, 5].

Среди работ, направленных на понижение порогового ОСШ СС методов при оценивании НП нескольких сигналов, наблюдаемых на выходах антенной решетки (АР) в присутствии шума, особого внимания заслуживают работы, которые основываются на новом классе технологий, объединенных общим термином «численный ресамплинг» (resampling) [13–16]. Наиболее известными методами этой технологии являются метод «складного ножа» (jackknife) и бутстреп (bootstrap). Эти подходы позволяют формировать так называемые «псевдовыборки» в случае, когда нет возможности повторно получить истинные наблюдения (увеличить объем выборки). В приложениях обработки сигналов также возможно осуществление ресамплинга СВ КМ, применение к одному ансамблю данных нескольких методов спектрального анализа, отличающихся своими характеристиками, добавлением псевдослучайного шума к исходным данным и т.д. Так стратегия совместного оценивания (joint estimation strategy – JES) направлений прихода нескольких сигналов [17] (комбинированной пеленгации) подразумевает использование различных методов (формирование «банка» методов -bank) и их применение к ансамблю данных (связанной с ним выборочной ковариационной матрице). В [18] представлена псевдослучайная стратегия совместного оценивания НП (pseudo-random JES – PR-JES). При этом выполняется ресамплинг СВ ППШ выборочной КМ. Одна из реализаций стратегии совместного оценивания (ССО) НП источников сигналов, использующая методы Root-MUSIC и обобщенный Root-Min-Norm, рассмотрена в [16]. Особенности реализации ССО с использованием несобственноструктурных методов пространственно-временного спектрального анализа на основе адаптивных решетчатых фильтров показаны в [20]. В [21–24] использован вариант бутстрепа, в котором псевдовыборки формируются добавлением псевдослучайного шума к исходным данным. При этом дисперсия псевдошума изменяется в соответствии с изменением дисперсии шума измерения. Особенностью вышеприведенных подходов является выполнение цензурирования оценок спектральных компонент и использование дополнительной априорной информации о возможном интервале их значений.

Развитием методов «численного ресамплинга» является технология суррогатных данных (surrogate data) [25, 26], используемая при нелинейном анализе временных рядов. Среди алгоритмов формирования суррогатных данных, обычно

выделяют алгоритмы, сохраняющие статистические свойства наблюдений, и сохраняющие статистические и динамические свойства входных сигналов. К алгоритмам первой группы относятся алгоритм со случайным перемешиванием входного массива данных (random shuffle algorithm), алгоритм с рандомизацией фазы Фурье-спектра наблюдений (random phase (RP) algorithm), алгоритм с подгонкой амплитуды после преобразования Фурье (amplitude adjusted Fourier transform algorithm); к алгоритмам второй группы – ATS-алгоритм (attractor trajectory surrogates) – алгоритм формирования суррогатных данных, сохраняющих траекторию аттрактора [27] исходного сигнала (исходных данных), алгоритм формирования псевдопериодических суррогатных данных (pseudo-periodic surrogate) [26].

Некоторые приложения технологии суррогатных данных к задачам обработки сигналов были рассмотрены в работах [28–31]. ATS-алгоритм и его модификации использовались в работах [28–30] для эмпирической оценки отношения правдоподобия [28], повышения качества оценки параметров регулярных и хаотических сигналов, наблюдаемых на фоне аддитивного шума [29], уменьшения влияния шума в наблюдении хаотической несущей при передаче бинарного сообщения [30]. Однако, в [29] при анализе применения метода суррогатных данных к регулярным сигналам рассмотрен частный случай оценивания одного гармонического сигнала в шуме.

Алгоритм с рандомизацией фазы Фурье-спектра наблюдений использовался для адаптивной коррекции предварительной обработки наблюдаемых на фоне шума сигналов при их спектральном анализе методом Root-MUSIC [31].

На сегодняшний день метод ESPRIT (оценивание параметров сигнала посредством вращательной инвариантности) обладает наименьшей вычислительной сложностью среди СС методов [5]. Известно, что при оценивании НП сигналов данный метод уступает в точности методу Root-MUSIC (MUSIC), в то время как при оценивании частот гармонических компонент сигнала точность оценок частот, получаемых данным методом, немного выше, чем у MUSIC [32]. Но при низких значениях ОСШ и (или) малом числе выборок эффективность данного метода также характеризуется наличием порогового эффекта. Поэтому целью данной работы является демонстрация возможности неадаптивной и адаптивной коррекции спектрального анализа методом ESPRIT за счет использования суррогатных данных, полученных рандомизацией фаз Фурье-спектра наблюдения.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Последовательность результатов наблюдения  $y(n)$ , состоящая из взятых через равные промежутки времени отсчетов  $V$  гармонических

колебаний  $x_v(n) = \alpha_v \sin(\omega_v n + \phi_v)$  и белого гауссовского шума  $e(n)$  описывается выражением [31, 33],

$$y(n) = \sum_{v=1}^V x_v(n) + e(n) = s(n) + e(n). \quad (1)$$

Здесь  $n = 0, \dots, N-1$ ,  $\alpha_v$  – амплитуда,  $\omega_v = 2\pi f_v$  – частота, а  $\phi_v$  – фаза  $v$ -й гармонической компоненты сигнала. Частота  $f_v$  связана с частотой аналогового сигнала (сигнала до дискретизации)  $f_{va}$  соотношением  $f_v = f_{va}/f_d$ , где  $f_d$  – частота дискретизации сигнала.

Используя метод спектрального анализа (в рассматриваемой работе метод ESPRIT) по наблюдению  $\{y(n)\}_{n=0}^{N-1}$  необходимо дать оценки значениям частот  $\omega_v, v = 1, \dots, V$ . Оценку числа гармонических компонент сигнала обычно получают перед применением метода спектрального анализа одним из известных методов – Акаике (AIC), Шварца – Риссанена (MDL) и др. [34–37].

Полагаем, что  $\phi_v$  – случайные независимые величины, равномерно распределенные на интервале  $[0, 2\pi)$ ,  $\omega_v \in [0, \pi)$ , а шум  $e(n)$  имеет нулевое математическое ожидание и дисперсию  $\sigma^2$ .

Для обеспечения ранга КМ наблюдения равного или превышающего число гармонических компонент сигнала наблюдение разбивается на перекрывающиеся сегменты. Вектор входных данных длиной  $N$  представим в виде  $K$  векторов размером  $m > 2V$  [33] вида

$$y(n) = [y(n) \dots y(n+m-1)]^T, \quad (2)$$

где  $K = N - m + 1$ ,  $n = 1, \dots, K$ . В случае оценивания НП в АР в качестве сегментов обычно выступают снимки данных (при обработке сигналов в АР имеется дополнительная степень свободы, отсутствующая при обработке временных рядов).

Выражение (1) можно представить в матричном виде [33]

$$y(n) = \mathbf{B}x(n) + e(n) = \mathbf{g}(n) + e(n), \quad (3)$$

где  $x(n) - 2V \times 1$  вектор вида

$$x(n) = \begin{bmatrix} \alpha_1 \sin(\omega_1 n + \phi_1) \\ \alpha_1 \cos(\omega_1 n + \phi_1) \\ \vdots \\ \alpha_V \sin(\omega_V n + \phi_V) \\ \alpha_V \cos(\omega_V n + \phi_V) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$\mathbf{B} = [\mathbf{A}(\omega_1) \dots \mathbf{A}(\omega_V)] - m \times 2V$  матрица, в которой матрицы  $\mathbf{A}(\omega_v) = [\mathbf{a}_c(\omega_v) \quad \mathbf{a}_s(\omega_v)]$  состоят из двух векторов –  $\mathbf{a}_c(\omega_v) = [1 \cos(\omega_v) \dots \cos((m-1)\omega_v)]^T$  и  $\mathbf{a}_s(\omega_v) = [0 \sin(\omega_v) \dots \sin((m-1)\omega_v)]^T$ , а вектор шума  $e(n) = [e(n) \dots e(n+m-1)]^T$ . Здесь  $()^T$  означает транспонирование. Отметим, что при обработке сигналов в антенных решетках матрица  $\mathbf{B}$  – матрица амплитудно-фазового распределения (АФР) источников излучения.

С учетом представления (3) КМ  $y(n)$  имеет вид

$$\mathbf{R} = E[y(n)y^T(n)] = \mathbf{B}\mathbf{S}\mathbf{B}^T + \sigma^2\mathbf{I}, \quad (5)$$

где  $E$  – символ математического ожидания,

$$\mathbf{S} - \text{КМ сигнала, } \mathbf{S} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \alpha_1^2 \mathbf{I}_{2 \times 2} & & \\ & \ddots & \\ & & \alpha_V^2 \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix}, \mathbf{I}_{2 \times 2} -$$

единичная матрица размером  $2 \times 2$ .

Выбор  $m > 2V$  определяет применимость СС методов. Кроме того, величина  $m$  влияет на качество оценки КМ и точностные характеристики СС методов [2, 38].

Оценка ковариационной матрицы размером  $m \times m$  имеет следующий вид

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^K y(n)y^T(n) = \frac{1}{K} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^T, \quad (6)$$

где  $\mathbf{Y} = [y(1), \dots, y(K)] - m \times K$  матрица данных.

Для матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$  справедливо следующее разложение по СВ и СЗ

$$\hat{\mathbf{R}} = \sum_{q=1}^m \hat{\gamma}_q \hat{\mathbf{u}}_q \hat{\mathbf{u}}_q^T = [\hat{\mathbf{U}}_s \quad \hat{\mathbf{U}}_n] \begin{bmatrix} \hat{\Lambda}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\Lambda}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}_s^T \\ \hat{\mathbf{U}}_n^T \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где  $\gamma_1 > \gamma_2 > \dots > \gamma_{\hat{V}}$  и  $\gamma_{\hat{V}+1} = \gamma_{\hat{V}+2} = \dots = \gamma_m$  – СЗ ППС и ППШ,  $\hat{\mathbf{U}}_s = [\hat{\mathbf{u}}_1 \dots \hat{\mathbf{u}}_{\hat{V}}]$  –  $m \times \hat{V}$  матрица СВ ППС,  $\hat{\mathbf{U}}_n - m \times (m - \hat{V})$  матрица СВ ППШ,  $\hat{\Lambda}_s$  – диагональная матрица, которая содержит  $\hat{V}$  сигнальных (наибольших) СЗ, а  $\hat{\Lambda}_n$  – диагональная матрица, которая содержит  $m - \hat{V}$  СЗ ППШ, а  $\hat{V}$  является оценкой числа гармонических компонент сигнала. В случае с вещественными синусоидами  $\hat{V} = 2V$  [1]. Однако, известны варианты методов AIC, MDL, которые учитывают «вещественность» модели (в отличие от случая комплексного представления данных). В этом случае  $\hat{V} = V$  и это необходимо учесть при разделении СВ и СЗ на соответствующие ППС и ППШ (например, к СЗ ППС будут относиться СЗ  $\gamma_1 > \gamma_2 > \dots > \gamma_{2\hat{V}}$ ).

## 2. МЕТОД ESPRIT

Ввиду того, что исходный метод ESPRIT разработан для комплексного представления сигнала, покажем особенности реализации метода для рассматриваемого случая действительного гармонического сигнала.

При оценивании НП сигналов метод ESPRIT предполагает наличие двух идентичных подрешеток, смещенных относительно друг друга на известное расстояние  $\Delta$  [7, 39–45]. Подрешетки могут быть как независимыми (отдельными АР), так и формироваться из одной АР. По аналогии временной ряд может быть рассмотрен как состоящий из двух сегментов.

Особенность оценивания частот гармонических компонент сигнала – исходный временной ряд обычно разбивается на сегменты размером  $m$  еще на этапе формирования КМ (ана-

логом чему является процедура пространственного сглаживания при обработке сигналов в АР). Эквивалентом числа АЭ можно считать величину  $m$ . Для реализации метода ESPRIT считаем, что сегмент может быть представлен в виде подсегментов (термин подсегмент использован по аналогии с термином подрешетка (subarray)). При максимальном перекрытии подсегментов первый подсегмент содержит первые  $m-1$  компоненты сегмента, а второй — последние  $m-1$  компоненты. Математически формирование подсегментов (отбор элементов сегмента) описывают с помощью матриц выбора  $\mathbf{J}_{1\tilde{m}} = [\mathbf{I}_{\tilde{m} \times \tilde{m}} \mathbf{0}_{\tilde{m} \times 1}]$  и  $\mathbf{J}_{2\tilde{m}} = [\mathbf{0}_{\tilde{m} \times 1} \mathbf{I}_{\tilde{m} \times \tilde{m}}]$  [42-45], которые «отбирают» определенные компоненты сегмента (первые  $m-1$  и последние  $m-1$ ). Здесь  $\mathbf{0}_{\tilde{m} \times 1}$  — нулевая матрица размером  $\tilde{m} \times 1$ , где  $\tilde{m} = m-1$  — число элементов в подсегменте.

Первому и второму подсегменту можно поставить в соответствие матрицы  $\mathbf{B}_1 = \mathbf{J}_{1\tilde{m}} \mathbf{B}$  и  $\mathbf{B}_2 = \mathbf{J}_{2\tilde{m}} \mathbf{B} = \mathbf{B}_1 \mathbf{\Phi}$  (при обработке в АР это матрицы АФР источников для первой и второй подрешетки). Информация о частотах гармонических компонент сигнала может быть получена из диагональной матрицы  $\mathbf{\Phi}$ , определяемой из матричного уравнения  $\mathbf{J}_{1\tilde{m}} \mathbf{B} \mathbf{\Phi} = \mathbf{J}_{2\tilde{m}} \mathbf{B}$ . Для рассматриваемой модели данных она будет иметь следующий вид

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_1) & \sin(\omega_1) & & & \mathbf{0} \\ -\sin(\omega_1) & \cos(\omega_1) & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \cos(\omega_V) & \sin(\omega_V) \\ \mathbf{0} & & & -\sin(\omega_V) & \cos(\omega_V) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

При большом отношении сигнал — шум и (или) числе обучающих выборок справедливо равенство  $\mathbf{U}_s = \mathbf{B} \mathbf{T}$ , где  $\mathbf{U}_s$  — матрица сигнальных СВ КМ  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{T}$  — некоторая несингулярная матрица [1, 2]. На его основании определяют соотношения  $\mathbf{U}_{s1} = \mathbf{B}_1 \mathbf{T}$  и  $\mathbf{U}_{s2} = \mathbf{B}_2 \mathbf{T} = \mathbf{B}_1 \mathbf{\Phi} \mathbf{T}$  [5], в которых матрицы  $\mathbf{U}_{s1} = \mathbf{J}_{1\tilde{m}} \mathbf{U}_s$ ,  $\mathbf{U}_{s2} = \mathbf{J}_{2\tilde{m}} \mathbf{U}_s$ . Подстановка соотношения  $\mathbf{B}_1 = \mathbf{U}_{s1} \mathbf{T}^{-1}$  в  $\mathbf{U}_{s2} = \mathbf{B}_1 \mathbf{\Phi} \mathbf{T}$  дает  $\mathbf{U}_{s2} = \mathbf{U}_{s1} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{\Phi} \mathbf{T} = \mathbf{U}_{s1} \mathbf{\Xi}$ . Оценки частот гармонических компонент сигнала методом ESPRIT получают из СЗ матрицы  $\mathbf{\Xi}$  — решения матричного уравнения  $\mathbf{U}_{s2} = \mathbf{U}_{s1} \mathbf{\Xi}$ .

Матрица  $\mathbf{\Xi}$  — вещественная матрица, поэтому ее СЗ появляются в комплексно-сопряженных парах (на одну гармоническую компоненту сигнала приходится два комплексно-сопряженных СЗ) следующего вида:  $\cos(\omega_v) + j \sin(\omega_v)$  и  $\cos(\omega_v) - j \sin(\omega_v)$ . Поэтому, для каждой гармонической компоненты сигнала вначале осуществляется отбор одного СЗ из пары комплексно-сопряженных СЗ. Затем оценка частоты гармонической компоненты сигнала может быть получена вычислением фазового угла для комплексного СЗ и деления на  $2\pi$ .

Для решения уравнения  $\mathbf{U}_{s2} = \mathbf{U}_{s1} \mathbf{\Xi}$  используют метод наименьших квадратов (НК-least squares), обобщенных НК (TLS total least squares) и другие [12]. Использование того или иного метода обуславливает название метода спектрального анализа — LS-ESPRIT, TLS-ESPRIT и т.д.

### 3. АДАПТИВНАЯ КОРРЕКЦИЯ МЕТОДА ESPRIT С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИИ СУРРОГАТНЫХ ДАННЫХ

Рассмотрим особенности коррекции метода ESPRIT (используемой им КМ) с помощью алгоритма формирования суррогатных данных с рандомизацией фаз компонент Фурье-спектра наблюдения [25]. В этом алгоритме суррогатные данные формируются выполнением таких операций: 1) дискретного преобразования Фурье

$$Y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y(n) e^{-j2\pi nk/N},$$

$k = 0, \dots, N-1$ ; 2) рандомизации фаз  $\{\varphi_k\}_{k=0}^{N-1}$  полученного массива путем замены их значений на равномерно распределенные в интервале  $[0, 2\pi]$  случайные величины; 3) обратного ДПФ. При этом, чтобы обратное преобразование Фурье было вещественным, необходимо произвести симметрирование фаз. Индексу  $k$  соответствует физическая  $\omega_k = k2\pi f_d / N$  или нормированная частота  $\bar{\omega}_k = k2\pi / N$ .

В [46] рандомизацию фаз Фурье-спектра наблюдения предложено выполнять следующим образом

$$\varphi_{randcontr}(\omega_k) = \varphi(\omega_k) + \xi \varphi_{rand}(\omega_k), \quad (9)$$

где  $\omega_k = k2\pi f_d / N$  — частоты анализа (бины) ДПФ,  $\varphi(\omega_k)$  — фазы Фурье-спектра наблюдения,  $\varphi_{rand}(\omega_k) \in [0, 2\pi]$  — случайные числа с равномерным законом распределения,  $\xi \in [0, 1]$  — параметр, изменяющий эффективность (в [46] strength-силу, интенсивность) рандомизации фаз Фурье-спектра наблюдения.

В [31] объединены идеи [21–24, 46] и  $\xi$  изменяется пропорционально к ОСШ. При увеличении ОСШ, когда точность оцениваемых параметров СС методами и так высока, необходимо уменьшать эффективность рандомизации.

Мощность гармонических компонент в ряде работ предполагают фиксированной, т. е. ОСШ определяется дисперсией шума и равно  $10 \log_{10}(1/\sigma^2)$  [1, 2, 47]. В этом случае для формирования суррогатных данных согласно (9) определяется дисперсия шума  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{(M-V)} \text{trace}(\hat{\Lambda}_n)$ ,

где  $\text{trace}()$  — след матрицы, и принимается  $\xi = \hat{\sigma}$ . Если мощности гармонических компонент неизвестны — необходимо их вычислять одним из известных методов [2, 3, 48], а затем определять  $\xi$ .

По ансамблю из  $N_s$  векторов суррогатных данных формируется ансамбль соответствующих им КМ и оценивается усредненная КМ  $\hat{\mathbf{R}}_{sur} = (1/N_s) \sum_{i=1}^{N_s} \hat{\mathbf{R}}_{sur,i}$ , содержащая необходимую

информацию для спектрального анализа с использованием метода ESPRIT.

Преимущество предлагаемого подхода по сравнению с [17–24] состоит в меньшем объеме вычислений (вычисляется лишь один метод, а не банк методов), отсутствии потребности предварительных оценок частот сигналов.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Экспериментальное исследование полученного метода оценивания частот гармонических компонент сигнала проведено методом математического моделирования.

В ходе моделирования предполагалось, что сигнал состоит из двух равномошных гармонических компонент с  $f_1 = 0.2$  и  $f_2 = 0.215$ . Кроме того,  $N = 64$ ,  $m = 45$ ,  $N_s = 50$ . Предел разрешения по Рэлею для рассматриваемого случая  $(1/N) = 0.0156$  и частотное расстояние  $\Delta f = 0.015 < (1/N)$ . Предполагалось, что определение числа гармонических компонент выполнено на этапе обнаружения и равно  $V = 2$  (т. к. использование усредненной КМ приводит к повышению точности оценивания частот гармонических компонент сигнала, то можно предположить, что использование этой КМ позволит повысить качество определения числа компонент методом AIC или MDL). Выполнялось  $L = 1000$  независимых повторений процедур спектрального оценивания для различных ОСШ =  $10 \log_{10}(1/\sigma^2)$ .

Суммарная среднеквадратическая ошибка оценивания (RMSE) для выбранного метода спектрального оценивания  $V$  компонент сигнала может определяться выражением

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{LV} \sum_{l=1}^L \sum_{v=1}^V [(f_{v,l} - f_v)^2]}, \quad (10)$$

где  $\hat{f}_{v,l}$  – оценка частоты  $v$ -й гармонической компоненты, полученная в  $l$ -м повторении,  $f_v$  – истинное значение частоты.

Для целей моделирования использовался LS-ESPRIT, что обусловлено его меньшей вычислительной сложностью по сравнению с TLS-ESPRIT.

На рис. 1 показаны зависимости среднеквадратических ошибок (СКО) оценок частот от ОСШ, полученных методом Root-MUSIC, методом Root-MUSIC по суррогатным реализациям с рандомизацией фаз (randomization of phases-RP) компонент Фурье-спектра наблюдения без адаптации к ОСШ (Root-MUSIC with ACM- RP), методом Root-MUSIC при адаптивной коррекции (Root-MUSIC with ACM- RP (ADAPTIVE)) [31], методом LS-ESPRIT, методом LS-ESPRIT при неадаптивной коррекции (LS-ESPRIT with ACM- RP) и адаптивной коррекции КМ (LS-ESPRIT with ACM- RP (ADAPTIVE)).

Использование усредненной КМ (averaged covariance matrix –ACM) в англоязычных назва-

ниях методов на рис. 1 отмечено словами «with ACM».

Метод MUSIC вычислялся согласно выражения

$$P_{MUSIC}(\omega) = 1 / \left( \sum_{g=2^{*V}+1}^m |a^H(\omega) u_g|^2 \right), \quad (11)$$

где  $a(\omega) = a_c(\omega) + ia_s(\omega)$ . Так как вектор  $a(\omega) = [1, \exp(j\omega), \dots, \exp(j(m-1)\omega)]^T$ , то для упрощения вычисления (11) использовалось БПФ. Число точек БПФ выбрано равным 512.

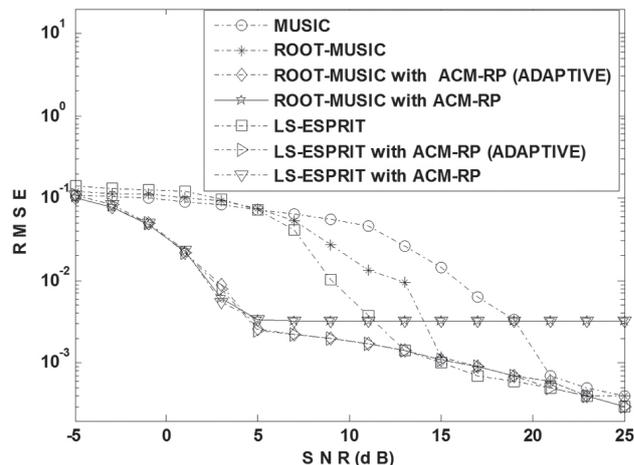


Рис. 1. Зависимости СКО оценивания частот гармонических компонент сигнала от ОСШ

Оценки частот гармонических компонент метода Root-MUSIC получались вычислением корней полинома [3, 9, 31]:

$$P_{rm}(z) = a^T(z^{-1}) \hat{U}_n \hat{U}_n^H a(z), \quad (12)$$

где  $a(z) = [1, z, \dots, z^{M-1}]^T$ ,  $z = \exp(j\omega)$ . Так как  $U_n U_n^H = (I - U_s U_s^H)$  [1, 2, 5], то (12) можно представить как  $P_{rm}(z) = a^T(z^{-1})(I - \hat{U}_s \hat{U}_s^H) a(z)$ . Такое представление целесообразно при небольшом числе гармонических компонент сигнала (в этом случае при разложении по СЗ и СВ КМ ищут только сигнальные СЗ и СВ). По аналогии с методом ESPRIT одной гармонической компоненте сигнала соответствует два комплексно-сопряженных корня полинома, что обуславливает потребность отбора для каждой гармонической компоненты одного корня из пары корней. Оценки частот получают по фазам  $\hat{V}/2$  корней с наибольшими модулями ( $z_v, v = 1, \dots, \hat{V}/2$ )  $\hat{f}_v = f_0 \arg(z_v) / 2\pi$ .

Сравнение зависимостей, показанных на рис. 1, позволяет сделать следующие выводы. Использование суррогатных данных, полученных рандомизацией фаз компонент Фурье-спектра наблюдения, приводит к уменьшению СКО оценок частот гармонических компонент сигнала методами ESPRIT и Root-MUSIC при ОСШ, ниже порогового ОСШ (на рис. 1 кривые с надписями LS-ESPRIT with ACM- RP и Root-MUSIC with ACM- RP). Однако, имеет

место насыщение (saturation) СКО оценок при увеличении ОСШ выше определенного значения (на рис. 1 около 5 дБ), когда вклад суррогатного шума [30, 31] в точность спектрального анализа становится преобладающим.

Адаптивное изменение эффективности рандомизации при формировании суррогатных данных с рандомизацией фаз Фурье-спектра наблюдений позволяет ослабить ограничение коррекции методов спектрального анализа на примере методов LS-ESPRIT и Root-MUSIC (на рис. 1 кривые с надписью LS-ESPRIT with ACM-RP (ADAPTIVE) и Root-MUSIC with ACM-RP (ADAPTIVE)), которое проявляется насыщением величины СКО оценок спектральных компонент. Из анализа рис. 1 также видно, что в случае высокого ОСШ обычный метод ESPRIT имеет наименьшую СКО. Таким образом, коррекция метода ESPRIT целесообразна при низких ОСШ.

### ВЫВОДЫ

В работе метод ESPRIT, разработанный для комплексного представления сигнала, обобщен на случай действительного гармонического сигнала. Использование суррогатных данных, сформированных при адаптации эффективности рандомизации фаз Фурье-спектра наблюдения к ОСШ, позволяет уменьшить вклад шума в наблюдении и улучшить точность оценок частот гармонических сигналов методом ESPRIT при низких ОСШ, когда измерительный шум доминирует над так называемой суррогатной помехой. При высоких ОСШ точность исходного ESPRIT и с адаптивной коррекцией сравнимы. Адаптивная коррекция спектрального анализа может быть осуществлена и при использовании таких методов спектрального анализа как Min-Norm, MODE [49]. Представляет интерес использование технологии суррогатных данных в задачах оценивания НП сигналов источников излучения, при оценивании параметров сложно-модулированных радиолокационных сигналов (с фазовой манипуляцией и линейной частотной модуляцией) и других задачах. Также целесообразным является применение рассмотренного подхода к оригинальной версии метода ESPRIT [41], часто называемой методом поворота подпространств (методом понижения ранга).

### Литература

- [1] Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. / С.Л. Марпл. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
- [2] Stoica P. Introduction to spectral analysis / P. Stoica, R.L. Moses. – Prentice hall, 1997. – 320p.
- [3] Ширман Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов / Я.Д. Ширман. – М.: Сов. радио, 1974.
- [4] Radar array processing. Ed. S. Haykin, J. Litva, T.J. Shepherd. – Springer Verlag Berlin, 1993.
- [5] Trees H. L. V. Optimum array processing. Part IV of Detection, Estimation and modulation theory / H. L. V. Trees. – Wiley-interscience, 2002.
- [6] Ширман Я.Д. Некоторые этапы развития и проблемы теории и техники разрешения радиолокационных сигналов / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос, Д.И. Леховицкий // Радиотехника. – 1997. – № 1. – С. 31–42.
- [7] Roy R.H. ESPRIT- estimation of signal parameters via rotational invariance techniques/ R.H.Roy, T. Kailath // IEEE Trans. on Acoust., Speech, Signal Processing. – 1989. – Vol. 37. – P. 984–995.
- [8] Barabell A. J. Improving the resolution performance of eigenstructure based direction-finding algorithms/ A. J. Barabell // ICASSP: int. conf., Boston, MA: proc. of conf. – 1983, – P. 336–339.
- [9] Jolliffe I.T. Principal Component Analysis/ I.T. Jolliffe. – Springer, 2002. – 487 p.
- [10] Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов/ К.Фукунага. – М.: Наука, 1979. – 368с.
- [11] Haikin S. Adaptive filter theory/ S. Haikin. – Prentice Hall, 1996.
- [12] Леховицкий Д.И. Статистический анализ «сверхразрешающих» методов пеленгации источников шумовых излучений при конечном объеме обучающей выборки/ Д.И. Леховицкий // Прикладная радиоэлектроника. – 2009. – Том 8, № 4. – С. 527–540.
- [13] Эфрон Б. Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа/ Б.Эфрон. – М.: Финансы и статистика, 1988. – 263 с.
- [14] Орлов А.И. Эконометрика/ А.И. Орлов. – М.: Экзамен, 2002. – 576 с.
- [15] Шитиков В.К. Рандомизация и бутстреп: статистический анализ в биологии и экологии с использованием R / В.К. Шитиков, Г.С. Розенберг. – Тольятти, 2013. – 290 с.
- [16] Zoubir A. M. The Bootstrap: Signal Processing Applications/ A. M. Zoubir, B. Boashash //IEEE Signal Processing Magazine . – 1998. – Vol.15. – P. 56–76.
- [17] Gershman A. B., Bohme J. F Improved DOA estimation via pseudo-random resampling of spatial spectrum/ A. B. Gershman, J. F. Bohme // IEEE Signal Processing Lett. – 1997. – Vol. 4. – P. 54–57.
- [18] Gershman A. B. Pseudo-randomly generated estimator banks: A new tool for improving the threshold performance of direction finding // IEEE Trans. Signal Processing. 1998, Vol. 46. – P. 1351–1364.
- [19] Vasylyshyn V.I. Direction finding with superresolution using root implementation of eigenstructure techniques and joint estimation strategy/ V.I. Vasylyshyn // European Conference on Wireless Technology: conf, 2004, Netherlands: proc. of conf. – 2004. – P. 317–320.
- [20] Леховицкий Д.И. Сравнение разрешающей способности комбинированных пеленгаторов различного типа в приемных системах с неидентичными каналами/ Д. И. Леховицкий, Д. В. Атаманский, В. В. Джус, Ф. Ф. Мысик // Антенны. – 2003. – Вып. 12(79). – С. 9–15.
- [21] Gershman A. B. A pseudo-noise approach to direction finding/ A. B. Gershman, J. F. Bohm // Signal Processing. – 1998. – Vol. 71. – P. 1–13.
- [22] Vasylyshyn V.I. Improving the Performance of Root-MUSIC via Pseudo-Noise Resampling and Conventional Beamformer/ V.I. Vasylyshyn // Third Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium: int. conf., 2011, Kyiv (Ukraine). – P. 246–249.

- [23] *Vasylyshyn V.I.* Improved Beamspace ESPRIT-based DOA Estimation via Pseudo-Noise Resampling / V.I. Vasylyshyn // European Radar Conference: int.conf., 2012, Amsterdam (Netherlands). – P. 238–241.
- [24] *Vasylyshyn V.* Removing the outliers in root-MUSIC via pseudo-noise resampling and conventional beamformer / V. Vasylyshyn // Signal processing. – 2013. – Vol. 93. – P. 3423–3429.
- [25] *Theiler J.* Testing for nonlinearity in time series: The method of surrogate data/ J. Theiler, S. Eubank, A. Longtin, B. Galdrikian, J. D. Farmer // Physica D 58. – 1992. – P. 77–94.
- [26] *Small M.* Applied Nonlinear Time Series Analysis Applications in Physics, Physiology and Finance/ M. Small. – World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2005. – 245 p.
- [27] *Левин Б.Р.* Вероятностные модели и методы в системах связи и управления / Б.Р. Левин, В. Шварц. – М.: Радио и связь, 1985.
- [28] *Костенко П.Ю.* Непараметрический BDS-обнаружитель хаотических сигналов на фоне белого шума/ П.Ю. Костенко, К.С. Васюта, С.Н. Симоненко, А.Н. Барсуков // Радиоэлектроника. – 2011. – Т. 54, № 1. – С. 23–31.
- [29] *Костенко П.Ю.* Использование суррогатных сигналов для повышения качества оценки параметров регулярных и хаотических сигналов, наблюдаемых на фоне аддитивного шума/ П.Ю. Костенко, К.С. Васюта, В.В. Слободянюк, Д.С. Яковенко // Системы управления, навигации та зв'язку. – Х.: ХУПС. – 2010. – Вып. 4(16). – С. 28–32.
- [30] *Костенко П.Ю.* Повышение эффективности когерентной обработки хаотических сигналов при передаче бинарных сообщений с использованием суррогатных сигналов/ П.Ю. Костенко, В.И. Василишин, С. Н. Симоненко, О.В. Высоцкий, Д.С. Яковенко // Радиоэлектроника. – 2012. – Т. 55, №7. – С. 24–33.
- [31] *Василишин В.И.* Адаптивная коррекция предварительной обработки сигналов с использованием технологии суррогатных данных в задачах спектрального анализа/ В.И. Василишин // Системы обработки інформації: зб. наук. пр. – Харків: ХУПС, 2013. – Вып. 2 (109). – С. 15–20.
- [32] *Stoica P.* Statistical analysis of MUSIC and subspace rotation estimates of sinusoidal frequencies/ P. Stoica, T. Soderstrom // IEEE Trans. on SP. – 1991. – Vol.39, No.8. – P. 1836–1847.
- [33] *Stoica P.* MUSIC estimation of real-valued sine wave frequencies/ P. Stoica, A. Eriksson // Signal Processing. – 1995. – Vol. 42, No.4. – P. 139–146.
- [34] *Wax M.* Detection of Signals by Information Theoretic Criteria/ M. Wax, T. Kailath // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, Signal Processing. – 1985. – Vol. 33, No. 2. – P. 387–392.
- [35] *Reddy V. U.* SVD based information theoretic criteria for detection of the number of damped/undamped sinusoids and their performance analysis/ V. U. Reddy, L. Biradar // IEEE Trans. on SP. – 1993. – Vol. 41, No.9. – P. 2872–2971.
- [36] *Djuric P. M.* A model selection rule for sinusoids in white gaussian noise/ P. M. Djuric // IEEE Trans. on SP. – 1996. – Vol. 44, No. 1. – P. 1744–1751.
- [37] *Fuchs J.-J.* Estimating the number of sinusoids in additive white noise/ J.J. Fuchs // IEEE Trans. on ASSP. – 1988. – Vol. 36. – P. 1846–1853.
- [38] *Василишин В.И.* Эффективность модифицированного метода пространственного сглаживания / В.И. Василишин, М.В. Грушенко, А.Н. Колесников // Збірник наукових праць ХУПС. – 2005. – Випуск 1(1). – С. 89–93.
- [39] *Hua Y.* On SVD for estimating generalized eigenvalues of singular matrix pencils in noise/ Y. Hua, T. Sarkar // IEEE Trans. Signal Processing. – 1991. – Vol. 39. – P. 892–899.
- [40] *Kung S.Y.* State space and SVD-based approximation methods for the harmonic retrieval problem/ S.Y. Kung, K.S. Arun, D.V. Bhaskar Rao // J. Opt. Soc. Amer. – 1983. – Vol.73. – P. 1799–1811.
- [41] *Полрадэ А.* Оценивание параметров сигнала методом поворота подпространства/ А. Полрадэ, Р. Рой, Т. Кайлатх // ТИИЭР. – 1986. – Т. 74, № 7. – С. 165–166.
- [42] *Манжос В.Н.* Многоцелевой моноимпульсный пеленгатор / В.Н. Манжос, М.Л. Руднев // Изв. Вуз. Радиоэлектроника. – 1989. – № 4. – С. 69–73.
- [43] *Vasilishin V.I.* ULA in superresolution mode by modified unitary ESPRIT algorithm/ V.I. Vasilishin, A.N. Kolesnikov // ICATT: int.conf., Sevastopol: proc. of conf. – 1999. – P. 254–255.
- [44] *Vasilishin V.I.* DOA estimation via unitary TLS -ESPRIT algorithm with structure weighting/ V.I. Vasilishin // XXVIIth URSI GA: int.conf., Maastricht, the Netherlands. – 2002. CD, report 0086.
- [45] *Василишин В.И.* Пеленгация источников шумового излучения со сверхразрешением на основе центрально - симметричных ФАР модифицированным унитарным алгоритмом ESPRIT/ В.И. Василишин // Прикладная радиоэлектроника. – 2006. – Т. 5, №2. – С. 230–237.
- [46] *Dahlhaus R.* Mathematical methods in signal processing and digital image analysis/ R. Dahlhaus, J. Kurths, P. Maass, J. Timmer. Springer-Verlag Berlin, 2008.
- [47] *Тафтс Д.У.* Оценивание частот суммы нескольких синусоид: Модификация метода линейного предсказания, сравнимая по эффективности с методом МП/ Д.У. Тафтс, Р. Кумаресан // ТИИЭР. – 1982. – Т. 70, № 9. – С. 77–94.
- [48] *Vasylyshyn V.I.* Beamspace root estimator bank for DOA estimation with an improved threshold performance/ V.I. Vasylyshyn // ICATT: int.conf., 2013, Odessa, Ukraine: proc. of conf. – 2013. – P. 280–282.
- [49] *Gershman A.* New MODE-based techniques for direction finding with an improved threshold performance/ A.Gershman, P. Stoica // Signal Processing. – 1999. – Vol. 76. – P. 221–235.

Поступила в редколлегию 23.08.2013



**Василишин Владимир Иванович**, кандидат технических наук, доцент, докторант Харьковского университета Воздушных Сил. Научные интересы: пространственно-временная обработка сигналов в информационных системах различного назначения.

УДК 621.391

**Підвищення ефективності спектрального аналізу методом ESPRIT з використанням технології сурогатних даних / В.І. Васишин // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. – 2013. – Том 12. – № 3. – С. 400–407.**

У статті розглядається задача адаптивної корекції попередньої обробки спостережуваного на фоні шуму сигналу, що складається із сукупності гармонічних компонент, в ході його спектрального аналізу методом ESPRIT з використанням технології сурогатних даних. Застосування цієї технології дозволяє підвищити точність оцінювання частот гармонічних компонент сигналу при низьких значеннях відношення сигнал-шум.

*Ключові слова:* власноструктурні методи, метод ESPRIT, сурогатні дані.

Іл.: 01. Бібліогр.: 49 найм.

UDC 621.391

**Increase of efficiency of spectral analysis by ESPRIT method with using of surrogate data technology / V.I. Vasylyshyn / Applied Radio Electronics: Sci. Journ. – 2013. – Vol. 12. – № 3. – P. 400–407.**

The adaptive correction problem of preliminary processing of a signal which consists of a set of harmonic components and which is observed against the noise background in the process of spectral analysis of the signal by ESPRIT method when using the surrogate data technology is considered in the paper. The application of this technology allows to increase the estimation accuracy of harmonic components of a signal in the case of low values of signal-to-noise ratio.

*Keywords:* eigenstructure methods, ESPRIT method, surrogate data.

Fig.: 01. Ref.: 49 items.