

ОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ИЗМЕРЕНИЯ РАДИАЛЬНОЙ СКОРОСТИ ЦЕЛИ И УГЛА ПРИХОДА ПРИНИМАЕМОГО РАДИОСИГНАЛА С УЧЕТОМ ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ, ОПИСЫВАЕМЫХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИЕЙ

Н.Н. МИНЕРВИН, А.Л. КУЗНЕЦОВ

Получены оптимальные алгоритмы измерения радиальной скорости цели и угла прихода сигнала при многоканальном приеме. Данные алгоритмы обеспечивают учет совместного влияния аддитивных шумовых колебаний и фазовых флуктуаций, описываемых произвольной корреляционной функцией. Оценена эффективность применения предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: оптимальный алгоритм, радиальная скорость, угол прихода сигнала, многоканальный прием.

ВВЕДЕНИЕ

Обеспечение высокой точности измерения координат и параметров движения цели является актуальной задачей для современных РЛС. Параметры отраженного от цели радиосигнала могут быть определены из соответствующего закона изменения его фазы. Так, частота сигнала является скоростью изменения его фазы $\omega_0 = \partial\psi(t)/\partial t$, а направление прихода волны определяется градиентом фазы поля волны около приемной антенны и характеризуется единичным вектором $\vec{l}^0 = \lambda \text{grad}\psi(x, y, z) / 2\pi$. Реальные условия распространения и отражения радиоволн вызывают фазовые флуктуации принимаемого радиосигнала, что снижает точность измерения его параметров. Таким образом, при пространственно-временной обработке отраженного от цели радиосигнала, наряду с учетом внутриприемных шумов необходим учет его фазовых флуктуаций.

Обработка сигнала на фоне только внутренних шумов исследована достаточно подробно [1], вопросы измерения радиальной скорости цели и угла прихода принимаемого радиосигнала с учетом совместного влияния внутриприемных шумов и фазовых флуктуаций, описываемых экспоненциальной и знакопеременной корреляционными функциями, рассматривались в работах [2, 3]. Целью статьи является дальнейшее распространение данной теории на случай корреляционной функции произвольного вида.

ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Измерение радиальной скорости цели основано на эффекте Доплера и осуществляется в соответствии с выражением

$$\hat{V}_r = \frac{\lambda}{2} F_d, \quad (1)$$

где F_d — доплеровское смещение частоты; λ — длина волны сигнала.

Таким образом, оцениванию подлежит доплеровское смещение частоты принимаемого

сигнала F_d , которое осуществляется по максимуму отношения правдоподобия $\ell(F_d)$ или его натурального логарифма.

Предполагается, что на вход приемного устройства поступает сигнал со случайной амплитудой b и начальной фазой β , который частично утратил когерентность, вследствие реальных условий распространения и отражения. При измерении радиальной скорости цели часто используется когерентная пачка радиоимпульсов, тогда обозначим через φ_i флуктуационные составляющие, которые добавляются к фазам импульсов пачки.

Случайный характер амплитуды b начальной фазы β принимаемого сигнала и наличие флуктуационных составляющих начальных фаз φ_i ($i = 1, 2, \dots, n$ — номер импульса) вызывает необходимость перехода к усредненному отношению правдоподобия по всем возможным значениям данных случайных неинформативных параметров. Учитывая независимость b , β и φ_i , усреднение по каждому из них может быть проведено отдельно

$$\bar{\ell}(F_d) = \int \int \int \ell(F_d / b, \beta, \vec{\varphi}) p(b) p(\beta) p(\vec{\varphi}) db d\beta d\vec{\varphi}, \quad (2)$$

где $\ell(F_d / b, \beta, \vec{\varphi})$ — условное отношение правдоподобия при фиксированных случайных неинформативных параметрах ожидаемого радиосигнала; $\vec{\varphi} = \|\varphi_i\|$ — вектор-столбец значений флуктуационных составляющих начальных фаз; $p(b)$, $p(\beta)$ и $p(\vec{\varphi})$ — плотности вероятности случайных амплитуды, начальной фазы сигнала и вектора-столбца $\vec{\varphi}$ соответственно.

Задача оптимизации измерения доплеровского смещения частоты принимаемого сигнала может быть решена путем нахождения аргумента максимума усредненного отношения правдоподобия (2) или его натурального логарифма

$$\hat{F}_d = \arg \max \bar{\ell}(F_d) = \arg \max \ln \bar{\ell}(F_d). \quad (3)$$

Результат усреднения отношения правдоподобия по случайной амплитуде b и случайной начальной фазе β приведен в [1] и имеет вид

$$\ell(F_d / \vec{\varphi}) = \frac{1}{1 + \frac{q^2}{2}} \exp \frac{q^2}{2(1 + \frac{q^2}{2})} |Z_H(F_d / \vec{\varphi})|^2, \quad (4)$$

где q^2 – отношение сигнал/шум по мощности; $|Z_H(F_d / \vec{\varphi})|^2$ – квадрат модульного значения нормированного комплексного весового интеграла.

Можно показать, что условиям регулярного измерения ($q^2 \gg 1$) справедливо равенство

$$|Z_H(F_d / \vec{\varphi})| \approx q\rho(F_d / \vec{\varphi}), \quad (5)$$

где $\rho(F_d / \vec{\varphi})$ – нормированная функция рассогласования по оцениваемым параметрам.

В этом случае выражение (4) преобразуется к виду

$$\ell(F_d / \vec{\varphi}) \approx \frac{2}{q^2} \exp \frac{q^2 \rho(F_d / \vec{\varphi})^2}{2}, \quad (6)$$

а выражение (3) запишется так

$$\bar{\ell}(F_d) = \int_{\vec{\varphi}} \ell(F_d / \vec{\varphi}) p(\vec{\varphi}) d\vec{\varphi}. \quad (7)$$

Таким образом, процедура оптимального оценивания F_d сводится к нахождению аргумента максимума, усредненного по всем возможным значениям фазовых флуктуаций логарифма отношения правдоподобия (7).

При измерении радиальной скорости цели, для когерентной пачки из n радиоимпульсов с постоянным периодом следования квадрат нормированной функции рассогласования имеет вид

$$\rho^2(F_d / \vec{\varphi}) = \left| \sum_{i=1}^n \xi_i \exp \{ j[\Phi_i + \varphi_i - (\frac{n+1-2i}{2})2\pi F_d T] \} \right|^2, \quad (8)$$

где n – число радиоимпульсов в пачке; i – номер радиоимпульса, отсчитываемый от начала пачки; $\xi_i = \frac{Z_i}{Z_\Sigma}$; $Z_i = \frac{1}{2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \dot{Y}_i(t) \dot{X}_i^*(t) dt \right|$ – модуль сигнальной части комплексного корреляционного интеграла для i -го радиоимпульса (результат его временной обработки); $\dot{Y}_i(t)$ – комплексная огибающая принятого i -го радиоимпульса; $\dot{X}_i^*(t)$ – комплексно сопряженная огибающая опорного напряжения при обработке i -го радиоимпульса; $\frac{n+1-2i}{2}2\pi F_d T$ – ожидаемое значение начальной фазы i -го радиоимпульса пачки; Φ_i – наблюдаемое значение начальной фазы i -го радиоимпульса пачки; φ_i – случайная (флуктуационная) составляющая фазы i -го импульса пачки; $Z_\Sigma = \sum_{i=1}^n Z_i$.

Пользуясь методикой, изложенной в [4, 5] для пачки радиоимпульсов с симметричным амплитудным распределением $\xi_i = \xi_{n+1-i}$, соотношение (8) можно преобразовать к виду

$$\rho^2(F_d / \Delta\vec{\varphi}) \cong 1 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \xi_k [\Delta\Phi_k + \Delta\varphi_k - (2k-1)2\pi F_d T]^2 - \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \xi_k \xi_l (S_k - S_l)^2, \quad (9)$$

где $\Delta\Phi_k = \Phi_{m+1-k} - \Phi_{m+k}$ – разность фаз радиоимпульсов, симметричных относительно центра пачки; $\Delta\varphi_k = \varphi_{m+1-k} - \varphi_{m+k}$, $S_k = \varphi_{m+1-k} + \varphi_{m+k}$ – разность и сумма флуктуационных составляющих фаз симметричных радиоимпульсов пачки; $\Delta\vec{\varphi} = \|\Delta\varphi_k\|$ – вектор-столбец значений случайных составляющих разностей фаз симметричных радиоимпульсов; k и l – номера пар радиоимпульсов, симметричных относительно центра пачки; $m = \frac{n}{2}$ – число пар симметричных радиоимпульсов.

В выражении (9) последнее слагаемое не зависит от измеряемого параметра, поэтому в дальнейшем рассмотрении его можно не учитывать. Таким образом, информация о доплеровском смещении частоты пачки содержится в разности фаз ее симметричных радиоимпульсов, что обуславливает необходимость перехода к усредненному отношению правдоподобия

$$\bar{\ell}(F_d) = \int_{(\Delta\vec{\varphi})} \ell(F_d / \Delta\vec{\varphi}) p(\Delta\vec{\varphi}) d\Delta\vec{\varphi}, \quad (10)$$

где $p(\Delta\varphi)$ – закон распределения случайных составляющих разностей фаз симметричных радиоимпульсов пачки.

Предполагается, что фазовые флуктуации распределены по нормальному закону с квадратной корреляционной матрицей размерности $n \times n$ следующего вида

$$\bar{K} = \sigma_\varphi^2 \bar{A}, \quad (11)$$

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_1 & 1 & a_1 & \dots & a_{n-3} & a_{n-2} \\ a_2 & a_1 & 1 & \dots & a_{n-4} & a_{n-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-2} & a_{n-3} & a_{n-4} & \dots & 1 & a_1 \\ a_{n-1} & a_{n-2} & a_{n-3} & \dots & a_1 & 1 \end{pmatrix}; \quad a_{n-i} -$$

коэффициент корреляции фазовых флуктуаций радиоимпульсов пачки, разнесенных на интервал времени равный $(n-i)T$; σ_φ^2 – дисперсия фазовых флуктуаций.

Можно показать, что плотность вероятностей разностей фаз радиоимпульсов симметричных относительно центра пачки имеет вид

$$p(\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2, \dots, \Delta\varphi_m) = \frac{D^{\frac{m-1}{2}}}{(2\sigma_\varphi)^m \pi^{m/2} \sqrt{Q}} \times \exp \left[-\frac{1}{4\sigma_\varphi^2 D} \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^m (D_{m+1-l, m+1-k} - D_{m+1-k, m+1-l}) \Delta\varphi_l \Delta\varphi_k \right], \quad (12)$$

где $D = |A|$; $D_{i,k}$ – алгебраическое дополнение элемента $A_{i,k}$ матрицы A ; $\Delta\varphi_l = \varphi_{m+1-l} - \varphi_{m+1}$,

$\Delta\varphi_k = \varphi_{m+1-k} - \varphi_{m+k}$ – разности флуктуационных составляющих фаз радиоимпульсов l -й и k -й симметричной пары соответственно; $|Q|$ – определитель матрицы коэффициентов при членах второй степени квадратичной формы, находящейся под знаком двойного суммирования и имеющий вид

$$|Q| = \begin{vmatrix} D_{m,m} + D_{m,m+1} & \dots & D_{1,m} + D_{1,m+1} \\ D_{m-1,m} + D_{m-1,m+1} & \dots & D_{1,m-1} + D_{1,m+2} \\ \dots & \dots & \dots \\ D_{1,m} + D_{1,m+1} & \dots & D_{1,1} + D_{1,2m} \end{vmatrix}.$$

С учетом соотношений (10) и (12) выражение для усредненного отношения правдоподобия можно записать в виде

$$\bar{\ell}(F_d) = K \int_{(\Delta\varphi)} \exp\left[-\frac{q^2}{2} \left(\sum_{k=1}^m a_{k,k} \Delta\varphi_k^2 + \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^m a_{l,k} \Delta\varphi_l \Delta\varphi_k + 2 \sum_{k=1}^m a_{k,m+1} \Delta\varphi_k\right)\right] d\Delta\varphi_1 d\Delta\varphi_2 \dots d\Delta\varphi_m, \quad (l \neq k), \quad (13)$$

где

$$K = \frac{2\sqrt{1+a}}{2^{2m-1} q^2 \pi^{m/2} \sigma_\varphi^2 \sqrt{|Q|}} \times \exp\left\{\frac{q^2}{2} \left\langle 1 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \xi_k [\Delta\Phi_k - (2k-1)2\pi F_d T]^2 \right\rangle\right\};$$

$$a_{k,k} = \xi_k + \frac{1}{q^2 \sigma_\varphi^2 D} (D_{m+1-k,m+1-k} - D_{m+1-k,m+k});$$

$$(k=1,2,\dots,m); a_{k,l} = a_{l,k} = \frac{1}{q^2 \sigma_\varphi^2 D} (D_{m+1-l,m+1-k} - D_{m+1-k,m+l}) \quad (l,k=1,2,\dots,m \quad (l \neq k));$$

$$a_{k,m+1} = a_{m+1,k} = \xi_k \delta\Phi_k;$$

$$\delta\Phi_k = \Delta\Phi_k - (2k-1)2\pi F_d T.$$

Дальнейшие шаги по преобразованию выражения (13) приведены в [3], при этом решение согласно (3) имеет вид

$$\hat{F}_d = \frac{1}{2\pi T} \sum_{k=1}^m g_k \frac{\Delta\Phi_k}{(2k-1)}. \quad (14)$$

Приведенные выше рассуждения можно распространить на измерение угла прихода, отраженного от цели сигнала θ , отсчитываемого от нормали к раскрытию линейной эквидистантной антенной решетки. Выражения, соответствующие измерению угла прихода сигнала можно получить заменой V_r на θ , T на d , и $2TV_r$ на $d\sin\theta$. При этом алгоритм оптимального оценивания угла прихода сигнала можно записать в следующем виде

$$\sin\hat{\theta} = \frac{\lambda}{2\pi d} \sum_{k=1}^m g_k \frac{\Delta\Phi_k}{(2k-1)}. \quad (15)$$

Таким образом, алгоритмы оптимального оценивания радиальной скорости цели (14) и угла прихода сигнала (15) сводятся к измерениям разностей фаз, соответственно, симметричных

радиоимпульсов пачки и сигналов в симметричных каналах антенны и последующему их суммированию с весовыми коэффициентами g_k .

Весовые коэффициенты g_k , входящие в выражения (14) и (15), описываются соотношением

$$g_k = (2k-1)\xi_k \frac{A_k}{B}, \quad (18)$$

$$\text{где } A_k = (2k-1)Z_k - \frac{1}{2|\Theta|} \left[\sum_{i=1}^{k-1} (-1)^{k+i} \xi_i (2i-1) |\Theta_{k,i}| + \sum_{i=k+1}^m (-1)^{k+i} (2i-1) \xi_i |\Theta_{k,i}| \right];$$

$$B = \sum_{k=1}^m \xi_k (2k-1)^2 Z_k - \frac{1}{|\Theta|} \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{i=k+1}^m (-1)^{k+i} (2k-1)(2i-1) \xi_k \xi_i |\Theta_{k,i}|;$$

$$Z_k = 1 - \frac{1}{2|\Theta|} \xi_k |\Theta_{k,k}|,$$

$|\Theta|$ – определитель матрицы коэффициентов при членах второй степени квадратичной формы, в показателе экспоненты выражения (13); $|\Theta_{k,i}|$ – минор элемента k,i матрицы Θ .

Для оценки эффективности применения алгоритмов (14) и (15) воспользуемся следующим соотношением

$$B = \frac{\sigma^2}{\sigma_{\text{опт}}^2}, \quad (19)$$

где σ^2 – дисперсия ошибки измерения рассматриваемых параметров без учета фазовых флуктуаций; $\sigma_{\text{опт}}^2$ – дисперсия ошибки измерения, обеспечиваемая алгоритмами (14) и (15).

В работе [4] приведены выражения для σ^2 при различных корреляционных функциях фазовых флуктуаций, а соотношения для $\sigma_{\text{опт}}^2$ могут быть получены следующим образом

$$\frac{1}{\sigma_{\text{опт}}^2} = \frac{\partial \bar{\ell}(F_d)}{\partial F_d} \text{ при } \hat{F}_d = \hat{F}_{d,\text{опт}} \quad (16)$$

В случае измерения радиальной скорости цели, на рис. 1, *a* представлены графики зависимости B от отношения длительности сигнала к интервалу корреляции фазовых флуктуаций T_c/τ , описываемых экспоненциальной функцией корреляции. Кривые получены прямоугольных пачек с различным числом радиоимпульсов ($n=4, 10$ и 20).

На рис. 1, *б* представлены графики той же зависимости, в случае знакопеременной корреляционной функции фазовых флуктуаций.

В данных случаях корреляционная матрица (13) имеет вид $\bar{K} = \sigma_\varphi^2 \|a^{i-j}\|$ ($a>0$ для графиков на рис. 1, *a* $a<0$ для графиков на рис. 1, *б*).

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из приведенных графиков видно, что возможности повышения точности измерения радиальной скорости цели, за счет учета совместного влияния фазовых флуктуаций радиоимпульсов

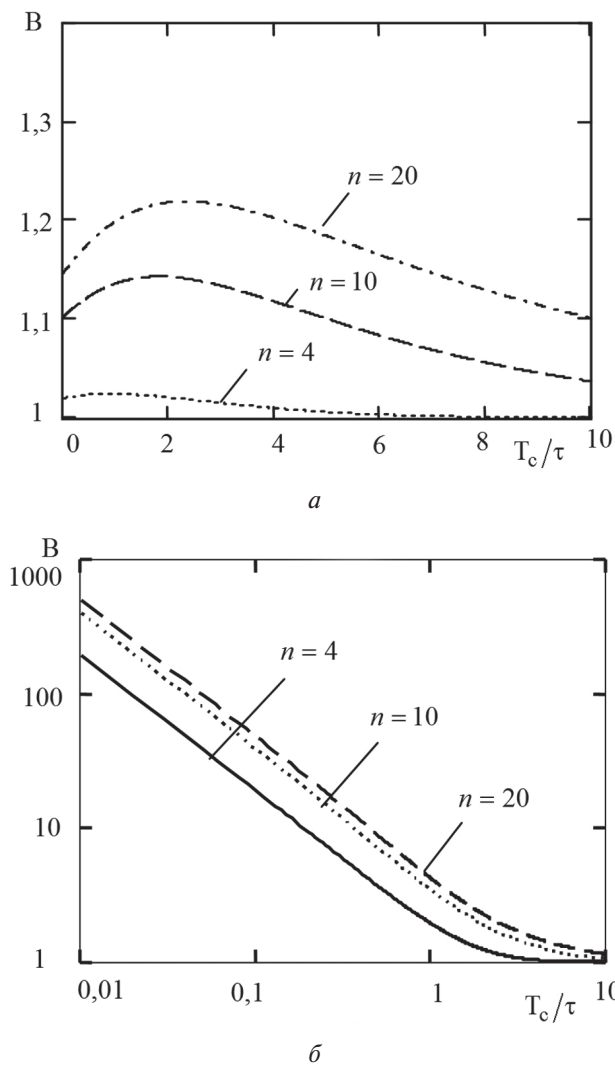


Рис. 1. Графики зависимости B от отношения длительности сигнала к интервалу корреляции фазовых флуктуаций T_c / τ

принимаемой пачки и внутриприемных шумов, лежат в пределах от единиц раз при экспоненциальной корреляционной функции фазовых флуктуаций, до десятков раз при знакопеременной корреляционной функции. Данные выводы можно перенести и на случай измерения угла прихода сигнала.

С практической точки зрения, предложенные алгоритмы позволяют существенно повысить качество пространственно-временной обработки радиолокационного сигнала.

Литература

- [1] Радиоэлектронные системы. Основы построения и теория. Справочник под редакцией Я.Д. Ширмана. – М.: З.А.О. «МАКВИС», 1988. – 828 с.
- [2] Минервин Н.Н. Васюта К.С. Оптимальное оценивание угла прихода волны при наличии случайных

искажений ее фронта и аддитивных помех. Харьков. ХТУРЭ. Всеукр. научно-технический сборник // Радиотехника. 1998. – Вып. 105. – С. 61–68.

- [3] Минервин Н.Н. Кузнецов А.Л. Оптимальный алгоритм измерения несущей частоты пачки с учетом фазовых флуктуаций ее радиоимпульсов и аддитивных шумовых колебаний. ХНУРЭ. Всеукр. научно-технический сборник // Радиотехника. 2001. – Вып. 122. – С. 188–195.
- [4] Минервин Н.Н. Кузнецов А.Л. Ошибки измерения радиальной скорости и радиального ускорения цели, обусловленные неучетом флуктуаций фаз импульсов пачки. ХАИ. Збірник наукових праць // Авіаційно-космічна техніка і технологія. 2001. – Вып. 22. – С. 288–295.

Поступила в редколлегию 22.10.2013

Минервин Николай Николаевич, фото и сведения об авторе см. на с. 486.

Кузнецов Александр Леонидович, фото и сведения об авторе см. на с. 505.

УДК 396. 96. 001(07)

Оптимальні алгоритми вимірювання радіальної швидкості та кута приходу прийнятого радіосигналу з урахуванням фазових флуктуацій, що описуються довільною кореляційною функцією / М.М. Мінервін, О.Л. Кузнецов // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. – 2013. – Том 12. – № 4. – С. 514–517.

Отримано оптимальні алгоритми вимірювання радіальної швидкості цілі та кута приходу сигналу при багатоканальному прийомі. Дані алгоритми забезпечують врахування спільного впливу адитивних шумових коливань і фазових флуктуацій, що описуються довільною кореляційною функцією. Оцінено ефективність застосування запропонованих алгоритмів.

Ключові слова: оптимальний алгоритм, радіальна швидкість, кут приходу сигналу, багатоканальний прийом.

Лл.: 1. Бібліогр.: 4 найм.

UDC 396. 96. 001(07)

Optimal algorithms for measuring target radial velocity and received signal arrival angle in view of phase fluctuations with arbitrary correlation function / N.N. Minervin, A.L. Kuznetsov // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. – 2013. – Vol. 12. – № 4. – P. 514–517.

Optimal algorithms for measuring the target radial velocity and signal arrival angle are obtained for a case of multichannel reception. These algorithms provide accounting of the influence of both additive noise waves and phase fluctuations with an arbitrary correlation function. The effectiveness of the algorithms proposed are analysed.

Keywords: optimal algorithm, radial velocity, signal arrival angle, multichannel reception.

Fig.: 1. Ref.: 4 items.