УДК 621.396.96

МЕРА УГЛОВОЙ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ И ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛА ПРИХОДА ВОЛНЫ ПРИ НАЛИЧИИ СЛУЧАЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ ЕЕ ФРОНТА И АДДИТИВНОГО ШУМА

Н.Н. МИНЕРВИН, К.С. ВАСЮТА

В статье проводится оценка угловой разрешающей способности и точности угловых измерений с учетом совместного влияния случайных флуктуаций фронта принимаемой волны (мультипликативной помехи) и аддитивных шумовых колебаний.

Ключевые слова: разрешающая способность, угол прихода волны, эквидистантная антенная решетка, аддитивный шум.

ВВЕДЕНИЕ

Постановка проблемы. При оценке угловой разрешающей способности и точности угловых измерений необходимо учитывать совместное влияние случайных флуктуаций фронта принимаемой волны (мультипликативной помехи) и аддитивных шумовых колебаний. Общие положения теории этих вопросов разработаны (например, см. [1]), однако имеется потребность в получении формул, в явном виде определяющих показатели качества углового разрешения и измерения при различных условиях. Желательно сформулировать численный критерий, устанавливающий, при каких условиях эти показатели качества могут оцениваться по хорошо известным соотношениям, учитывающим только аддитивный шум [2], или по соотношениям, учитывающим только мультипликативную помеху [3; 4]. В последнем, менее изученном случае, необходимы дальнейшие аналитические и численные оценки.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

На примере широко используемой линейной эквидистантной антенной решетки с симметричным амплитудным распределением оценим влияние ряда факторов на меру угловой разрешающей способности и потенциальные погрешности угловых измерений. Наряду с электрическим размером антенны, ее амплитудным распределением и отношением сигнал-шум учтем и влияние статистических характеристик флуктуаций фронта принимаемой волны. При этом используем достаточные статистики, приведенные в [5].

При дисперсии σ^2 потенциальной погрешности измерения угла прихода волны справедливо соотношение [2]

$$\frac{1}{\sigma^2} = -\frac{\partial^2 \ln l(\theta)}{\partial\theta^2}\bigg|_{\theta=\hat{\theta}}. \qquad (1)$$

Здесь $\ln\, l(\theta)$ — зависящая от измеряемого угла θ часть логарифма отношения правдоподобия; $\hat{\theta}$ — оптимальная оценка измеряемого угла.

Для меры разрешающей способности $\Delta\theta$, определяемой шириной нормированной функции рассогласования [2], справедливо соотношение

$$\Delta\theta = q\sigma, \qquad (2)$$

где q — отношение сигнал-шум по напряжению на выходе устройства согласованной обработки принятой реализации.

При значениях параметра $\gamma = q^2\sigma_\varphi^2(1-a) << 1$, где σ_φ^2 —дисперсия фазовых флуктуаций на элементах антенной решетки, обусловленных флуктуациями фронта волны, a — коэффициент их корреляции для соседних элементов, в [5] получено:

$$\ln l(\theta) = \frac{q^2}{2}\left\{1 - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{m}\zeta_k\left[\Delta\Phi_k - (2k-1)\frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta\right]^2\right\}. \qquad (3)$$

Здесь k — номер симметричной пары элементов антенны, отсчитываемый от центра антенны; m — число таких пар; $\zeta_k = Z_k / Z_\Sigma$ — параметр, характеризующий амплитудное распределение по элементам антенны; $Z_k = \frac{1}{2}\left|\int_{-\infty}^{\infty}\dot{Y}_k(t)\dot{X}_k^*(t)dt\right|$ — модуль комплексного корреляционного интеграла (результат временной обработки) в каналах k-й пары; $\dot{Y}_k(t)$ — комплексная огибающая принятой реализации; $\dot{X}_k^*(t)$ — комплексно сопряженная огибающая ожидаемого сигнала в каналах k-й пары; $Z_\Sigma = \sum_{k=1}^{m} Z_k$; $\Delta\Phi_k$ — разность фаз напряжений каналов k-й пары, возникающих при приеме волны; d — расстояние между соседними элементами антенной решетки; λ — длина волны.

После двукратного дифференцирования (3) с учетом (1) и (2) имеем

$$\frac{1}{\sigma^2} = \frac{q^2}{\Delta\theta^2} = 2q^2\left(\frac{\pi d\cos\theta}{\lambda}\right)^2\sum_{k=1}^{m}\zeta_k(2k-1). \qquad (4)$$

Для значений параметра $\gamma = q^2\sigma_\varphi^2(1-a) >> 1$ в [5] приведено: при $m \geq 2$

$$\ln l(\theta) = \frac{q^2}{2} - \frac{1}{4\sigma_\varphi^2(1-a^2)}\left\{\left[\Delta\Phi_m - (2m-1)\frac{2\pi d}{\lambda}\sin(\theta)\right]^2 + \right.$$

$$+ (1+a+a^2)\times(\Delta\Phi_1 - \frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta)^2 +$$

$$+(1+a^2)\sum_{k=2}^{m-1}\left[\Delta\Phi_k-(2k-1)\frac{2\pi d}{\lambda}\sin(\theta)\right]^2-$$
$$-2a\sum_{k=1}^{m-1}\left[\Delta\Phi_k-(2k-1)\frac{2\pi d}{\lambda}\sin(\theta)\right]^2\times$$
$$\times\left[\Delta\Phi_{k+1}-(2k+1)\frac{2\pi d}{\lambda}\sin(\theta)\right]\Bigg\}. \qquad (5)$$

При $m=1$

$$\ln l(\theta)=\frac{q^2}{2}-\frac{1}{4\sigma_\varphi^2(1-a)}(\Delta\Phi-\frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta)^2. \qquad (6)$$

Используя (1), (2), (5) и (6), записываем: при $m\geq 2$

$$\frac{1}{\sigma^2}=\frac{q^2}{\Delta\theta^2}=2\left(\frac{\pi d\cos\theta}{\lambda}\right)^2\frac{1-a}{\sigma_\varphi^2(1+a)}\times$$
$$\times\left\{\sum_{k=1}^{m}(2k-1)^2+\frac{(2m-1)[2m-1-(2m-3)a]}{(1-a)^2}\right\}; \qquad (7)$$

при $m=1$

$$\frac{1}{\sigma^2}=\frac{q^2}{\Delta\theta^2}=2\left(\frac{\pi d\cos\theta}{\lambda}\right)^2\Big/\sigma_\varphi^2(1-a). \qquad (8)$$

Для произвольного значения параметра γ и четырехэлементной антенной решетки

$$\ln l(\theta)=$$
$$=\frac{q^2}{2}\left\{1-\frac{[1+a+a^2+(\zeta_2\gamma)^{-1}]\delta\Phi_{23}^2+}{2[(1+a)\gamma+\zeta_2^{-1}+(1+a+a^2)\zeta_1^{-1}+(\zeta_1\zeta_2\gamma)^{-1}]}+\right.$$
$$\left.+\frac{\left[1+(\zeta_2\gamma)^{-1}\right]\delta\Phi_{14}^2-2a\delta\Phi_{23}\delta\Phi_{14}}{2\left[(1+a)\gamma+\zeta_2^{-1}+(1+a+a^2)\zeta_1^{-1}+(\zeta_1\zeta_2\gamma)^{-1}\right]}\right\}, \qquad (9)$$

где $\delta\Phi_{ij}=\Delta\Phi_{ij}-(j-i)\frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta$ — отличие измеряемой разности фаз симметричных каналов $\Delta\Phi_{ij}$ от ее ожидаемого значения [5].

Используя (1), (2) и (9), находим:

$$\frac{1}{\sigma^2}=\frac{q^2}{\Delta\theta^2}=\frac{q^2}{2}\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\cos\theta\right)^2\times$$
$$\times\frac{10-5a+a^2+\gamma^{-1}(\zeta_2^{-1}+9\zeta_1^{-1})}{(1+a)\gamma+\zeta_2^{-1}+(1+a+a^2)\zeta_1^{-1}+(\zeta_1\zeta_2\gamma)^{-1}}. \qquad (10)$$

При $\gamma <<1$ или $\gamma >>1$ эти соотношения переходят соответственно в (4) и (7) для $m=2$.

На рис. 1–4 представлены рассчитанные с использованием (10) зависимости среднеквадратичной погрешности σ измерения угла прихода волны и меры угловой разрешающей способности $\Delta\theta$ от отношения сигнал-шум по мощности q^2, характеризующего амплитудное распределение отношения $\zeta=\zeta_1/\zeta_2$, дисперсии σ_φ^2 фазовых флуктуаций и коэффициента их корреляции a в смежных элементах антенны. Величины σ и $\Delta\theta$ выражены в единицах, обратных электрической длине антенны $l_э = 3d/\lambda$ (примерно совпадают с шириной диаграммы направленности антенны). На рис. 1 и 2 на горизонтальные оси нанесены также значения параметров γ и γ/σ_φ^2. Изменение их значений приводит к качественному изменению закономерностей измерения и разрешения.

Из рисунков и соотношения (4) видно, что при $\gamma <<1$ справедливы известные соотношения для точности измерения угла прихода и меры разрешающей способности пространственно когерентных сигналов: мера угловой разрешающей способности обратно пропорциональна электрическому размеру антенны и зависит от распределения амплитуд вдоль нее, а потенциальная среднеквадратичная угловая погрешность, кроме этого, еще и обратно пропорциональна отношению сигнал-шум по напряжению на выходе устройства согласованной обработки.

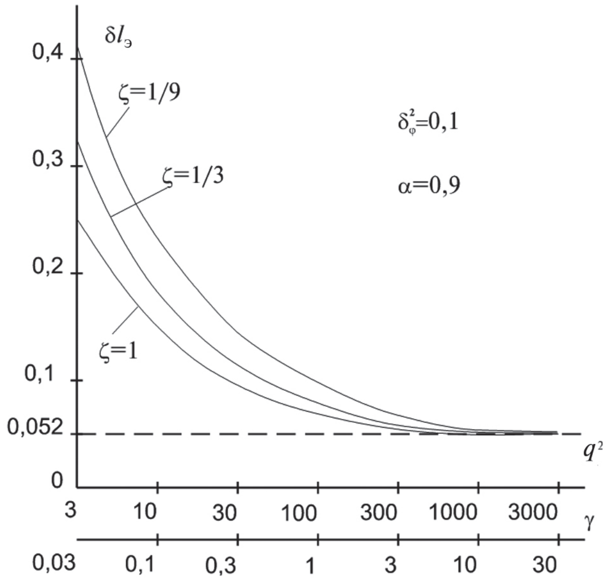

Рис. 1. Зависимость среднеквадратичной погрешности измерения угла прихода волны от отношения сигнал-шум по мощности

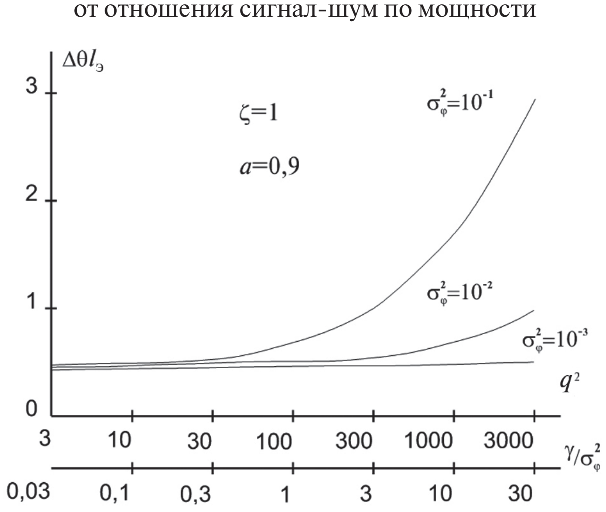

Рис. 2. Зависимость меры угловой разрешающей способности от отношения сигнал-шум по мощности

Из рисунков и соотношений (7) и (8) видно, что при $\gamma >>1$ действуют другие закономерности: на среднеквадратичную погрешность измерения не влияет амплитудное распределение вдоль антенны; не влияет отношение сигнал-шум, а мера разрешающей способности пропорциональна ему. Определяющее влияние оказывают статистические характеристики фазовых флуктуаций.

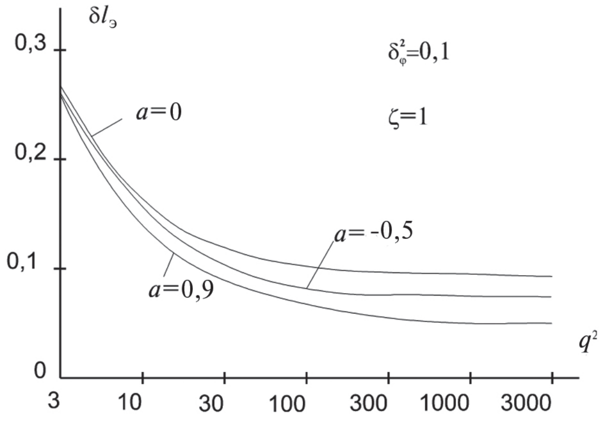

Рис. 3. Зависимость среднеквадратичной погрешности измерения угла прихода волны от отношения сигнал-шум по мощности

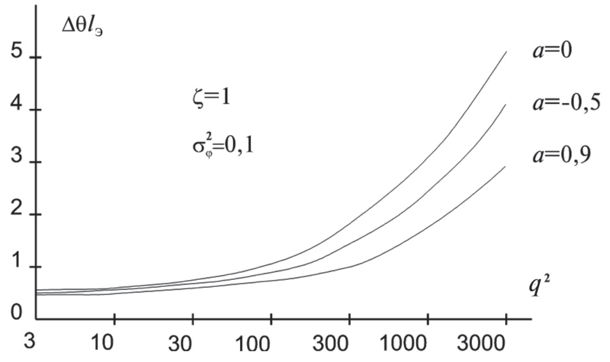

Рис. 4. Зависимость меры угловой разрешающей способности от отношения сигнал-шум по мощности

ВЫВОДЫ

Из рассмотренного выходит неочевидное свойство: мера близости оптимальной обработки частично когерентного и полностью когерентного пространственных сигналов определяется не только статистическими характеристиками флуктуаций фронта волны, но и отношением сигнал-шум на выходе устройства обработки. Это означает, например, что алгоритмы оптимальной пространственной обработки [5] и потенциальные показатели ее качества могут существенно различаться для слабого полезного и сильного помехового сигналов.

Литература

[1] *Фалькович С.Е., Пономарев В.И., Шкварко Ю.В.* Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием. – М.: Радио и связь, 1989. – 295 с.

[2] *Ширман Я.Д., Манжос В.Н.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М.: Сов. радио, 1981. – 416 с.

[3] *Бакут П.А., Логинов В.А., Троицкий И.Н.* Измерение угловых координат источников когерентного светового излучения по фазовому фронту принимаемой волны // Радиотехника и электрон. 1977. – Т. 22, № 2. – С. 286.

[4] *Кравцов Ю.А., Фейзулин З.И., Виноградцев А.Г.* Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. – М.: Радио и связь, 1983. – 223 с.

[5] *Минервин Н.Н. Васюта К.С.* Оптимальное оценивание угла прихода волны при наличии случайных искажений ее фронта и аддитивных помех. – Харьков. / ХТУРЭ. Всеукр. научно-технический сборник / Радиотехника. – 1998. – Вып. 105. – С. 61–68.

Поступила в редколлегию 4.10.2013

Минервин Николай Николаевич, доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник научного центра Воздушных Сил Харьковского университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба. Научные интересы: теория распространения радиоволн, теория антенных систем, теория и техника радиолокации.

Васюта Константин Станиславович, доктор технических наук, профессор, начальник факультета автоматизированных систем управления и наземного обеспечения полетов авиации Харьковского университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба. Научные интересы: сложные сигналы и их обработка в радиотехнических системах; хаотическая, нелинейная динамика, стеганография.

УДК 621.391.26

Міра кутової роздільної здатності і точність вимірювання кута приходу хвилі за наявності випадкових викривлень її фронту та адитивного шуму / М.М. Мінервін, К.С. Васюта // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. – 2013. – Том 12. – № 4. – С. 484–486.

У статті проводиться оцінка кутової розрізнювальної здатності і точності кутових вимірювань з урахуванням сумісного впливу випадкових флуктуацій фронту прийнятої хвилі (мультиплікативної завади) та адитивних шумових коливань.

Ключові слова: роздільна здатність, кут приходу хвилі, еквідистантна антенна решітка, адитивний шум.

Іл.: 4. Бібліогр.: 5 найм.

UDC 621.391.26

Measure of angular resolution capability and measuring accuracy of a wave arrival corner in the presence of irregular distortions of its front and additive noise / N.N. Minervin, K.S. Vasyuta // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. – 2013. – Vol. 12. – № 4. – P. 484–486.

The paper estimates angular resolution capability and accuracy of angular measurements in view of a joint influence of casual fluctuations of the front of a received wave (multiplicative noise) and additive noise oscillations.

Keywords: resolution capability, wave arrival corner, equidistant antenna array, additive noise.

Fig.: 4. Ref.: 5 items.