# ВЛИЯНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ ФРОНТА ВОЛНЫ ПОМЕХОВОГО СИГНАЛА НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЕГО ПОДАВЛЕНИЯ

Н.Н. МИНЕРВИН, К.С. ВАСЮТА

В статье приведен анализ влияния флуктуаций фронта волны помехового сигнала на эффективность его подавления. Проведено численное оценивание зависимости коэффициента подавления от статистических характеристик данных флуктуаций.

*Ключевые слова*: флуктуации, фронт волны, помеха, коэффициент подавления, статистические характеристики.

## введение

В радиолокации подавление внешней помехи чаще всего осуществляется путем формирования провала в направлении на источник помехи в диаграмме направленности (ДН) антенной системы корреляционного автокомпенсатора [1]. Дальнейшее рассмотрение ведется для одного источника помехи и на примере антенной системы, состоящей из линейной антенны протяженностью L и диаграммообразующей схемы (ДОС) с двумя каналами (основным и вспомогательным). ДОС формирует равномерное распределение амплитуды, линейное распределение фазы и регулирует направление максимума ДН в каждом из каналов. Автокомпенсатор помехи (АКП) состоит из основного и вспомогательного каналов, сумматора и устройства корреляционной обратной связи, которое управляет комплексным коэффициентом передачи вспомогательного канала.

Случайные неоднородности атмосферы и многотрассовость при распространении помеховой волны искажают ее фронт. Это приводит к флуктуациям фазы в отдельных элементах апертуры антенны, что может существенно исказить форму ДН вспомогательного и основного каналов АКП. Имеются подробные численные оценки таких искажений для одной антенны [2]. Однако еще нет достаточных численных оценок изменения глубины специально созданного для подавления помехи провала результирующей ДН антенной системы АКП в условиях флуктуаций фронта волны помехи.

Для того, чтобы исключить влияние полезного сигнала, АКП настраивается по параметрам внешней помехи при максимально ослабленном воздействии полезного сигнала (идеально при его отсутствии). Поэтому при анализе влияния флуктуаций фронта волны помехового сигнала на эффективность помехозащиты все рассмотренные ниже соотношения учитывают только внешнюю помеху.

# ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

В качестве критерия эффективности подавления помехи примем коэффициент подавления

$$\eta = \frac{\sigma_{\text{согл}}^2}{\sigma_{\text{опт}}^2} , \qquad (1)$$

где  $\sigma_{corn}^2$  — дисперсия помехи на выходе устройства согласованной обработки;  $\sigma_{ont}^2$  — дисперсия помехи на выходе устройства оптимальной обработки. Под согласованной будем понимать такую обработку, при которой антенной формируется ДН с максимумом главного лепестка в направлении на полезный сигнал без учета помехи. Под оптимальной обработкой будем понимать формирование антенной системой ДН с провалами в направлении на источники помех и главным лепестком, направленным на полезный сигнал.

Так как дисперсия помехи на входе устройства согласованной обработки равна дисперсии помехи на входе устройства оптимальной обработки, то при рассмотрении коэффициента подавления помехи можно перейти от отношения дисперсий на выходах этих устройств к отношению значений ДН антенн в направлении на источник помехи.

На рис. 1 представлены ДН антенной системы в случае, когда фронт волны помехи плоский:  $\psi(\alpha)$  – результирующая (оптимальная) ДН;  $|\rho_{\rm c}(\alpha)|$  – ДН с максимумом, который направлен на полезный сигнал;  $|\rho_{\rm n}(\alpha)|$  – ДН с максимумом, который направлен на помеховый сигнал.

Значения указанных ДН в направлении на источник помехи на рис. 1 обозначены точками. При этом выражение для коэффициента подавления, которое получено в [1], имеет вид

$$\eta = \frac{\left|\rho_{c}\left(\alpha_{\pi}\right)\right|^{2}}{\psi^{2}\left(\alpha_{\pi}\right)},$$
(2)

где 
$$\psi(\alpha_{\pi}) = \left| \rho_{c}(\alpha_{\pi}) - \frac{\chi}{1+\chi} \rho_{\pi}(\alpha_{\pi}) f_{0}(\alpha_{\pi}) \right|$$
. В этом

выражении  $f_0(\alpha_{\pi}) = \frac{\sin \alpha_{\pi}}{\alpha_{\pi}}; \quad \alpha_{\pi} = \pi \frac{L}{\lambda} \sin \theta_{\pi}$  —

обобщенный угол;  $\theta_n$  — угол прихода помехи;  $\lambda$  — длина волны помехового сигнала;  $\chi$  — энергетический параметр, равный отношению спектральных плотностей мощности помехи и собственного шума.



Рис. 1. Диаграммы направленности антенной системы

В случае отсутствия фазовых флуктуаций помехи  $\rho_c(0) = \rho_n(\alpha_n) = 1$  и при этом выражение (2) можно преобразовать к более простому виду

$$\eta = \left(1 + \chi\right)^2 \,. \tag{3}$$

Из выражения (3) видно, что в отсутствие фазовых флуктуаций коэффициент подавления помехи определяется только интенсивностью самой помехи.

В случае, когда фазовый фронт помехового сигнала искажен, соотношение для результирующей ДН запишем в виде:

$$\psi \lfloor \alpha_{n}, \varphi(x) \rfloor =$$

$$= \left| \dot{\rho}_{c} \lfloor \alpha_{n}, \varphi(x) \rfloor - \frac{\chi}{1+\chi} \dot{\rho}_{n} \lfloor 0, \varphi(x) \rfloor f_{0}(\alpha_{n}) \right|, \quad (4)$$

где  $\varphi(x)$  — функция распределения вдоль антенны случайной составляющей фазы мешающего сигнала, обусловленной флуктуациями фронта волны;  $\dot{\rho}_c[\alpha_n,\varphi(x)]$  — значение ДН, максимум которой направлен на полезный сигнал, при наличии фазовых флуктуаций помехи;  $\dot{\rho}_n[0,\varphi(x)]$  — значение ДН, максимум которой направлен на помеху, при наличии фазовых флуктуаций помехового сигнала. Здесь *x* — координата точки на отчетной оси, направленной вдоль апертуры антенны с началом отсчета, совпадающим с серединой апертуры. В соотношении (4) и далее точкой обозначаются комплексные величины. Выражение для коэффициента подавления в этом случае имеет вид

$$\eta = \frac{\left\langle \left| \dot{\rho}_{c} \left[ \alpha_{\pi}, \phi(x) \right] \right|^{2} \right\rangle}{\left\langle \left| \dot{\rho}_{c} \left[ \alpha_{\pi}, \phi(x) \right] - \frac{\chi}{1 + \chi} \dot{\rho}_{\pi} \left[ 0, \phi(x) \right] f_{0} \left( \alpha_{\pi} \right) \right|^{2} \right\rangle}, \quad (5)$$

где  $\langle \rangle$  — операция статистического усреднения по случайной функции  $\varphi(x)$ .

При проведении операции статистического усреднения в (5) использованы соотношения для антенн с фазовыми ошибками, которые получены в [2] и имеют вид

$$\left\langle \dot{\rho} \left[ \alpha, \varphi(x) \right] \dot{\rho}^* \left[ \alpha_1, \varphi(x) \right] \right\rangle = \\ = \exp\left\{ -\sigma_{\varphi}^2 \right\} \left[ \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{\sin \alpha_1}{\alpha_1} + \frac{1}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sigma_{\varphi}^{2m}}{m!} W(c_m, \alpha, \alpha_1) \right], (6)$$

где  $c_m = \frac{c}{m}$ ;  $c = \frac{2r}{L}$  — относительный радиус корреляции фазовых флуктуаций помехи; r — радиус корреляции фазовых флуктуаций помехи;  $\sigma_{\phi}^2$  — дисперсия фазовых флуктуаций помехи.

В соотношении (6) опущены индексы с и п, поскольку оно справедливо для любых ДН с фазовыми ошибками. При этом

$$W(c,\alpha,\alpha_{1}) =$$

$$= \int_{-1-1}^{1} \exp\left\{-\frac{(x-x_{1})^{2}}{c^{2}} + j(\alpha x - \alpha_{1}x_{1})\right\} dx dx_{1}.$$
 (7)

Выражение (7) справедливо при гауссовой форме коэффициента корреляции фазовых флуктуаций мешающего сигнала

$$K_{\varphi} = \exp\left\{-\frac{\left(x-x_{1}\right)^{2}}{c^{2}}\right\}.$$

При условии, что  $\sigma_{\phi}^2 < 1$  рад<sup>2</sup>, можно ограничиться в (6) первым членом суммы и записать выражение для коэффициента подавления в виде

$$\eta = \frac{f_0^2(\alpha_{\rm n}) + \frac{1}{4}\sigma_{\varphi}^2 W(c,\alpha_{\rm n},\alpha_{\rm n})}{f_0^2(\alpha_{\rm n}) \frac{1}{(1+\chi)^2} + \sigma_{\varphi}^2 F(c,\alpha_{\rm n})} , \qquad (8)$$
$$F(\alpha_{\rm n},c) = \frac{1}{4} [W(c,\alpha_{\rm n},\alpha_{\rm n}) + f_0^2(\alpha_{\rm n}) W(c,0,0) - \frac{1}{-2f_0(\alpha_{\rm n}) W(c,\alpha_{\rm n},0)}]. \qquad (9)$$

Выражение (8) определяет зависимость коэффициента подавления  $\eta$  от статистических характеристик флуктуаций фазы помехи (относительного радиуса корреляции *c*, дисперсии  $\sigma_{\phi}^2$ ) и обобщенного угла  $\alpha_{n}$ .

При отсутствии фазовых флуктуаций (  $\sigma_{\phi}^2 = 0$  ) выражение (8) совпадает с выражением (3).

Далее рассмотрим два частных случая. Первый — радиус корреляции фазовых флуктуаций помехи значительно меньше размера антенны ( $r \ll L$ ). Функции вида (7), входящие в (8) и (9), при  $r \ll L$  упрощаются [2] при учете членов первого порядка малости по *с* до вида

$$W(c,\alpha_{\pi},\alpha_{\pi}) \approx 2c\sqrt{\pi};$$
$$W(c,\alpha_{\pi},0) \approx 2c\sqrt{\pi} \frac{\sin \alpha_{\pi}}{\alpha_{\pi}};$$
$$W(c,0,0) \approx 2c\sqrt{\pi}.$$

Во втором случае, при r >> L, с точностью до членов  $\frac{1}{c^2}$  выражения (7) упрощаются [2] до вида

$$W(c,\alpha_{n},\alpha_{n}) \approx 4 \frac{\sin^{2} \alpha_{n}}{\alpha_{n}^{2}} - \frac{4}{c^{2} \alpha_{n}^{4}} \Big[ \Big( 3 - 2\alpha_{n}^{2} \Big) \cos 2\alpha_{n} + 4\alpha_{n} \sin 2\alpha_{n} - 3 \Big] =$$
$$= 4 \frac{\sin^{2} \alpha_{n}}{\alpha_{n}^{2}} + \frac{1}{c^{2}} \frac{d^{2}}{d\alpha_{n}} \Big( \frac{\sin^{2} \alpha_{n}}{\alpha_{n}^{2}} \Big);$$
$$W(c,\alpha_{n},0) \approx 4 \frac{\sin \alpha_{n}}{\alpha_{n}} - \frac{4}{c^{2}} \times \\\times \Big[ \frac{\sin \alpha_{n}}{3\alpha_{n}} + \frac{1}{\alpha_{n}^{3}} \Big( 2\alpha_{n} \cos \alpha_{n} + \Big( \alpha_{n}^{2} - 2 \Big) \sin \alpha_{n} \Big) \Big];$$
$$W(c,0,0) \approx 4 - \frac{8}{3c^{2}}.$$

Выражения для функции  $F(\alpha_n, c)$  в этих случаях имеют вид

$$F(\alpha_{\pi},c) \approx \frac{1}{2} c \sqrt{\pi} \Big[ 1 - f_0^2(\alpha_{\pi}) \Big]$$
 при  $c \ll 1$ , (10 a)

$$F(\alpha_{\Pi},c) \approx \frac{2}{c^2} [f'_0(\alpha_{\Pi})]^2$$
 при  $c >> 1$ , (10 б)

а коэффициент подавления (8) записывается в форме

$$\eta \approx \frac{f_0^2(\alpha_{\pi}) + \frac{1}{2}\sigma_{\phi}^2 c \sqrt{\pi}}{f_0^2(\alpha_{\pi})(1+\chi)^{-2} + \frac{1}{2}\sigma_{\phi}^2 c \sqrt{\pi} \left[1 - f_0^2(\alpha_{\pi})\right]}$$
  
при *c* << 1, (11 a)

$$\eta \approx \frac{f_0^2(\alpha_{\pi})(1+\sigma_{\phi}^2) + \frac{\sigma_{\phi}^2}{4c^2} [f_0^2(\alpha_{\pi})]''}{f_0^2(\alpha_{\pi})(1+\chi)^{-2} + \frac{2\sigma_{\phi}^2}{c^2} [f_0'(\alpha_{\pi})]^2}$$

$$\Pi p \mu \quad c >> 1.$$
(11 6)

В выражениях (10 б) и (11 б) штрих и два штриха означают первую и вторую производные соответственно.

Полученные соотношения позволяют проанализировать два практически важных случая  $c \ll 1$  и  $c \gg 1$  при малых флуктуациях фазы помехи ( $\sigma_{0}^{2} \ll 1$ ).

Согласно выражению (11а) коэффициент подавления помех  $\eta$  в области малых значений относительного радиуса корреляции ( $c \ll 1$ ) будет уменьшаться с ростом c, при  $c \gg 1$  согласно (11 б), наоборот, — увеличиваться с ростом c. Физически это можно пояснить тем, что при радиусе корреляции фазовых флуктуаций помехи r больше, чем размер антенны L, фронт волны помехи в пределах апертуры антенны может считаться плоским. Однако в этом случае направление прихода помехи не известно, что приводит к ухудшению компенсации помехового сигнала при пространственной обработке.

В случае, когда r < L, при уменьшении относительного радиуса корреляции c коэффициент подавления  $\eta$  возрастает, поскольку с уменьшением *с* фазовый фронт волны помехи искажается таким образом, что при усреднении его вид стремится к плоской поверхности.

При больших флуктуациях фазы помехи, когда  $\sigma_{\phi}^2 > 1$ , результаты статистического усреднения ДН с фазовыми ошибками при условии, что коэффициент корреляции фазовых флуктуаций помехи принимает значения близкие к единице, имеют вид [2]

$$\left\langle \dot{\rho} \left[ \alpha, \varphi(x) \right] \dot{\rho}^* \left[ \alpha_1, \varphi(x) \right] \right\rangle = \frac{1}{4} W(c_{\sigma}, \alpha, \alpha_1),$$
  
где  $c_{\sigma} = \frac{c}{\sigma_{\varphi}}$ ; функция  $W(c_{\sigma}, \alpha, \alpha_1)$  идентична (7).

Коэффициент подавления в этом случае определяется соотношением

$$\eta \approx W(c_{\sigma}, \alpha_{\Pi}, \alpha_{\Pi})[W(c_{\sigma}, \alpha_{\Pi}, \alpha_{\Pi}) + \left(\frac{\chi}{1+\chi}\right)^{2} f_{0}^{2}(\alpha_{\Pi})W(c_{\sigma}, 0, 0) - \frac{\chi}{1+\chi} f_{0}^{2}(\alpha_{\Pi})W(c_{\sigma}, \alpha_{\Pi}, 0)]^{-1}.$$
(12)

### ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Графики зависимости коэффициента подавления от дисперсии фазовых флуктуаций помехи  $\sigma_{\phi}^2$ , построенные по формуле (8) при фиксированных значениях относительного радиуса корреляции (*c* = 0,1; 0,5; 20), изображены на рис. 2 (при  $\chi$  = 100) и на рис.3 (при  $\chi$  = 1000). При этом обобщенный угол  $\alpha_{\pi}$  = 5, т.е. помеха действует в области максимума первого бокового лепестка ДН | $\rho_c(\alpha)$ |.

Из этих рисунков видно, что коэффициент подавления  $\eta$  с увеличением значений дисперсии  $\sigma_{\phi}^2$ , как и следует ожидать, уменьшается. При стремлении  $\sigma_{\phi}^2$  к нулю значение коэффициента подавления  $\eta$  стремится к величине, равной значению  $\eta$  в отсутствие фазовых флуктуаций помехи.

На данных рисунках слева на горизонтальных осях отложены значения дисперсии  $\sigma_{\phi}^2$  в логарифмическом масштабе, а справа — в линейном, что позволяет выявить характер зависимости  $\eta(\sigma_{\phi}^2)$  в предельных случаях.

При сопоставлении графиков на рис. 2 и 3 видно, что в области малых  $\sigma_{\phi}^2$  интенсивность помехи (энергетический параметр  $\chi$ ) существенно влияет на величину коэффициента ее подавления  $\eta$ . Рост  $\sigma_{\phi}^2$  приводит к уменьшению данного влияния. При этом уже при небольших флуктуациях фазы помехи ( $\sigma_{\phi}^2 \approx 0.001...0.1 \text{ рад}^2$ ) эффективность подавления помехового сигнала в большей степени определяется статистическими характеристиками данных флуктуаций ( $\sigma_{\phi}^2$  и *с*), чем интенсивностью самой помехи.

Графики зависимости коэффициента подавления η от относительного радиуса корреляции фазовых флуктуаций помехи *с* при фиксирован-



Рис. 2. Зависимости коэффициента подавления от дисперсии фазовых флуктуаций помехи  $\sigma_{\alpha}^2$  при  $\chi = 100$ 



Рис. 3. Зависимости коэффициента подавления от дисперсии фазовых флуктуаций помехи  $\sigma_{\phi}^2$  при  $\chi\,{=}\,1000$ 

ных значениях: дисперсии ( $\sigma_{\phi}^2 = 0.01$ ; 0,1; 0,3; 0,5); обобщенного угла ( $\alpha_{\pi} = 5$ ); энергетического параметра  $\chi = 100$  представлены на рис. 4 и при  $\chi = 1000$  на рис. 5.

Выводы, сделанные по формулам (11а) и (11б) совпадают и с приведенными на этих рисунках кривыми. При этом видно, что наихудшая область подавления находиться там, где радиус корреляции фазовых флуктуаций помехи r близок к размерам апертуры антенны L.

Из сопоставления графиков на рис. 4 и 5 следует, что в области наихудшего подавления ( $r \approx L$ ) ее эффективность в меньшей степени зависит от интенсивности помехи, чем от статистических характеристик флуктуаций фазы помехового сигнала.

Перейдем далее к оценке коэффициента подавления при больших флуктуациях фазы помехи ( $\sigma_{\phi}^2 > 1$ ). Для этого случая справедлива формула (12).



Рис. 4. Зависимости коэффициента подавления от относительного радиуса корреляции фазовых флуктуаций помехи при χ =100



Рис. 5. Зависимости коэффициента подавления от относительного радиуса корреляции фазовых флуктуаций помехи при χ = 1000

На рис. 6 в логарифмическом масштабе по обеим осям изображен график, рассчитанный согласно (12), зависимости коэффициента подавления  $\eta$  от отношения относительного радиуса корреляции фазовых флуктуаций помехи *с* к среднеквадратическому отклонению  $\sigma_{\phi}$ . График на рис. 6 справедлив при  $K_{\phi} \approx 1$ .



Рис. 6. Зависимость коэффициента подавления от отношения относительного радиуса корреляции фазовых флуктуаций помехи *с* к среднеквадратическому отклонению σ<sub>φ</sub>

Данный график свидетельствует о том, что при фиксированном значении относительного радиуса корреляции *c* с увеличением СКО  $\sigma_{\varphi}$ значение коэффициента подавления  $\eta$  стремится к единице. Оптимизация обработки без учета фазовых флуктуаций помехового сигнала и в этом случае не дает положительного эффекта, что говорит о необходимости такого учета при синтезе алгоритмов подавления помехи.

## выводы

Полученные выше результаты свидетельствуют о том, что качество подавления помехи в значительной степени определяется статистическими характеристиками флуктуаций ее фазы. Это показывает необходимость учета фазовых флуктуаций при компенсации помех.

# Литература

- [1] Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981. 416 с.
- [2] Шифрин Я. С. Вопросы статистической теории антенн. – М.: Сов. радио, 1970. – 384 с.

Поступила в редколлегию 14.10.2013

**Минервин Николай Николаевич,** фото и сведения об авторе см. на с. 486.

Васюта Константин Станиславович, фото и сведения об авторе см. на с. 486.

### УДК 396.96.001(07)

Вплив флуктуацій фронту хвилі завадового сигналу на ефективність його заглушення / М.М. Мінервін, К.С. Васюта // Прикладна радіоелектроніка: наук.техн. журнал. – 2013. – Том 12. – № 4. – С. 496–500.

У статті надано аналіз впливу флуктуацій фронту хвилі завадового сигналу на ефективність його заглушення. Наведено чисельне оцінювання залежності коефіцієнта заглушення від статистичних характеристик даних флуктуацій.

*Ключові слова*: флуктуації, фронт хвилі, завада, коефіцієнт заглушення, статистичні характеристики.

Іл.: 6. Бібліогр.: 2 найм.

#### UDC 396.96.001(07)

Influence of wave front fluctuations of noise signal on efficiency of its suppression / N.N. Minervin, K.S. Vasyuta // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. -2013. - Vol.  $12. - N_{\odot} 4. - P. 496-500$ .

An analysis of influence of wave front fluctuations of a noise signal on efficiency of its suppression is provided in the paper. A numeral evaluation of dependence of a suppression coefficient on statistical characteristics of these fluctuations is proposed.

*Keywords:* fluctuations, wave front, noise, coefficient of suppression, statistical characteristics.

Fig.: 6. Ref.: 2 items.