

ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА SSA В ЗАДАЧАХ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

В. И. ВАСИЛИШИН

В статье рассматривается предварительная обработка наблюдаемых на фоне шума сигналов при их спектральном анализе собственноструктурными методами с использованием метода SSA и предлагаемой модификации этого метода. Представлены результаты имитационного моделирования, подтверждающие повышение эффективности спектрального анализа сигналов при использовании метода SSA и его модификации.

Ключевые слова: уменьшение шума в наблюдении, собственные значения, собственные векторы, сингулярные значения, сингулярные векторы, малая выборка, метод SSA.

ВВЕДЕНИЕ

Реализация целого ряда современных методов обработки сигналов, изображений, спектрального (пространственного) анализа сигналов с повышенным «разрешением» требует вычисления собственных значений (СЗ) и собственных векторов (СВ) ковариационной матрицы (КМ) наблюдения [1–7]. Задача поиска СЗ и СВ КМ наблюдений возникает в разложении Карунена–Лоэва, анализе главных компонент (principal component analysis – PCA), анализе независимых компонент (independent component analysis – ICA), нелинейном анализе главных компонент, факторном анализе, предложенных в статистике и получивших широкое распространение в цифровой обработке сигналов, при обработке сигналов в адаптивных антенных решетках (ААР) и т. д. [1–16].

В технической литературе методы, использующие СЗ и СВ выборочных КМ, называют собственноструктурными (СС) или основанными на подпространствах СВ (subspace-based) [1]. Использование последнего термина обусловлено разбиением СЗ и СВ на соответствующие подпространству сигналов (ППС) и подпространству шума (ППШ). При этом возможна реализация СС методов с использованием ППС или ППШ. К СС методам относятся метод Писаренко, MUSIC, Root–MUSIC, Min-Norm и другие [1–7]. Следует отметить, что эти методы могут быть реализованы с использованием разложения по сингулярным значениям (СИЗ) и векторам (СИБ) матрицы данных (SVD–singular value decomposition) [1–7, 17–20].

Спектральный (пространственный) анализ сигналов включает решение задач определения числа гармонических компонент сигнала (числа источников излучения) и оценивания их параметров [1–7].

Особенность спектрального анализа состоит в обработке выборки временного ряда (а не совокупности снимков данных, доступной при обработке в антенных решетках (АР)). Эта выборка разбивается на перекрывающиеся сегменты (подвыборки) с помощью скользящего окна. Таким образом, формируют некий эквивалент снимков

данных, получаемых при обработке в АР. Разница состоит в наличии взаимной зависимости сегментов, что обусловлено их перекрытием [1, 2].

В реальных условиях априорной неопределенности относительно параметров выходных сигналов АР (выборки временного ряда при спектральном анализе) в методах сверхразрешения используют оценки параметров плотностей распределений сигналов, которые формируются по обучающим выборкам конечного объема [7, 21]. В ряде случаев (движущейся цели, мерцающих помех и др.) имеет место малая выборка, которая при использовании максимально правдоподобной оценки КМ характеризуется условием $K < m$, где K – число снимков (snapshots), m число антенных элементов. Для регуляризованной оценки КМ это условие принимает вид $K < V$, где V – число источников излучения (гармонических компонент сигнала). Малый объем выборки обуславливает вырожденность выборочной КМ [14, 22–24].

В условиях малой выборки и низких значений отношения сигнал–шум (ОСШ) имеют место аномальные ошибки (outliers) и пороговый эффект (резкое ухудшения точности оценивания при значениях ОСШ, меньших некоторого порогового значения) [5, 15].

В технической литературе выделяют выбросы в наблюдении [25] и при оценивании параметров сигналов (аномальные ошибки оценивания). Аномальные ошибки возможны и при многошкальных измерениях, когда имеет место неправильное раскрытие неоднозначности [26].

Повышение эффективности адаптивной пространственной фильтрации с помощью ААР в условиях малой выборки возможно за счет регуляризации (например, диагонального взвешивания) выборочной КМ. Повышение эффективности спектрального анализа СС методами при низких значениях ОСШ и малой выборке возможно за счет использования дополнительной информации о структуре КМ (персимметрии и т. д.), оценивания КМ по принципу ожидаемого правдоподобия «expected likelihood», стратегии совместного оценивания (ССО) и некоторых других подходов [22–24, 27–28]. ССО направлений прихода (НП) нескольких сигналов (комбиниро-

ванной пеленгации) [27, 28] подразумевает одновременное использование нескольких методов оценивания, отличающихся своими характеристиками (формирование «банка» методов). Банк методов позволяет получить совокупность предварительных оценок НП сигналов. На основании этих оценок в соответствии с некоторым правилом получают результирующие (окончательные) оценки НП сигналов.

В последнее время предпринимаются попытки ослабления влияния малого числа выборок и низких ОСШ за счет использования неклассических компьютерно-ориентированных подходов в статистике [29–30]. Эти работы основываются на новом классе технологий, объединенных общим термином «численный ресамплинг» (resampling) или «повторное использование выборки». Наиболее известные методы этой технологии – метод «складного ножа» (jackknife), бутстреп (bootstrap), перестановка (permutation). Эти подходы позволяют формировать «псевдovyборки» в случае, когда нет возможности повторно получить истинные наблюдения (увеличить объем выборки).

В [27] представлена псевдослучайная стратегия совместного оценивания НП (PR–JES), в которой используется рандомизация СВ ППШ выборочной КМ. Особенности ССО с использованием несобственноструктурных методов на основе адаптивных решетчатых фильтров показаны в [31].

Известен также вариант рандомизации выборки, в котором к исходным данным добавляют псевдослучайный шум [32–34], дисперсия которого изменяется в соответствии с изменением дисперсии шума измерения.

Особенность некоторых вариантов ССО, рандомизации данных с использованием псевдошума состоит в том, что окончательные оценки НП сигналов получают цензурированием предварительных оценок НП. Это позволяет уменьшить влияние аномальных ошибок, содержащихся в предварительных оценках, на окончательные оценки НП. Для этого требуется дополнительная априорная информация о возможном интервале их значений. Известны и другие подходы по получению окончательных оценок НП сигналов. В [34] предварительные оценки НП подставляются в функцию метода максимального правдоподобия и осуществляется отбор тех оценок, для которых значения этой функции максимальны. Возможны идентификация аномальных оценок НП сигналов и их «лечение» [23, 35] с использованием теста сферичности (sphericity test).

Развитие методов «численного ресамплинга» было продолжено в [36] для обнаружения нелинейности во временных рядах. Этот подход называют технологией получения суррогатных данных (surrogate data) [36–39].

В работах [40–44] показано, что недостатком применения технологии суррогатных данных без

адаптации алгоритма рандомизации фаз Фурье-спектра наблюдения к ОСШ является малая зависимость точности оценивания частот гармонических компонент сигнала после порогового ОСШ (насыщение (saturation) среднеквадратической ошибки оценивания частот СС методами). Адаптация алгоритма рандомизации фаз Фурье-спектра наблюдения к ОСШ, которая использовалась в работах [40, 42–44], требует знания (или оценивания) значения ОСШ.

Следует отметить, что технология суррогатных данных – один из подходов, направленных на снижение уровня аддитивного шума в наблюдении [44]. Также ее можно отнести к предварительной (перед применением СС и других методов) обработке сигналов при их спектральном (пространственном) анализе. Наиболее известные примеры предварительной обработки сигналов – пространственное сглаживание КМ наблюдения, формирование многолучевой диаграммы направленности и т.д.

Уменьшение шума наблюдения возможно на уровне данных, на уровне КМ данных, на уровне СЗ и СВ КМ [45, 46]. Известны следующие подходы по снижению шума наблюдения: 1) вычитание наименьшего шумового СЗ из диагональных элементов выборочной КМ (в методе Писаренко); 2) основанная на теореме Эккарта–Янга–Мирского [1, 4, 47] аппроксимация КМ наблюдения ковариационной матрицей более низкого ранга, равного числу сигнальных компонент; 3) метод обобщенных наименьших квадратов (total least squares – TLS) и структурированных наименьших квадратов (structured total least squares – STLS); 4) использование вейвелетов [6, 7, 45–51] и др.

При аппроксимации КМ наблюдения матрицей более низкого ранга, применении методов TLS и STLS, используют СЗ и СВ (СИЗ и СИБ) ППС. Сохранение лишь СВ (СИБ) ППС и соответствующих им СЗ (СИЗ) при аппроксимации КМ наблюдения (матрицы данных) эффективно способствует увеличению ОСШ, поскольку устраняет вклад компонент ППШ.

Отбор СИЗ и СИБ ППС и понижение ранга матрицы данных осуществляется также в методе анализа сингулярного спектра (singular spectral analysis- SSA), в отечественной литературе известного как метод «Гусеница» (caterpillar) [52], в работах Кумаресана и Тафтса [1, 47] и др. [48–49, 53].

Цель данной работы – повышение эффективности спектрального анализа СС методами (методами, основанными на подпространствах СВ) с использованием метода SSA и предлагаемой модификации этого метода в условиях малой выборки.

МОДЕЛИ И ДОПУЩЕНИЯ

Предположим, что сигнал – совокупность V гармонических компонент $x_v(n) = \alpha_v \sin(\omega_v n + \varphi_v)$, где α_v – амплитуда, $\omega_v = 2\pi f_v$ – частота,

а φ_v – фаза v -й гармонической компоненты. Модель наблюдения, характерная для приложений спектрального анализа, имеет вид [54]

$$y(n) = \sum_{v=1}^V x_v(n) + e(n) = s(n) + e(n), \quad n=0, \dots, N-1, \quad (1)$$

где $\sum_{v=1}^V x_v(n)$ – сигнал, $e(n)$ – аддитивный белый гауссов шум, n – дискретные моменты времени.

Будем полагать, что φ_v – случайные независимые величины, равномерно распределенные на интервале $[0, 2\pi)$, а $\omega_v \in [0, \pi)$. Шум измерений $e(n)$ имеет нулевое математическое ожидание и дисперсию σ^2 . По наблюдению $\{y(n)\}_{n=0}^{N-1}$ необходимо дать оценки значениям частот $\omega_v, v=1, \dots, V$ используя методы спектрального анализа.

С учетом сделанных предположений о сигнале и шуме, математическое ожидание наблюдения равно нулю [2, 3]. Поэтому ковариационная и корреляционная матрицы наблюдения в рассматриваемом случае эквивалентны.

Входную выборку размером N удобно представить в виде $K = N - m + 1$ подвыборок размером $m > 2V$ [40-44, 54]

$$y(n) = [y(n) \dots y(n+m-1)]^T, \quad n=1, \dots, K. \quad (2)$$

Тогда модель (1) можно представить в виде [54]

$$y(n) = \mathbf{B}\mathbf{x}(n) + \mathbf{e}(n) = \mathbf{g}(n) + \mathbf{e}(n), \quad (3)$$

где $\mathbf{x}(n)$ – $2V \times 1$ вектор вида

$$\mathbf{x}(n) = \begin{bmatrix} \alpha_1 \sin(\omega_1 n + \varphi_1) \\ \alpha_1 \cos(\omega_1 n + \varphi_1) \\ \vdots \\ \alpha_V \sin(\omega_V n + \varphi_V) \\ \alpha_V \cos(\omega_V n + \varphi_V) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$\mathbf{B} = [\mathbf{A}(\omega_1) \dots \mathbf{A}(\omega_V)]$ – $m \times 2V$ матрица, в которой матрицы $\mathbf{A}(\omega_v) = [\mathbf{a}_c(\omega_v) \quad \mathbf{a}_s(\omega_v)]$ состоят из двух векторов – $\mathbf{a}_c(\omega_v) = [1 \cos(\omega_v) \dots \cos((m-1)\omega_v)]^T$ и $\mathbf{a}_s(\omega_v) = [0 \sin(\omega_v) \dots \sin((m-1)\omega_v)]^T$, а вектор шума $\mathbf{e}(n) = [e(n) \dots e(n+m-1)]^T$, $\mathbf{g}(n) = \mathbf{B}\mathbf{x}(n)$.

С учетом представления (3), КМ $\mathbf{y}(n)$ имеет вид

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^T(n)] = \mathbf{B}\mathbf{S}\mathbf{B}^T + \sigma^2\mathbf{I}, \quad (5)$$

где E – символ математического ожидания, $(\cdot)^T$ означает транспонирование, \mathbf{S} – КМ сигналов ранга $2V$ [1,2].

Оценка КМ размером $m \times m$ имеет следующий вид:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^K \mathbf{y}(n)\mathbf{y}^T(n) = \frac{1}{K} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^T, \quad (6)$$

где $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(1), \dots, \mathbf{y}(K)]$ – $m \times K$ матрица данных (выборка объема $K = N - m + 1$).

Отметим, что матрица данных может быть теплоцевой, ганкелевой [1, 44, 55, 56], соответствовать так называемому ковариационному методу (название не соответствует статистическому определению этого термина [1, 55]). Представление матрицы данных в виде ганкелевой (теплоцевой) матрицы, строками которой являются перекрывающиеся сегменты выборки временного ряда, соответствует развертке выборки одномерного временного ряда в выборку многомерного ряда [36]. Преимущества использования теплоцевой (ганкелевой) матрицы данных отмечены в работах [46–49].

Для матрицы $\hat{\mathbf{R}}$ справедливо следующее разложение по СВ и СЗ [1, 2, 40–44]:

$$\hat{\mathbf{R}} = \sum_{q=1}^m \hat{\gamma}_q \hat{\mathbf{u}}_q \hat{\mathbf{u}}_q^T = [\hat{\mathbf{U}}_s \quad \hat{\mathbf{U}}_n] \begin{bmatrix} \hat{\Lambda}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\Lambda}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}_s^T \\ \hat{\mathbf{U}}_n^T \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где $\hat{\gamma}_1 > \hat{\gamma}_2 > \dots > \hat{\gamma}_{\hat{V}} > 0$ – СЗ ППС, $\hat{\gamma}_{\hat{V}+1} \approx \hat{\sigma}^2, \dots, \hat{\gamma}_K \approx \hat{\sigma}^2$ и $\hat{\gamma}_{K+1} \approx \hat{\gamma}_{K+2} \approx \dots \hat{\gamma}_m \approx 0$ – СЗ подпространства шума (ППШ), $\hat{\mathbf{U}}_s = [\hat{\mathbf{u}}_1 \dots \hat{\mathbf{u}}_{\hat{V}}]$ – $m \times \hat{V}$ матрица СВ ППС, $\hat{\mathbf{U}}_n$ – $m \times (m - \hat{V})$ матрица СВ ППШ, $\hat{\Lambda}_s$ – диагональная матрица, которая содержит \hat{V} сигнальных (наибольших) СЗ, а $\hat{\Lambda}_n$ – диагональная матрица, которая содержит $m - \hat{V}$ СЗ ППШ, а \hat{V} – оценка числа гармонических компонент.

Оценка числа гармонических колебаний может быть получена одним из известных методов – Акаике (AIC), Шварца–Риссанена (MDL) и др. [1, 44, 57]. Отметим, что, ввиду использования вещественной модели $\hat{V} = 2V$ [1, 54].

Для моделирования предлагаемого подхода используем метод Root-MUSIC [1,28, 34, 40–44]:

$$P_m(z) = \mathbf{a}^T(z^{-1}) \hat{\mathbf{U}}_n \hat{\mathbf{U}}_n^T \mathbf{a}(z), \quad (8)$$

где $\mathbf{a}(z) = [1, z, \dots, z^{m-1}]^T$, $z = \exp(i\omega)$. Оценки частот получают по фазам $\hat{V}/2$ корней полинома (8) с наибольшими модулями ($z_v, v=1, \dots, \hat{V}/2$).

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА SSA

Известно, что при достаточно больших значениях ОСШ (или отсутствии шума наблюдения) ранг КМ наблюдения равен числу источников сигнала. Наличие шума наблюдения обуславливает полный ранг КМ. При низких ОСШ желательно вернуться к идеализированному случаю отсутствия шума. На основании теоремы Эккарта–Янга можно найти оценку КМ сигнала более низкого ранга [1]. Эта теорема была применена к матрице данных в [47].

В соответствии с теоремой Эккарта–Янга осуществляется усечение разложения КМ по СЗ и СВ (матрицы данных по СИЗ и СИВ). Использование СВ ППС основано на том, что из теории матриц известно, что главные СВ, соответствующие большим сильно разнесенным СЗ,

относительно малочувствительны к возмущениям матричных элементов.

Покажем особенность процесса усечения разложения по СЗ и СВ (СИЗ и СИВ). Представим (7) в виде

$$\hat{\mathbf{R}} = \sum_{q=1}^m \hat{\gamma}_q \hat{\mathbf{u}}_q \hat{\mathbf{u}}_q^T = \hat{\gamma}_1 \hat{\mathbf{u}}_1 \hat{\mathbf{u}}_1^T + \dots + \hat{\gamma}_m \hat{\mathbf{u}}_m \hat{\mathbf{u}}_m^T. \quad (9)$$

Это представление показывает возможность выполнения как разложения КМ по СЗ и СВ, так и восстановления (реконструкции) КМ на основании СЗ и СВ [43,46-49].

По аналогии можно представить разложение по СИЗ и СИВ (SVD) матрицы данных \mathbf{Y} [43, 46-49]

$$\mathbf{Y} = \sum_{q=1}^{m_y} \hat{\mu}_q \hat{\mathbf{u}}_q \hat{\mathbf{v}}_q^T = \hat{\mu}_1 \hat{\mathbf{u}}_1 \hat{\mathbf{v}}_1^T + \dots + \hat{\mu}_{m_y} \hat{\mathbf{u}}_{m_y} \hat{\mathbf{v}}_{m_y}^T, \quad (10)$$

где $m_y \leq \min\{m, K\}$ – ранг матрицы \mathbf{Y} , $\hat{\mu}_q$ – СИЗ, $\hat{\mathbf{u}}_q$ – левые СИВ, а $\hat{\mathbf{v}}_q$ – правые СИВ матрицы данных \mathbf{Y} .

Отметим, что разложение по СИЗ и СИВ (SVD) лежит в основе ряда методов обработки сигналов, изображений, регуляризации матриц и т.д. [18, 58].

Аппроксимация матрицы данных (КМ) матрицей $\mathbf{Y}_{\text{аппр}} = \sum_{q=1}^{\hat{V}} \hat{\mu}_q \hat{\mathbf{u}}_q \hat{\mathbf{v}}_q^T$ ($\hat{\mathbf{R}}_{\text{аппр}} = \sum_{q=1}^{\hat{V}} \hat{\gamma}_q \hat{\mathbf{u}}_q \hat{\mathbf{u}}_q^T$) более низкого ранга (равного числу гармонических компонент сигнала), т.е. с использованием только сигнальных СЗ и СВ (СИЗ и СИВ), позволяет уменьшить шум наблюдения в матрице данных (КМ) [45-49]. Такую аппроксимацию матрицы данных называют усеченным разложением по СИЗ и СИВ (truncated SVD).

В технической литературе по адаптивной фильтрации и адаптивным антенным решеткам с СВ ППС связывают такие понятия как собственный фильтр (eigenfilter), собственный лепесток (собственная диаграмма направленности) [6, 16]. Например, элементы какого-либо СВ ППС рассматривают как коэффициенты импульсной характеристики (ИХ) фильтра с конечной ИХ, называемого собственным фильтром (eigenfilter) [6, 16, 58].

Аппроксимация КМ наблюдения матрицей более низкого ранга используется в некоторых СС методах (методах, основанных на подпространствах СВ) – в исходном методе ESPRIT, методе матричного пучка (matrix pencil) и др. В методе Pro-ESPRIT осуществляется фильтрация шума на уровне КМ и при разложении КМ по СЗ и СВ.

В [52] восстановленную до размера $N \times 1$ выборку временного ряда («восстановленную» из $m \times K$ матрицы $\mathbf{Y}_{\text{аппр}} = \sum_{q=1}^{\hat{V}} \hat{\mu}_q \hat{\mathbf{u}}_q \hat{\mathbf{v}}_q^T$) получают путем усреднения элементов $\mathbf{Y}_{\text{аппр}}$, находящихся на ее кроссдиагоналях (диагоналях, параллельных побочной диагонали).

Таким образом, реализация метода анализа сингулярного спектра (singular spectra analysis -SSA) предполагает выполнение таких операций [52]: 1) формирование ганкелевой матрицы данных; 2) поиск СИВ и СИЗ этой матрицы (или СЗ и СВ ее КМ); 3) отбор \hat{V} наибольших СИЗ и соответствующих им СИВ и формирование отфильтрованной от шума наблюдения матрицы данных

$\mathbf{Y}_{\text{аппр}} = \sum_{q=1}^{\hat{V}} \hat{\mu}_q \hat{\mathbf{u}}_q \hat{\mathbf{v}}_q^T$; 4) получение отфильтрованной выборки временного ряда $y_{\text{фильтр}}(n)$ [59] путем усреднения элементов матрицы $\mathbf{Y}_{\text{аппр}}$ (ганкелизации), находящихся на ее кроссдиагоналях.

В работах [47-49], в отличие от метода SSA, используют теплицеву структуру матрицы данных и усреднение элементов $\mathbf{Y}_{\text{аппр}} = \sum_{q=1}^{\hat{V}} \hat{\mu}_q \hat{\mathbf{u}}_q \hat{\mathbf{v}}_q^T$, находящихся на диагоналях, параллельных ее основной диагонали.

Отметим, что усреднение элементов КМ общего вида, находящихся на диагоналях, параллельных основной диагонали, позволяет выполнить теплицизацию оценки КМ [60,61]. Однако использование такой оценки приводит к постоянству среднеквадратической ошибки оценивания частот гармонических компонент сигнала (угловых координат источников шумового излучения) СС методами при средних и больших значениях отношения сигнал-шум [44].

Помимо связи метода SSA и работ [47, 49] следует отметить и его связь с подходом, предложенным Кэдзоу. В его работе [48] указана возможность итерационного применения шагов усечения и ганкелизации.

Рассмотрим возможность усовершенствования рассмотренного подхода по уменьшению шума наблюдения. Известно, что матрица СЗ ППС имеет вид $\Lambda_s = \text{diag}(\gamma_1 + \xi_1, \dots, \gamma_{2V} + \xi_{2V})$, где ξ_1, \dots, ξ_{2V} – шумовые СЗ, равные дисперсии шума измерения. По аналогии с [46] можно очистить матрицу СЗ (СИЗ) от шума вычитанием с ее диагональных элементов дисперсии шума наблюдения $\hat{\sigma}^2$ (σ).

Обычная оценка дисперсии шума наблюдения, определяемая как $\hat{\sigma}^2 = (1/(m - \hat{V})) \text{trace}(\hat{\Lambda}_n)$ [32-34, 40, 44], не учитывает компоненты шума, которые аддитивно добавляются к СЗ ППС. Таким образом, приближение оценки дисперсии шума наблюдения выражением $\hat{\sigma}_{\text{прибл}}^2 = (1/(m - \hat{V})) \text{trace}(\hat{\Lambda}_n)$ приводит к заниженному ее значению. Представляет интерес использовать результаты работ [62, 63] для получения улучшенной оценки дисперсии шума. Предлагаемая оценка дисперсии шума равна $\hat{\sigma}^2 = \hat{\sigma}_1^2 / (1 - \hat{V} / K)$, где $\hat{\sigma}_1^2 = \hat{\sigma}_{\text{прибл}}^2 + (1/K) \sum_{q=1}^{\hat{V}} (\gamma_q \hat{\sigma}_{\text{прибл}}^2) / (\gamma_q - \hat{\sigma}_{\text{прибл}}^2)$.

Таким образом, предлагаемая модификация метода SSA может быть описана следующей последовательностью шагов: 1) определение числа гармонических компонент сигнала; 2) формирование ганкелевой (теплицевой) матрицы данных; 3) поиск СИВ и СИЗ этой матрицы (или СЗ и СВ соответствующей ей КМ); 4) оценка дисперсии шума $\hat{\sigma}^2$; 5) отбор \hat{V} наибольших СИЗ и соответствующих им СИВ (наибольших СЗ и соответствующих им СВ) и формирование отфильтрованной от шума наблюдения матрицы данных

$$Y_{\text{фильтр}} = \sum_{q=1}^{\hat{V}} (\hat{\mu}_q - \hat{\sigma}) \hat{u}_q \hat{v}_q^T$$
; 6) формирование выборки $y_{\text{фильтр}}(n)$ путем усреднения элементов матрицы $Y_{\text{фильтр}}$, находящихся на диагоналях, параллельных основной (побочной) диагонали; 7) поиск СИЗ и СИВ матрицы данных, сформированной из $y_{\text{фильтр}}(n)$ (СЗ и СВ КМ $y_{\text{фильтр}}(n)$).

После шага 6 возможно применение любого из методов, основанных на использовании подпространств. Шаги 1-6 могут быть рассмотрены как коррекция обработки сигналов.

Кроме того, возможен повтор шагов 2-6 – в качестве входных данных для шага 2 следует использовать выборку данных $y_{\text{фильтр}}(n)$.

Моделирование осуществлялось для $N = 64$, $N_s = 100$, $m = 54$, $K = N - m + 1 = 11$, $L = 1000$. Рассматривались два набора частот двухкомпонентного сигнала. При формировании КМ $y_{\text{фильтр}}(n)$ эта выборка разбивалась на сегменты аналогично разбиению выборки исходного временного ряда. Предполагалось, что число гармонических компонент сигнала равно $\hat{V} = 4$ (оно может быть определено одним из известных методов [1, 2, 6, 56]).

В первом случае предполагалось наличие двух равномошных гармонических компонент наблюдаемого сигнала с частотами: $f_1 = 0.2$ Гц и $f_2 = 0.215$ Гц. Для рассматриваемых условий моделирования предел разрешения по Рэлю равен $(1/N) = 0.0156$. Таким образом, $\Delta f = 0.015 < (1/N)$. ОСШ определялось как $10 \log_{10} (\sum_{v=1}^V \alpha_v^2 / \sigma^2)$, где σ^2 – дисперсия шума.

На рис. 1 показаны зависимости среднеквадратической ошибки (СКО) оценивания частот от значений ОСШ (SNR), полученные методом Root-MUSIC для: исходных данных наблюдения и их предварительной обработки – фильтрации сигнальных компонент в наблюдении методом SSA (формировании КМ по $y_{\text{фильтр}}(n)$) и фильтрации улучшенным методом SSA (Root-MUSIC with improved SSA).

Анализ зависимостей, приведенных на рис. 1, показывает, что во всем рассматриваемом диапазоне ОСШ оба варианта предварительной обработки сигнала позволяют повысить эффективность оценивания частот. Предложенная модификация метода SSA позволяет повысить точность оценивания при низких ОСШ (рис. 1).

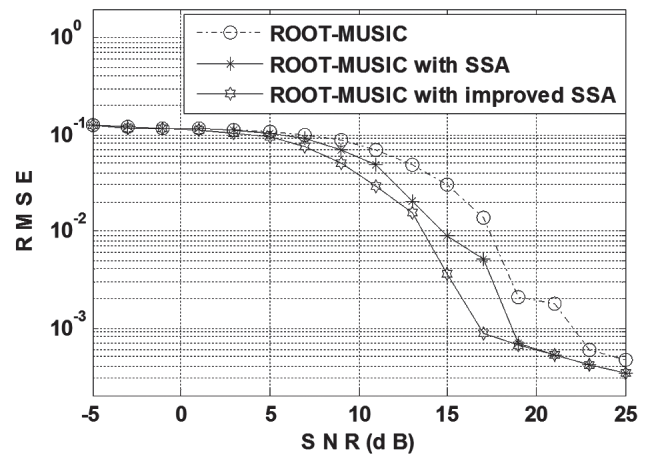


Рис. 1. Зависимости СКО оценивания частот гармонических компонент сигнала от ОСШ

Для пары частот $f_1 = 20 / 64$ Гц и $f_2 = 21 / 64$ Гц, кратных величине $1/N$ [1, 41, 44], результаты расчета СКО приведены на рис. 2.

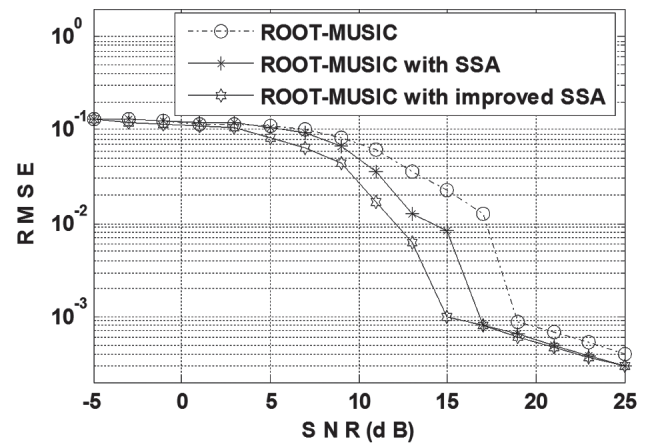


Рис. 2. Зависимости СКО оценивания частот гармонических компонент сигнала от ОСШ

Легко заметить, что в этом случае свойства и качественный характер СКО и сохраняются.

Анализ приведенных результатов и результатов [39–44] позволяет предположить, что дополнительного повышения эффективности спектрального анализа можно достичь путем совместного использования технологии суррогатных данных и метода SSA.

ВЫВОДЫ

Использование сингулярного усечения (truncated SVD) матрицы данных, обладающей структурными свойствами, с последующим усреднением элементов, находящихся на диагоналях усеченной матрицы, параллельных ее основной (побочной) диагонали, позволяет повысить эффективность спектрального анализа СС методами (методами, основанными на подпространствах СВ), в условиях малой выборки. В работе предложена модификация метода SSA, использующая улучшенную оценку дисперсии шума наблюдения. Применение этой модификации позволяет повысить эффективность спектрального

анализа методом Root-MUSIC в области низких значений ОСШ.

Метод SSA и его модификация могут быть использованы при решении задачи оценивания НП источников шумового излучения (при обработке в AP), повышения точности предварительных оценок НП при многошкальных измерениях, снижения шума изображений, для формирования суррогатных данных [41, 42-44]. Формирование и использование суррогатных данных позволит дополнительно повысить эффективность спектрального анализа методом Root-MUSIC в области низких значений ОСШ. Также дополнительного исследования в рамках рассмотренного подхода уменьшения шума наблюдения требует так называемый эффект перекачки подпространств (subspace swap).

Литература

- [1] Марпл—мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ./ С.Л. Марпл—мл. — М.: Мир, 1990. — 584 с.
- [2] Stoica P. Introduction to spectral analysis/ P.Stoica, R.L. Moses. —Prentice hall, 1997.
- [3] Ширман Я.Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех / Я.Д. Ширман, В.Н Манжос. — М.: Радио и связь, 1981. — 416 с.
- [4] Brillinger D.R.. Time series. Data analysis and theory/ D.R. Brillinger. — Holt, Rinehart and Winston, 1975.
- [5] Radar array processing. Ed. S.Haykin, J.Litva, T.J. Shepherd. — Springer Verlag Berlin, 1993.
- [6] Trees H. L. V. Optimum array processing. Part IV of Detection, Estimation and modulation theory/ H. L. V. Trees. —Wiley—interscience, 2002.
- [7] Караваев В.В. Статистическая теория пассивной радиолокации/ В.В. Караваев, В.В. Сазонов. — М.: Радио и связь, 1997. — 240 с.
- [8] Jolliffe I. T. Principal Component Analysis / I.T. Jolliffe. — Springer, 2002. — 487 p.
- [9] Гирко В.Л. Спектральная теория случайных матриц/ В.Л. Гирко. — М.: Наука, 1988. — 376 с.
- [10] Ефимов В.М. Анализ и прогноз временных рядов методом главных компонент/ В.М. Ефимов, Ю.К. Галактионов, Н.Ф. Шушпанова. — Новосибирск: Наука. Сиб.отделение, 1988. — 71 с.
- [11] Principal manifolds for data visualization and dimension reduction/ Gorban B., K. D. Wunsch, A. Zinovyev (Eds.), Berlin — Heidelberg, New York, 2007.
- [12] Айвазян С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики/ С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян. — М.: ЮНИТИ. — 1998.
- [13] Никитченко В.В. Анализ собственных структур в адаптивных антенных системах/ В.В. Никитченко, Г.А. Рожков. — С. — Пб.: ВАС, 1992. — 212 с.
- [14] Журавлев А.К. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках / А.К. Журавлев, А.П. Лукошкин, С.С. Поддубный. — Л.: Изд—во Ленинградского университета 1983. — 240 с.
- [15] Трифонов А.П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех/ А.П. Трифонов, Ю.С. Шинаков. — М.: Радио и связь, 1986. — 264 с.
- [16] Haykin S. Adaptive filter theory, third edition Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1996.
- [17] Moor B. D. The singular value decomposition and long and short spaces of noisy matrices/ B. D. Moor // IEEE Trans. on Signal Processing. — 1993. — Vol. 41., No. 9. — P. 2826—2838.
- [18] Van Der Veen A.—J. Subspace—Based Signal Analysis Using Singular Value Decomposition/A.—J. der Veen, Ed F. Deprettere, A. Lee Swindlehurst// Proceedings of the IEEE. — 1993. —Vol. 81, No 9. — P. 1277—1308.
- [19] Vasylyshyn V. I. High-resolution phased array signal processing via DFT Beamspace TLS-ESPRIT with structure weighting/ Vasylyshyn V. I// Proc. of 2003 IEEE Phased Array Systems and Technology Symposium. — Boston, Massachusetts (USA), 2003, P. 605—610.
- [20] Василишин В.И. Пеленгация источников шумового излучения со сверхразрешением на основе центрально — симметричных ФАР модифицированным унитарным алгоритмом ESPRIT/ В.И. Василишин // Прикладная радиоэлектроника. — 2006. — Т. 5, № 2. — С. 230—237.
- [21] Леховицкий Д.И. Статистический анализ «сверхразрешающих» методов пеленгации источников шумовых излучений при конечном объеме обучающей выборки/ Д.И. Леховицкий //Прикладная радиоэлектроника. — 2009. — Том 8, № 4. — С. 527—540.
- [22] Абрамович Ю.И. Регуляризованный метод адаптивной оптимизации по критерию максимума отношения сигнал/помеха /Ю.И. Абрамович// Радиотехника и электроника. — 1981. — Т. 26, № 3. — С. 543—551.
- [23] Classical and modern direction—of—arrival estimation/B. Friedlander, T.E. Tuncer [at al.]. — Academic Press. — 2009. — 429 p.
- [24] Леховицкий Д.И. Ленточно-диагональная регуляризация МП оценок корреляционных матриц гауссовых помех в алгоритмах адаптации антенных решеток / Д.И. Леховицкий, Ю.И. Абрамович, Г.А. Жуга, Д.С. Рачков // Прикладная радиоэлектроника. — 2010. — Том 9, № 1. — С. 107—121.
- [25] Тихонов В.И. Выбросы случайных процессов. — М.: Наука, 1970. — 392 с.
- [26] Vasylyshyn V.I. Direction of arrival estimation using ESPRIT with sparse arrays/ V.I. Vasylyshyn // Proc. of European Radar Conference. — Rome (Italy), 2009. — P. 246—249.
- [27] Gershman A. B. Pseudo-randomly generated estimator banks: A new tool for improving the threshold performance of direction finding /A. B. Gershman// IEEE Trans. Signal Processing. — 1998. — Vol. 46. — P. 1351—1364.
- [28] Vasylyshyn V.I. Direction finding with superresolution using root implementation of eigenstructure techniques and joint estimation strategy/V.I. Vasylyshyn// European Conference on Wireless Technology: conf, 2004, Amsterdam, Netherlands: proc. of conf. — 2004. — P. 317—320.

- [29] Эфрон Б. Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа: пер. с англ. / Б. Эфрон. — М.: Финансы и статистика, 1988. — 263 с.
- [30] Zoubir A. M. The Bootstrap: Signal Processing Applications / A. M. Zoubir, B. Boashash // IEEE Signal Processing Magazine. — 1998. — Vol. 15. — P. 56–76.
- [31] Леховицкий Д.И. Сравнение разрешающей способности комбинированных пеленгаторов различного типа в приемных системах с неидентичными каналами / Д. И. Леховицкий, Д. В. Атаманский, В. В. Джус, Ф. Ф. Мысик // Антенны. — 2003. — Вып. 12(79). — С. 9–15.
- [32] Gershman A. B. A pseudo-noise approach to direction finding / A. B. Gershman, J. F. Bohme // Signal Processing. — 1998. — Vol. 71. — P. 1–13.
- [33] Vasylyshyn V.I. Improved Beamspace ESPRIT-based DOA Estimation via Pseudo-Noise Resampling / V.I. Vasylyshyn // European Radar: Conf., 2012, Amsterdam (Netherlands). — P. 238–241.
- [34] Vasylyshyn V. Removing the outliers in root-MUSIC via pseudo-noise resampling and conventional beamformer / V. Vasylyshyn // Signal processing. — 2013. — Vol. 93. — P. 3423–3429.
- [35] Vasylyshyn V.I. Beamspace root estimator bank for DOA estimation with an improved threshold performance / V.I. Vasylyshyn // ICATT: int.conf., 2013, Odessa, Ukraine: proc. of conf. — 2013. — P. 280–282.
- [36] Theiler J. Testing for nonlinearity in time series: The method of surrogate data / J. S. Theiler, S. Eubank, A. Longtin, B. Galdrikian, J. D. Farmer // Physica D 58. — 1992. — P. 77–94.
- [37] Small M. Applied Nonlinear Time Series Analysis Applications in Physics, Physiology and Finance / M. Small // World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. — 2005. — 245 p.
- [38] Kantz H. Nonlinear time series analysis / H. Kantz, T. Schreiber // University Press, Cambridge. — 2004. — 369 p.
- [39] Костенко П.Ю. Повышение эффективности когерентной обработки хаотических сигналов при передаче бинарных сообщений с использованием суррогатных сигналов / П.Ю. Костенко, В.И. Василишин, С. Н. Симоненко, О.В. Высоцкий, Д.С. Яковенко // Радиоэлектроника. — 2012. — Т. 55, № 7. — С. 24–33).
- [40] Василишин В.И. Адаптивная коррекция предварительной обработки сигналов с использованием технологии суррогатных данных в задачах спектрального анализа / В.И. Василишин // Системы обработки информации. — 2013. — Вып. 2 (109). — С. 15–20.
- [41] Костенко П.Ю. Повышение эффективности спектрального анализа сигналов методом Root-MUSIC с использованием суррогатных данных / П.Ю. Костенко, В.И. Василишин // Радиоэлектроника. — 2014. — Т. 57, № 1. — С. 31–39. — (Изв. Вузов).
- [42] Василишин В.И. Повышение эффективности спектрального анализа методом ESPRIT с использованием технологии суррогатных данных / В.И. Василишин // Прикладная радиоэлектроника. — 2013. — Т. 12, № 3. — С. 412–418.
- [43] Василишин В.И. Повышение эффективности спектрального анализа собственноструктурными методами с использованием технологии суррогатных данных для собственных векторов ковариационной матрицы наблюдения / В.И. Василишин // Радиотехника. — 2013. — Вып. 174. — С. 66–72.
- [44] Василишин В.И. Оценивание числа гармонических компонент сигнала с использованием технологии суррогатных данных / В.И. Василишин // Прикладная радиоэлектроника. — 2013. — Т. 12, № 4. — С. 412–418.
- [45] Hua Y. On SVD for estimating generalized eigenvalues of singular matrix pencils in noise / Y. Hua, T. Sarkar // IEEE Trans. Signal Processing. — 1991. — Vol. 39. — P. 892–899.
- [46] Kung S.Y. State space and SVD-based approximation methods for the harmonic retrieval problem / S.Y. Kung, K.S. Arun, D.V. Bhaskar Rao // J. Opt. Soc. Amer. — 1983. — Vol. 73. — P. 1799–1811.
- [47] Тафтс Д.У. Оценивание частот суммы нескольких синусоид: Модификация метода линейного предсказания, сравнимая по эффективности с методом МП / Д.У. Тафтс, Р. Кумаресан // ТИИЭР. — 1982. — Т. 70, № 9. — С. 77–94.
- [48] Cadzow J. A. Signal enhancement — a composite property mapping algorithm // IEEE Transactions on ASSP. — 1988. — V. 36. — P. 49–62.
- [49] Ephraim Y. A Signal Subspace Approach for Speech Enhancement / Y. Ephraim, H.L.V. Trees // IEEE Trans. Speech Audio Processing. — 1995. — Vol. 3, No. 4. — P. 251–266.
- [50] Vasilishin V.I. DOA estimation via unitary TLS – ESPRIT algorithm with structure weighting / V.I. Vasilishin // 27th URSI GA: int.conf., Netherlands. — 2002. CD, report 0086.
- [51] Василишин В.И. Оценивание углового положения источников излучения с помощью унитарного алгоритма TLS-ESPRIT с структурным взвешиванием // Прикладная радиоэлектроника. — 2007. — № 4. — С. 521–526.
- [52] Golyandina N. Analysis of time series structure: SSA and related techniques / N. Golyandina, V. Nekutkin, A. Zhigljavsky. — Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2001.
- [53] Li Y. A parameter estimation scheme for damped sinusoidal signals based on low-rank hankel approximation / Y. Li, K. J. Ray Liu, J. Razavilar // IEEE Trans. Signal Processing — 1997. — Vol. 45, No. 2. — P. 481–486.
- [54] Stoica P. MUSIC estimation of real-valued sine wave frequencies / P. Stoica, A. Eriksson // Signal Processing. — 1995. — Vol. 42, No. 4. — P. 139–146.
- [55] Фридландер Б. Решетчатые фильтры для адаптивной обработки данных / Б. Фридландер // ТИИЭР. — 1982. — Т. 70, № 8. — С. 54–97.
- [56] Иохвидов И.С. Ганкелевы и теплицевы матрицы и формы. — М.: Мир, 1974.
- [57] Wax M. Detection of Signals by Information Theoretic Criteria / M. Wax, T. Kailath // IEEE Trans. on Acoustics, Speech, Signal Processing. — 1985. — Vol. 33, No. 2. — P. 387–392.
- [58] Reddy V. U. SVD based information theoretic criteria for detection of the number of damped/undamped sinusoids and their performance analysis / V. U. Reddy, L. Biradar // IEEE Trans. SP. — 1993. — Vol. 41, No. 9. — P. 2872–2971.

- [59] *Harris T.J.* Filtering and frequency interpretations of Singular Spectrum Analysis / T.J. Harris, H. Yuan // *Physica D* 239. – 2010. – P. 1958–1967.
- [60] *Linebarger D. A.* The effect of spatial averaging on spatial correlation matrices in the presence of coherent signals/ D.A. Linebarger, D. H. Johnson//*IEEE Trans. on ASSP.* – 1990. – Vol 38, No 5. – P. 880–884.
- [61] *Семеняка А.В.* О методах оценивания теплицевых корреляционных матриц в задачах адаптивной пространственно-временной обработки сигналов/ *А.В. Семеняка, Д.С. Рачков, Д.И. Леховицкий*//*Прикладная радиоэлектроника.* – 2011. – Т. 10, № 4. – С. 441–447.
- [62] *Yazdian E.* Source Enumeration in Large Arrays Using Moments of Eigenvalues and Relatively Few Samples// *E. Yazdian, S.Gazor, H. Bastani* // *IET Signal Processing.* – 2011.
- [63] *Kritchman S.* Determining the number of components in a factor model from limited noisy data/ *S. Kritchman and Boaz Nadler* // *Chem. Int. Lab. Syst.* – 2008. – Vol. 94. – P. 19–32.

Поступила в редколлегию 05.02.2014



Василишин Владимир Иванович, кандидат технических наук, доцент, докторант Харьковского университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба. Научные интересы: пространственно-временная обработка сигналов в информационных системах различного назначения.

УДК 621.391

Попередня обробка сигналів з використанням методу SSA в задачах спектрального аналізу / В. І. Василюшин // *Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал.* – 2014. – Том 13. – № 1. – С. 43–50.

У статті розглядається попередня обробка спостережуваних на фоні шуму сигналів у ході їх спектрального аналізу власноструктурними методами з використанням методу SSA та модифікації цього методу, що пропонується. Наведені результати імітаційного моделювання, що підтверджують підвищення ефективності спектрального аналізу в ході використання методу SSA та його модифікації.

Ключові слова: зменшення шуму в спостереженні, власні значення, власні вектори, сингулярні значення, сингулярні вектори, мала вибірка, метод SSA.

Іл.: 02. Бібліогр.: 63 найм.

UDC 621.391

Signal preprocessing with using the SSA method in spectral analysis problems / V. I. Vasylyshyn / *Applied Radio Electronics: Sci. Journ.* – 2014. – Vol. 13. – № 1. – P. 43–50.

The preprocessing of signals observed through noise in the process of their spectral analysis by eigenstructure methods with using the SSA method and proposed modification of the method is considered in the paper. The simulation results are presented that confirm the increase of spectral analysis efficiency when using the SSA method and its modification.

Keywords: noise reduction in observation, eigenvalues, eigenvectors, singular values, singular vectors, small samples, SSA method.

Fig.: 02. Ref.: 63 items.