# СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЛЯ РЕТРОДИРЕКТИВНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

## Л.Г. КОРНИЕНКО, Я.С. ШИФРИН

Рассмотрен подход к статистическому анализу поля ретродирективной антенной решетки, позволивший исследовать ее направленные и поляризационные характеристики с учетом специфики фазовых ошибок в ортогональных компонентах поля возбуждения излучателей. Результаты позволяют обосновать требования к погрешности производства и стабильности параметров тракта СВЧ при заданных (допустимых) искажениях характеристик переизлученной волны и оценить степень применимости решеток в различных радиотехнических системах.

*Ключевые слова:* ретродирективная антенная решетка, решетка Ван Атта, фазовые ошибки, переизлученная частично поляризованная волна, средняя интенсивность поля, средняя интенсивность обратного излучения, степень поляризации, поляризационная диаграмма полностью поляризованной составляющей поля.

## введение

Основы статистической теории антенн (СТА) изложены в [1] на примере линейной системы непрерывно распределенных источников. Особенности статистики поля антенных решеток рассмотрены в [2]. В этих работах анализируется статистика поля системы идентичных одинаково ориентированных излучателей, поляризация которых не подвергается случайным воздействиям и полностью определяется поляризацией излучателя. Поэтому анализируются статистические характеристики множителя системы излучателей, которые возбуждаются сигналами со случайными отклонениями в амплитудно-фазовом распределении. Определяются средние, флуктуационные, корреляционные характеристики поля излучения.

В последние годы находят применение антенные решетки с управляемой (переключаемой) поляризацией [3]. В них используются биортогональные излучатели, способные излучать (принимать) поля с произвольными поляризациями. Управление поляризацией достигается изменением амплитудно-фазовых соотношений ортогональных составляющих полей. При этом в силу тех или иных причин возникают случайные ошибки, приводящие к случайным флуктуациям поляризационной структуры поля излучения антенны. Возникает актуальная задача исследования статистики поля антенн с флуктуирующей поляризацией. В работах [4, 5] предложена общая методика решения этой задачи на примере типовых схем возбуждения фазированных антенных решеток, основанная на использовании подходов и понятий теории частично когерентных полей [6]. Практически важными являются приемо-передающие ретродирективные антенные решетки, которые переизлучают падающую волну в направлении на источник излучения [7]. Это свойство является весьма заманчивым для построения на их основе радиолокационных отражателей и имитаторов воздушных и наземных целей [8, 9].

Целью настоящей работы является исследование средних направленных и поляризационных характеристик ретродирективных антенных решеток со случайными фазовыми ошибками в возбуждении ортогональных полей.

Рассматривается простейший тип ретродирективной антенны-решетки Ван Атта, основными элементами которой являются фидерные линии, соединяющие попарно симметричные излучатели решетки, и сами излучатели ее, которые должны обеспечить работоспособность решетки в условиях априорной неопределенности поляризации падающей волны. Соответствующий выбор этих элементов приводит к тому, что случайные ошибки в фидерных линиях порождают своеобразную статистику поля в апертуре решетки, которая и определяет подлежащую изучению статистику поля переизлученной волны. Центральным в ходе исследования являлось развитие общей методики применения основных положений теории частично когерентных волн, параметров Стокса [6, 10] к решению задач статистической теории антенн.

## 1. ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ. СТАТИСТИКА ФАЗОВЫХ ОШИБОК

На линейную эквидистантную антенную решетку Ван Атта (рис. 1) с четным числом N излучателей (элементов) с направления углов  $\theta_0, \phi_0$ падает плоская однородная волна. Сигнал, принятый каждым элементом решетки, передается по фидеру в симметричный (относительно центра решетки) элемент. При одинаковых длинах фидеров в раскрыве решетки в режиме передачи устанавливается сопряженное фазовое распределение по отношению к фазовому распределению в режиме приема, чем обеспечивается формирование диаграммы направленности (ДН) решетки с максимумом в направлении на источник падающей волны. В качестве биортогонального излучателя, способного принимать поле произвольной поляризации, выберем близкую к синфазной рупорную антенну, возбуждаемую квадратным

волноводом с ортогональными типами волн  $H_{10}$  и  $H_{01}$  (рис. 2).







Рис. 2. Биортогональный излучатель

Поле, возбуждаемое *n*-м излучателем в точке наблюдения  $M(R, \theta, \phi)$ , определяется соотношением [7]

$$\vec{E}_n(M) = j \frac{2L^2}{\pi \lambda} \frac{e^{-jkR_n}}{R} \times \{E_{xn}F_{cx}(\theta,\phi)\vec{p}_x + E_{yn}F_{cy}(\theta,\phi)\vec{p}_y\},\qquad(1)$$

где

$$F_{cx}(\theta,\phi) = \frac{1+\cos\theta}{2} \frac{\sin\psi_x}{\psi_x} \frac{\cos\psi_y}{1-(\frac{2}{\pi}\psi_y)^2},$$
  
$$F_{cy}(\theta,\phi) = \frac{1+\cos\theta}{2} \frac{\sin\psi_y}{\psi_y} \frac{\cos\psi_x}{1-(\frac{2}{\pi}\psi_x)^2}$$
(1a)

– нормированные ДН рупора с полями  $E_x$  и  $E_y$  соответственно,  $\psi_x = \frac{\pi L}{\lambda} \sin \theta \cos \phi$ ,  $\psi_y = \frac{\pi L}{\lambda} \sin \theta \sin \phi$ , L – размер стороны квадратного рупора;  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  – длина волны;  $R_n$  – расстояние от *n*-го излучателя до точки наблюдения,  $\vec{p}_x = \vec{i}_{\theta} \cos \phi - \vec{i}_{\phi} \sin \phi$ ,  $\vec{p}_y = \vec{i}_{\theta} \sin \phi + \vec{i}_{\phi} \cos \phi$  – вектора поляризации источников Гюйгенса в линейном поляризационном базисе с ортами  $\vec{i}_{\theta}, \vec{i}_{\phi}$  сферической системы координат. Полное поле решетки в дальней зоне определяется векторной суммой полей излучателей

$$E(\theta,\phi) = B \left[ \vec{p}_x F_{cx}(\theta,\phi) \times \sum_{n=0}^{N-1} E_{xn} \exp(jn\psi) + \vec{p}_y F_{cy}(\theta,\phi) \sum_{n=0}^{N-1} E_{yn} \exp(jn\psi) \right], (2)$$

где  $B = j \frac{-\pi}{\pi \lambda} \frac{1}{R}$ ;  $\psi = kd(\sin\theta \sin\phi - \sin\theta_0 \sin\phi_0)$ . Переизлученное решеткой поле (2) имеет

максимальную амплитуду в направлении  $\theta = \theta_0$ ,  $\phi = \phi_0$ .

Вследствие влияния различных факторов (например, погрешности производства, разброс длин фидеров, нестабильности их характеристик при эксплуатации антенны) в процессе распространения ортогональных волн  $H_{10}$  и  $H_{01}$  между симметричной парой излучателей возникают случайные фазовые ошибки  $\delta \phi_{xn}$ ,  $\delta \phi_{yn}$ . Поля возбуждения рупоров в режиме передачи становятся случайными

$$E_{xn} = E_x^0 \exp j\delta\phi_{xn}, \ E_{yn} = E_y^0 \exp j\delta\phi_{yn}.$$

Индексом «0» обозначаются величины в отсутствие ошибок. Соотношение между комплексными амплитудами, возбуждаемых в раскрыве каждого рупора ортогональных полей  $\mu = E_{y}^{0} / E_{x}^{0}$  (2а), зависит от поляризации падающей волны. Будем считать, что фазовые ошибки распределены по нормальному закону с нулевым средним значением, дисперсией  $\overline{(\delta \phi_{xn})^2} = \overline{(\delta \phi_{yn})^2} = \sigma_0^2$ , не зависящей от координат излучателей, и коэффициентами корреляции  $r_{x}(n,m) = r_{y}(n,m) = 1$  при n = m и m = N - 1 - n, 0 для остальных n, m;  $r_{xy}(n,m) = r_{yx}(n,m) = r$  при n = m и m = N - 1 - n, 0 при  $n \neq m$  и  $m \neq N - 1 - n$ . Черта сверху означает операцию усреднения [1]. Приведенные соотношения для коэффициентов корреляции отражают специфичную для решеток Ван Атта статистику фазовых ошибок, а именно, наличие жесткой статистической связи флуктуаций фазы  $E_x$  (или  $E_y$ ) полей в раскрыве симметричных излучателей, которые имеют номера n и m = N - 1 - n. Обусловлено это тем, что при условии взаимности фидеров, соединяющих симметричные излучатели, при прохождении по ним принятых излучателями волн в прямом и обратном направлениях флуктуации фазы порождаются одинаковыми механизмами. Между парами симметричных излучателей флуктуации фаз полей в раскрыве предполагаются некоррелированными. Предполагается также наличие статистической связи между Е<sub>x</sub> и Е<sub>v</sub> полями в раскрывах каждой симметричной пары рупоров и отсутствие связи между парами рупоров.

Ортогональные составляющие поля, которое переизлучается решеткой,

$$\begin{split} E_{\theta}(\theta,\phi) &= BN[\cos\phi F_{Nx}(\theta,\phi) + \sin\phi F_{Ny}(\theta,\phi)],\\ E_{\phi}(\theta,\phi) &= BN[-\sin\phi F_{Nx}(\theta,\phi) + \cos\phi F_{Ny}(\theta,\phi)], \ (3) \end{split}$$
где  $F_{Nx}(\theta,\phi) = (1/N)F_{cx}(\theta,\phi)\sum_{n=0}^{N-1}E_{xn}\exp(jn\psi), \end{split}$ 

$$F_{Ny}(\theta,\phi) = (1/N)F_{cy}(\theta,\phi)\sum_{n=0}^{N-1}E_{yn}\exp(jn\psi) \qquad (3a)$$

— отдельные реализации ДН антенны с рупорами, возбужденными волнами типа  $H_{10}$  и  $H_{01}$  соответственно, при наличии флуктуаций фаз являются случайными функциями угловых координат. Задача состоит в исследовании статистики поля решетки в дальней зоне при заданной статистике фазовых ошибок в раскрыве.

#### 2. ПАРАМЕТРЫ СТОКСА И ОСОБЕННОСТИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ АНТЕНН

Средние направленные и поляризационные характеристики поля решетки определим с помощью параметров Стокса:

$$s_{0} = \left| E_{\phi} \right|^{2} + \left| \overline{E_{\theta}} \right|^{2}; s_{1} = \left| E_{\phi} \right|^{2} - \left| \overline{E_{\theta}} \right|^{2};$$
  

$$s_{2} = \overline{E_{\phi} E_{\theta}^{*}} + \overline{E_{\theta} E_{\phi}^{*}}; s_{3} = j(\overline{E_{\phi} E_{\theta}^{*}} - \overline{E_{\theta} E_{\phi}^{*}}), \quad (4)$$

где символ \* означает операцию комплексного сопряжения.

Обычно параметры Стокса применяют в поляриметрии, а также при исследовании частично поляризованных волн [6, 10]. В последнем случае их усредняют за некоторый промежуток времени. Поэтому они определяют некое интегральное за интервал усреднения поляризационное состояние квазимонохроматической волны. В статистической теории антенн изучение статистики поля на основе параметров Стокса предполагает использование усреднения по ансамблю однотипных антенн или во времени отдельной антенны. В первом случае изучается разброс параметров семейства однотипных антенн. Причинами разброса могут быть, к примеру, неточности изготовления антенн. Во втором случае рассматривается разброс по времени параметров одной и той же антенны, например, вследствие изменения геометрии антенны из-за перепадов температуры. Следует отметить, что как в первом, так и во втором случаях каждая реализация поля является полностью поляризованной, однако ее параметры Стокса изменяются от одной реализации к другой. Поляризация флуктуирует в ансамбле реализаций, и поле по совокупности реализаций можно рассматривать как частично поляризованное (ЧП). Использование понятия ЧП поля в СТА позволяет установить связь между этой теорией и теорией частично поляризованных полей. Становится возможным использовать в СТА представление ЧП поля в виде разложения на полностью поляризованную и неполяризованную составляющие, и при исследовании ЧП поля антенн изучать не только средние, но и флуктуационные и корреляционные характеристики. В настоящей статье, как отмечалось, мы ограничимся рассмотрением средних направленных и поляризационных характеристик. При этом термин «средний» применительно к поляризационным характеристикам для простоты будем часто опускать.

В выражении (4) первые два параметра Стокса представляют собой соответственно среднюю полную интенсивность ЧП волны и разность средних интенсивностей ортогонально поляризованных компонент волны, а два других — определяют корреляционную связь между этими компонентами. В соотношении  $s_0^2 \ge s_1^2 + s_2^2 + s_3^2$  равенство достигается для полностью поляризованной (ПП) волны. Поскольку полная средняя интенсивность  $s_0$  включает поляризованную и неполяризованную составляющие, то для ЧП волны она больше интенсивности ПП составляющей, определяемой правой частью неравенства. Средняя интенсивность неполяризованной волны равна  $s_0 - \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}$ , а величины  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 0$ ,  $s_3 = 0$ .

Параметры Стокса позволяют определить, помимо средней интенсивности поля  $s_0$ , степень поляризации волны

$$\chi = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} / s_0 \tag{5}$$

как отношение средней интенсивности полностью поляризованного компонента поля к его средней полной интенсивности, а также геометрические параметры эллипса поляризации полностью поляризованной (ПП) составляющей поля: коэффициент эллиптичности

$$v = \text{tg } 0.5 \arcsin \left[ s_3 / \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} \right],$$
 (6)

и угол ориентации большой оси эллипса

$$\beta = 0,5 \operatorname{arctg} s_2/s_1.$$
 (7)

## 3. СРЕДНЯЯ ИНТЕНСИВНОСТЬ ПОЛЯ, ПЕРЕИЗЛУЧЕННОГО РЕШЕТКОЙ ВАН АТТА

Средняя интенсивность поля

$$s_0 = \overline{\left|\vec{E}\right|^2} = \left|BN\right|^2 \left[\left|\overline{F_{Nx}}\right|^2 + \left|\overline{F_{Ny}}\right|^2\right]$$

определяется средними ДН по мощности  $\overline{\left|F_{Nx}\right|^2}$ ,  $\overline{\left|F_{Ny}\right|^2}$ . Преобразование, к примеру, для  $\overline{\left|F_{Nx}\right|^2}$ 

с использованием метода характеристических функций [1, 2], приводит к следующему результату

$$\overline{\left|F_{Nx}(\theta,\phi)\right|^{2}} = \frac{1}{N^{2}} \left|F_{cx}(\theta,\phi)\right|^{2} \left|E_{x}^{0}\right|^{2} \times \\ \times \sum_{n,m=0}^{N-1} \overline{\exp(\delta\phi_{xn} - \delta\phi_{xm})} \exp[j(n-m)\psi] = \\ = \frac{1}{N^{2}} \left|F_{cx}(\theta,\phi)\right|^{2} \left|E_{x}^{0}\right|^{2} \times \\ \times \sum_{n,m=0}^{N-1} \exp[-\sigma_{0}^{2}(1-r_{x}(n,m)]\exp[j(n-m)\psi].$$
(8)

Путем замены в (8) индекса «*x*» на «*y*» получим выражение для  $\overline{\left|F_{Ny}\right|^2}$ . Сумма в (8), отнесенная к  $N^2$ , определяет

Сумма в (8), отнесенная к  $N^2$ , определяет средний множитель решетки по мощности  $\overline{\left|F_{\text{сист}}(\psi)\right|^2}$ , нормированный к его максималь-

ному значению в отсутствие ошибок. Учитывая принятую статистику фазовых ошибок, нужно в этой сумме выделить слагаемые с n=m и с m=N-1-n, в которых положить коэффициенты корреляции равными единице, а к оставшимся слагаемым, в которых коэффициенты корреляции равны нулю, добавить (и вычесть) члены до полной суммы. Тогда получим

$$\overline{\left|F_{\text{сист}}(\psi)\right|^{2}} =$$

$$= \frac{1}{N^{2}} \sum_{n,m=0}^{N-1} \exp\left[-\sigma_{0}^{2}(1-r_{x}(n,m))\exp[j(n-m)\psi]\right] =$$

$$= \exp(-\sigma_{0}^{2})\left|\frac{\sin(N\psi/2)}{N\sin(\psi/2)}\right|^{2} +$$

$$+ \frac{1-\exp(-\sigma_{0}^{2})}{N}\left[1+\frac{\sin(N\psi)}{N\sin\psi}\right].$$
(9)

Такое же выражение для среднего множителя решетки получим и для системы излучателей с  $E_y$  полями в раскрыве.

В (9) первое слагаемое описывает уменьшенный в  $exp(-\sigma_0^2)$  множитель решетки в отсутствие ошибок, а второе — характеризует рассеянное поле, которое искажает форму множителя из-за влияния ошибок. Рассеянная составляющая содержит постоянный фон, обусловленный некоррелированными ошибками в системе симметричных пар излучателей, и направленное излучение вследствие наличия жесткой корреляции фазовых ошибок в симметричных излучателях.

Нормированная к своему значению в направлении  $\theta = \theta_0 = 0$  в отсутствие ошибок средняя интенсивность переизлученного поля при падении на решетку волны с направления  $\theta_0$ ,  $\phi_0$  будет

$$s(\theta,\phi,\theta_{0},\phi_{0}) = s_{0} / 2 \left| BNE_{x}^{0} \right|^{2} =$$

$$0.5 \left[ \left| F_{cx}(\theta,\phi) \right|^{2} + \left| \mu(\theta_{0},\phi_{0})F_{cy}(\theta,\phi) \right|^{2} \right] \left| F_{cucr}(\psi) \right|^{2}.$$
(10)

Множитель в квадратных скобках определяет ДН по мощности синфазного рупорного излучателя с поляризацией, определяемой фазором  $\mu(\theta_0, \phi_0)$ :

$$\left|F_{e}(\theta,\phi,\theta_{0},\phi_{0})\right|^{2} =$$
  
= 0.5  $\left|F_{cx}(\theta,\phi)\right|^{2} + \left|\mu(\theta_{0},\phi_{0})F_{cy}(\theta,\phi)\right|^{2}$ . (10a)

Максимум средней интенсивности (10) ориентирован в направлении, противоположном направлению падающей волны, его значение в

$$\Delta = [\exp(-\sigma_0^2) + 2\frac{(1 - \exp(-\sigma_0^2))}{N}]$$
(106)

раз меньше максимума интенсивности поля решетки в отсутствие ошибок. Эта величина характеризует уменьшение коэффициента направленного действия (КНД) решетки из-за влияния ошибок [1]. Она при большом числе излучателей совпадает с уменьшением КНД для обычных решеток [2].

Ограничимся далее изучением поля в плоскости  $\phi = 0, 5\pi$ . Для выполнения расчетов необходимо найти соотношение для фазора поля в раскрыве  $\mu$  (2а). Рассмотрим случай, когда на антенну падает волна с правой круговой поляризацией  $\vec{i}_{np} = (\vec{i}_{0} + j\vec{i}_{\phi})/\sqrt{2}$ . Прием волны осуществляется в условиях, когда фазовые ошибки отсутствуют. Падающая волна, как следует из (1), возбуждает в раскрыве рупоров поля  $E_x$ ,  $E_y$  с соотношением комплексных амплитуд

$$\mu(\theta_0) = -j F_{cx}(\theta_0) / F_{cy}(\theta_0), \qquad (11)$$

обеспечивающим прием волны без поляризационных потерь. При этом решетка без учета фазовых ошибок будет переизлучать в направлении  $\theta = \theta_0$  волну с правой круговой поляризацией.

На рис. 3 представлены результаты расчетов средней интенсивности поля (10) решетки из 10 расположеных вплотную друг к другу квадратных рупоров с размером стенки  $L=\lambda$  при падении волны с направления  $\theta_0=0$  (рис. 3, *a*) и  $\theta_0=\pi/9$  (рис. 3, *б*). Сплошные кривые рассчитаны для случая, когда ошибки отсутствуют, пунктирные кривые построены для фазовых ошибок с дисперсией  $\sigma_0^2=0.5$  рад<sup>2</sup>.

Наряду с основным лепестком, ориентированным в направлении прихода волны, в направлениях  $\sin \theta_m = \sin \theta_0 + m\lambda/d$  формиру-





Рис. 3. Средние интенсивности поля

ются дифракционные лепестки  $m=\pm 1$  порядков (рис. 3, *a*) и m=-1 порядка (рис. 3, *б*). Они частично подавляются ДН излучателя, их значение в отсутствие ошибок уменьшено в  $|F_e(\theta_m, \theta_0)|^2$  раз (10а). С учетом фазовых ошибок общее уменьшение составляет  $\delta F(\theta_m, \theta_0) = -10 \log[|F_e(\theta_m, \theta_0)|^2 \Delta]$ дБ, и равно 1,64 дБ для  $\theta_m = \theta_0 = 0$  (рис. 3, *a*), 2,87 дБ для  $\theta_m = \theta_0 = \pi/9$  (рис. 3, *b*), 7,7 дБ для  $\theta_m = -0,718, \theta_0 = \pi/9$  (рис. 3, *b*). На уровень боковых лепестков оказывают влияние как ДН излучателя, так и величина ошибок. Для  $\theta_0 = 0$  ДН излучателя оказывает слабое влияние на уровень первых боковых лепестков, его можно оценить по формуле

$$F_{6k} = 10 \, \text{lgx} \\ \times \left\{ \exp(-\sigma_0^2) \left| F_{60} \right|^2 + \frac{1 - \exp(-\sigma_0^2)}{N} \left[ 1 + \frac{\sin(N\psi_k)}{N \sin\psi_k} \right] \right\},\$$

где  $F_{60}=2/(2k+1)\pi$ , k=1, 2, ... - номера первых от главного максимума боковых лепестков ДН в отсутствие ошибок;  $\psi_k=(2k+1)\pi/N$ . На рис. 3, *а* величина  $F_{61}=-11,7$  дБ. Ошибки приводят к заплыванию «нулей» множителя решетки. Однако, в области боковых лепестков под определенными углами формируются провалы. В этих направлениях когерентная часть среднего множителя решетки (9) имеет нулевое значение, а указанные выше составляющие рассеянной части множителя компенсируют друг друга.

Важной характеристикой для ретродирективных решеток является диаграмма обратного рассеяния [11], которая позволяет оценить возможности использования решетки в качестве радиолокационного отражателя [8]. Эта диаграмма соответствует случаю совмещения точки наблюдения с источником падающей волны и при наличии ошибок описывается средней интенсивностью (10) при  $\theta = \theta_0$ ,  $\phi = \phi_0$ . Графики средней интенсивности обратного поля переизлучения решетки в плоскости  $\phi = 0,5\pi$  показаны на рис. 4 для N=10,  $d=\lambda$ . Они представляют собой уменьшенные в  $\Delta$  раз ДН излучателей  $\left|F_{e}(\theta_{0},\theta_{0})\right|^{2}$ и рассчитаны для дисперсий фазовых ошибок  $\sigma_0^2 = 0$  (сплошная кривая); 0,2 (пунктир); 0,5 рад<sup>2</sup> (штриховая кривая).

С изменением углового положения приемопередающей антенны РТС относительно нормали к раскрыву решетки интенсивность обратного излучения убывает. С увеличением фазовых ошибок интенсивность падает.

Расчеты показывают, что наличие полной корреляции флуктуаций фазы в симметричных излучателях решетки Ван Атта (что отличает ее от обычных решеток) приводит к улучшению ее характеристик. Так, если бы корреляция отсутствовала, уменьшение КНД при  $\sigma_0^2 = 0.5$  в направлении  $\theta_0 = 0$  составляло бы -1.9дБ (вместо -1.64дБ для решетки Ван Атта), средний уровень боковых лепестков был бы равен -12дБ (вместо -11.7дБ).

При  $\theta_0 = \pi/9$  уменьшение интенсивности составляло бы -3,12дБ вместо -2,87дБ.



Рис. 4. Средняя интенсивность обратного излучения

Как отмечалось, в ДН рассматриваемой решетки имеются дифракционные максимумы. Возможности их устранения путем уменьшения шага решетки ограничены условием существования ортогональных типов волн  $H_{10}$  и  $H_{01}$ , при котором вожбуждающий рупор квадратный волновод должен иметь размер стенки ~0,7 $\lambda$ . При использовании решетки в качестве имитатора радиолокационных целей излучение в направлении дифракционных максимумов создает взаимные помехи, усложняя электромагнитную совместимость радиоэлектронных средств.

#### ПОЛЯРИЗАЦИОННАЯ СТРУКТУРА ПОЛЯ РЕШЕТКИ ВАН АТТА

Проанализируем параметры Стокса *s*<sub>1</sub>, *s*<sub>2</sub>, *s*<sub>3</sub>. Для их вычисления найдем среднее произведение

$$\overline{F_{Nx}}F_{Ny}^{*} = (1/N^{2})F_{cx}(\theta,\phi)F_{cy}^{*}(\theta,\phi)E_{x}^{0}E_{y}^{0*} \times \\ \times \sum_{n,m=0}^{N-1} \exp[-\sigma_{0}^{2}(1-r_{xy}(n,m)]\exp[j(n-m)\psi] = (12) \\ = F_{cx}(\theta,\phi)F_{cy}^{*}(\theta,\phi)E_{x}^{0}E_{y}^{0*}\Phi^{2}(\theta,\phi),$$

 $| \cdot \cdot \cdot - \cdot - \cdot |^2$ 

где

$$\Phi^{2}(\theta,\phi) = e^{-\sigma_{0}^{2}} \left| \frac{\sin(0,5N\psi)}{N\sin(0,5\psi)} \right| + \frac{\exp[-\sigma_{0}^{2}(1-r)] - \exp(-\sigma_{0}^{2})}{N} (1 + \frac{\sin(N\psi)}{N\sin(\psi)}).$$

Направленность рассеянного поля в (12) сохраняется такой же, как в (9), но величина его изменилась вследствие наличия корреляции между ортогональными составляющими поля в раскрыве каждого рупора.

Используя соотношения (3), (3а), после ряда преобразований получим

$$s_{1} = |BN|^{2} [\cos 2\phi (\overline{|F_{Ny}|^{2}} - \overline{|F_{Nx}|^{2}}) - \sin 2\phi (2 \operatorname{Re} \overline{F_{Nx}} F_{Ny}^{*})];$$
  

$$s_{2} = |BN|^{2} [\sin 2\phi (\overline{|F_{Ny}|^{2}} - \overline{|F_{Nx}|^{2}}) + \cos 2\phi (2 \operatorname{Re} \overline{F_{Nx}} F_{Ny}^{*})];$$

$$s_3 = j \left| BN \right|^2 \left[ \overline{F_{Nx}^* F_{Ny}} - \overline{F_{Nx} F_{Ny}^*} \right]$$

Рассмотрим, как и прежде, переизлученное поле в плоскости  $\phi = 0.5\pi$  при падении на решетку волны правой круговой поляризации. Параметры Стокса в этом случае будут

$$s_{1} = |BN|^{2} [\overline{|F_{Nx}|^{2}} - \overline{|F_{Ny}|^{2}}] =$$

$$|BNE_{x}^{0}|^{2} [|F_{cx}(\theta)|^{2} - |\mu(\theta_{0})F_{cy}(\theta)|^{2}]\overline{|F_{cucr}(\psi)|^{2}};$$

$$s_{2} = |BN|^{2} [-2\operatorname{Re}\overline{F_{Nx}}F_{Ny}^{*}] =$$

$$2|BNE_{x}^{0}|^{2} [F_{cx}(\theta)F_{cy}(\theta)\Phi^{2}(\theta)\operatorname{Re}(\mu^{*}(\theta_{0}))] = 0; (13)$$

 $s_{3} = 2 \left| BNE_{0x} \right|^{2} \left[ F_{cx}(\theta) F_{cx}(\theta_{0}) F_{cy}(\theta) \Phi^{2}(\theta) / F_{cy}(\theta_{0}) \right].$ 

При выводе соотношений (13) учтено, что функции  $F_{cx}(\theta)$ ,  $F_{cy}(\theta)$  являются вещественными, и в соответствии с (11) Re  $\mu$ =0.

На рис. 5 приведены графики зависимости степени поляризации волны  $\chi(\sigma_0^2, r, \theta, \theta_0)$  от углов θ при фиксированных направлениях прихода падающей волны  $\theta_0 = 0$  (рис. 5, *a*) и  $\theta_0 = \pi/9$ (рис. 5, *б*). В отсутствие ошибок  $\sigma_0^2 = 0$  волна является ПП ( $\chi$ =1, сплошные линии). При наличии ошибок с r=1 поле излучения сохраняется ПП (штрих-пунктирные линии). В этом случае ортогональные составляющие  $E_x$ ,  $E_y$  в раскрыве рупора дружно флуктуируют с сохранением амплитудно-фазовых соотношений между ними. В этих условиях каждый рупор излучает ПП волну, поэтому результирующее поле также является ПП. Степень поляризации уменьшается по мере снижения коэффициента корреляции. Так при  $\sigma_0^2 = 0.5$  и *r*=0.5 (штрих) в направлениях главных максимумов  $\theta_0 = 0$  и  $\theta_0 = \pi/9$  величина  $\chi = 0.935$ , а при r=0 (пунктирные кривые) —  $\chi=0,885$ . Аналогичный результат получаем и в направлении дифракционного максимума (рис. 5, б). В направлениях  $\theta = \pm 0,5\pi$  поляризация излучаемого поля линейная, поэтому  $\chi = 1$ . Существенное снижение степени поляризации наблюдается в области боковых лепестков. В этих направлениях переизлученная волна становится слабополяризованной, приближаясь при r=0 к хаотически поляризованному состоянию. Это свидетельствует о неустойчивости поляризации в области бокового излучения при слабой корреляции ортогональных компонент поля.

рис. 6 приведена угловая зависи-Ha мость нормированной средней интенсивности  $sp(\sigma_0^2, r, \theta, \theta_0) = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} / 2 |BNE_x^0|^2$  полностью поляризованной компоненты переизлученного поля при падении на решетку волны правой круговой поляризации с направлений  $\theta_0 = 0$  (рис. 6, *a*) и  $\theta_0 = \pi/9$  (рис. 6, б). Структура графиков аналогична приведенной на рис. 3 для полной интенсивности поля. В отсутствие ошибок переизлученное поле является ПП, поэтому сплошные кривые на рис. 3 и рис. 6 совпадают. При наличии ошибок (на рис. 6, как и на рис. 3, они имеют дисперсию  $\sigma_0^2 = 0,5$ ) переизлученная волна становится ЧП. Интенсивность ее ПП компонента в обратном направлении (направлении прихода волны) уменьшается относительно значения максимальной интенсивности в отсутствие ошибок до -1,64 дБ при полной корреляции (r=1) ортогональных составляющих поля в раскрыве рупора (штриховые кривые на рис. 6 a,  $\delta$ ) и до -2.17дБ в отсутствие корреляции (r=0) этих составляющих (пунктирные кривые). Сравнение пунктирных кривых на рис. 3 для полной средней интенсивности поля и на рис.6 для средней интенсивности полностью поляризованного компонента поля при r=0 позволяет заключить, что для указанной статистики ошибок в области главных лепестков превалирует полностью поляризованное излучение, а в области боковых лепестков – неполяризованное. Степень поляризации в главных лепестках приближается к единице, в боковых – к нулю (рис. 5). Угловое распределение средней интенсивности ПП компонента при  $\sigma_0^2 = 0,5$  и r = 1 становится таким же, как для полной интенсивности при  $\sigma_0^2 = 0.5$ . Неполяризованная компонента в полной интенсивности отсутствует, степень поляризации равна единице.



Рис. 5. Степень поляризации переизлученной волны

На рис. 7 представлены поляризационные диаграммы ПП компонента ЧП волны, переизлучаемой ретродирективной решеткой, в виде зависимостей коэффициента эллиптичности от угловых координат при наличии фазовых ошибок с теми же статистическими параметрами, что и на предыдущих рисунках. Кривые на рис. 7, *a*, *б* построены для волн, падающих на решетку с направлений  $\theta_0 = 0$  и  $\theta_0 = \pi/9$ .

Как следует из рисунков, в направлениях, соответствующих направлению падающей волны  $\theta = \theta_0$ , и симметричных им направлениях относительно нормали к оси антенны, переизлученное поле в среднем имеет поляризацию, совпадающую с поляризацией падающей волны.

В отсутствие ошибок (сплошные кривые) и при наличии их с коэффициентом корреляции r=1(штрих-пунктирные кривые) поляризационные диаграммы (ПД) совпадают. При падении волны с направления  $\theta_0=0$  (рис. 7, *a*) ПД с увеличением угла  $\theta$  плавно уменьшается от v=1 до v=0, т. е. поляризация изменяется от круговой до линейной (при  $L=\lambda$ ,  $\theta=\pm\pi/2$ ,  $\phi=0,5\pi$  значение  $F_{cy}=0$  (1а) и поле решетки в соответствии с (3) имеет только составляющую  $E_{\phi}$ ). Аналогично изменяется коэффициент эллиптичности и при падении волны с направления  $\theta_0 = \pi/9$  при изменении угла  $\theta$  от направлений  $\theta = \pm \theta_0$ . Между этими направлениями кривая для v имеет неглубокий провал. В направлении максимума дифракционного лепестка (рис. 7,  $\delta$ ) в силу изменившегося соотношения амплитуд ортогональных составляющих волны поле имеет эллиптическую поляризацию v=0,73.

Для волн  $H_{10}$  и  $H_{01}$  с некоррелированными фазовыми ошибками (r=0, пунктирные кривые) ПД имеют резко осциллирующий характер, огибающие боковых лепестков ПД быстро убывают. В первых боковых лепестках поляризация близка к круговой, в дальних — к линейной. Эта область углов соответствует боковым лепесткам средней интенсивности поля, где превалирует неполяризованное излучение. При r=0,5 (штриховые кривые) осцилляции в ПД заметно ослабевают. Она приближается к ПД в отсутствие ошибок.

#### выводы

Изучена статистика поля ретродирективной антенной решетки простейшего типа — решетки Ван Атта. Исследование проведено на основе усредненных по ансамблю реализаций параметров Стокса. Это позволило проанализировать случайное поле решетки с позиций теории частично поляризованных полей. Получены формулы, позволяющие оценить снижение интенсивности



Рис. 6. Средние интенсивности ПП компоненты ЧП волны



Рис. 7. Поляризационные диаграммы ПП компоненты ЧП волны

поля в главном направлении переизлученной волны (направления прихода падающей волны) и изменения поляризационной структуры этой волны с учетом специфики фазовых ошибок, присущих решетке Ван Атта. Это позволяет сформулировать требования к погрешности производства и стабильности параметров фидерных линий при заданных (допустимых) искажениях характеристик переотраженной волны.

Ретродирективные решетки в зависимости от их предназначения могут содержать, помимо устройств сопряжения фазы, фазовращатели, усилители, модуляторы и другие устройства СВЧ. Возрастает необходимость в статистическом анализе поля таких решеток. Представляют интерес не только средние, но и флуктуационные, корреляционные характеристики поляризационной структуры поля, что в целом позволяет более полно оценить степень применимости решеток в различных радиотехнических системах.

В заключение отметим, что изложенная в настоящей работе и в работах [4, 5] методика исследования искажений поляризации поля антенн при наличии случайных погрешностей в них особенно полезны при анализе эффективности РТС, использующих поляризационные эффекты. Так, например, в системах связи с поляризационным уплотнением [12] весьма жесткими являются требования к уровню кроссполяризационного излучения, который, как показывает анализ [13], является весьма чувствительным к случайным ошибкам.

#### Литература

- [1] *Я.С. Шифрин.* Вопросы статистической теории антенн. – М.: Сов. радио, 1970. – 384 с.
- [2] *Я.С. Шифрин, Л.Г. Корниенко.* Статистика поля антенных решеток. // Антенны. Сб. стат. М.: ИПРЖР, 2000, вып. 1 (44). С. 3–26.
- [3] Активные фазированные антенные решетки / Под ред. Д. И. Воскресенского и А.И. Канащенкова. – М.: Радиотехника, 2004. – 488 с.
- [4] Л.Г. Корниенко. Статистика поля антенных решеток с флуктуирующей поляризацией. // Антенны. Сб. стат. – М.: ИПРЖР, 2010, вып. 3 (154). – С. 11–21.
- [5] Л.Г.Корниенко. Влияние случайных фазовых ошибок на поляризационные характеристики антенной решетки. // Изв. вуз. Радиоэлектроника, 2010, том 53, № 4. – С. 18–27.
- [6] М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. М.: Наука, 1970. – 856 с.
- [7] Я.С. Шифрин. Антенны. Х.: ВИРТА им. Говорова Л.А., 1976. – 408 с.
- [8] В.О. Кобак. Радиолокационные отражатели. М.: Сов. радио, 1975. – 248 с.
- [9] Л.Г. Корніснко, О.В. Коломійцев. Антенна решітка Ван Атта для імітації радіолокаційних цілей / Збірн. наук. праць Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2015. – Вип. 3(128). – С. 17–21.
- [10] Д.Е. Канарейкин, В.А. Потехин, И.Ф. Шишкин. Морская поляриметрия. – Л.: Судостроение, 1968. – 328 с.
- [11] Радиолокационные характеристики летательных аппаратов / М.Е. Варганов, Ю.С. Зиновьев, Л.Ю. Астанин и др. Под ред. Л.Т.Тучкова. – М.: Радио и связь, 1985. – 236 с.

- [12] *О.П. Фролов.* Антенны для земных станций спутниковой связи. – М.: Радио и связь, 2000. – 376 с.
- [13] Л.Г. Корнієнко. Спрямовані характеристики антенних решіток ортогональних вібраторів з випадковим фазовим розподілом // Збірник наукових праць Системи управління, навігації та зв'язку. – К.: ЦНДІ НіУ, 2011. – Вип. 3(19). – С.42–46.



Поступила в редколлегию 12.03.2015

Корниенко Леонид Григорьевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры физики и радиоэлектроники Харьковского университета Воздушных Сил им. И. Кожедуба. Научные интересы: статистическая теория антенн, оптимальный синтез антенн, пространственнополяризационная обработка.

Шифрин Яков Соломонович, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник Харьковского национального университета радиоэлектроники. Научные интересы: радиофизика и прикладная электродинамика.

#### УДК 621.397.671

Статистичний аналіз поля ретродирективної антенної решітки / Л.Г. Корнієнко, Я.С. Шифрін // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 1. — С. 71–78.

Розглянуто підхід до статистичного аналізу поля ретродирективної антенної решітки, що дозволив виконати дослідження її спрямованих та поляризаційних характеристик з урахуванням специфіки фазових помилок у ортогональних компонентах поля збудження випромінювачів. Результати дозволяють обгрунтувати вимоги до похибок виробництва і стабільності параметрів тракту НВЧ при заданих (допустимих) спотвореннях характеристик хвилі, що перевипромінюється, та оцінити ступінь придатності решіток у різних радіотехнічних системах.

*Ключові слова:* ретродирективна антенна решітка, решітка Ван Атта, фазові помилки, частково поляризована хвиля, що перевипромінюється, середня інтенсивність поля, середня інтенсивність зворотного випромінювання, ступінь поляризації, поляризаційна діаграма повністю поляризованої складової поля.

Іл.: 07. Бібліогр.: 13 найм.

#### UDC 621.397.671

Statistical analysis of the retrodirective antenna array field / L.G. Kornienko, Ya.S. Shifrin // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. -2015. - Vol. 14. - N $_{2}$  1. - P. 71–78.

The paper considers the approach to statistical analysis of a retrodirective antenna array field, which allows investigating its directional and polarization characteristics taking into account specificity of phase errors in the orthogonal components of the excitation field of radiators. The results enable to substantiate the requirements to both production errors and stability of microwave path parameters at the given (permissible) distortions of the re-radiated wave characteristics, as well as to assess a degree of applicability of the arrays in different radiotechnical systems.

*Keywords*: retrodirective antenna array, Van Atta array, phase errors, reradiated partially polarized wave, mean field intensity, mean intensity of backward radiation, polarization degree, polarization pattern of a fully polarized field component.

Fig.: 07. Ref.: 13 titles.