

## РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК РАДИОЛОКАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ ГИДРОМЕТЕОРОВ МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

*О. И. СУХАРЕВСКИЙ, Г. С. ЗАЛЕВСКИЙ, А. Б. ВЕСЕЛОВСКАЯ*

Рассмотрен метод расчета характеристик радиолокационного рассеяния гидрометеоров в резонансном диапазоне длин волн. Метод основан на решении системы интегральных уравнений типа Мюллера. Разработанный численный алгоритм позволяет получать устойчивые результаты расчета при меньшем числе узлов плотностей эквивалентных токов на поверхности рассеивателя по сравнению с известными методами, за счет чего сокращается объем используемой компьютерной памяти и время вычислений. Демонстрируются и анализируются результаты расчетов эффективной поверхности рассеяния моделей капли дождя и кристаллов снега.

*Ключевые слова:* гидрометеор, интегральное уравнение, метеолокация, эффективная поверхность рассеяния.

### ВВЕДЕНИЕ

Радиолокационное зондирование позволяет получать важную информацию об атмосферных явлениях [1–7]. В настоящий момент метеоролокаторы используются для определения скорости и направления движения метеообразований, обнаружения атмосферных фронтов и границ облаков и осадков, обнаружения турбулентных и конвективных образований атмосферы, определения фазового состава метеообразований [5]. Для решения этих задач важно располагать информацией о характеристиках радиолокационного рассеяния частиц дождя и снега [6, 7]. При использовании сигналов на длинах волн от десятых долей до единиц сантиметров указанные частицы являются диэлектрическими объектами резонансных размеров. В работах [6, 7] подробно описаны известные численные методы, позволяющие проводить расчет эффективной поверхности рассеяния (ЭПР) сферических и эллипсоидальных капель дождя. Обычно осадки состоят из частиц различных типов, форм и размеров, а частицы одного и того же типа могут иметь различные соотношения размеров [6–10]. Широкий диапазон значений этих параметров может создавать сложности при определении радиолокационных характеристик рассеяния, а следовательно и при восстановлении микрофизических параметров гидрометеоров, в частности количественной оценки содержания воды.

Радиолокационные характеристики гидрометеоров в известной литературе исследованы недостаточно. Трудности, связанные с недостаточностью статистической информации о радиолокационных свойствах гидрометеоров, отсутствием в полном объеме данных дистанционного радиолокационного зондирования, обуславливают необходимость математического моделирования радиолокационных характеристик рассеяния гидрометеоров различных типов.

Учитывая многообразие геометрических форм, и в связи с тем, что электрические размеры частиц осадков (капель дождя, кристаллов снега) относятся к резонансной области, для расчета

характеристик рассеяния таких объектов целесообразно применять метод поверхностных интегральных уравнений (ИУ) в частотной области. Вопросам разработки таких численных методов, основанных на решении ИУ применительно к задачам рассеяния диэлектрическими объектами, посвящено множество работ, в частности [11–22]. Для решения ИУ в задачах электромагнитного рассеяния, как правило, применяется метод моментов [18–21], относящийся к классу проекционных [12]. В качестве базисных и (или) тестовых функций при реализации метода моментов наиболее часто используются RWG (Rao, Wilton, Glisson) [16, 18, 20, 21] или другие [19, 20] функции. При этом анализ приведенных работ показывает, что выбор конкретных базисных и тестовых функций зависит от геометрии объекта и существенно влияет на точность решения ИУ.

Для решения ИУ применяются также методы, основанные на применении квадратурных формул (интерполяционные методы) [11, 12, 22].

В работе [22] предложен численный метод решения системы ИУ типа Мюллера [13, 14, 17, 19, 20, 22]. В настоящей статье обсуждаются особенности алгоритма решения указанной системы ИУ применительно к моделям гидрометеоров. Как будет показано далее, предложенный алгоритм расчета характеристик рассеяния диэлектрических объектов позволяет получать устойчивые решения при меньшем количестве узлов тока по сравнению с известными методами, что особенно заметно при расчете характеристик рассеяния электрически тонких диэлектрических объектов. Это позволяет расширить разнообразие форм и размеров исследуемых рассеивателей, сократить время расчетов, что особенно важно при проведении большого объема вычислений. В статье демонстрируются результаты расчетов ЭПР моделей эллипсоидальных капель дождя и кристаллов снега в виде шестигранников. Анализируются результаты расчета при длине зондирующей волны 3,2 и 0,8 см, при различных ракурсах облучения, на двух ортогональных поляризациях.

### 1. МЕТОД РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕЙЯНИЯ ГИДРОМЕТЕОРОВ

Капли дождя и кристаллы снега могут рассматриваться, как однородные диэлектрические объекты (с комплексной относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2 = \epsilon_2' + i\epsilon_2''$ ), расположенные в свободном пространстве (с относительной проницаемостью  $\epsilon_1$ ). В работе рассматриваются модели капель эллипсоидальной формы (рис. 1) и кристаллов снега в виде шестигранника (рис. 2).

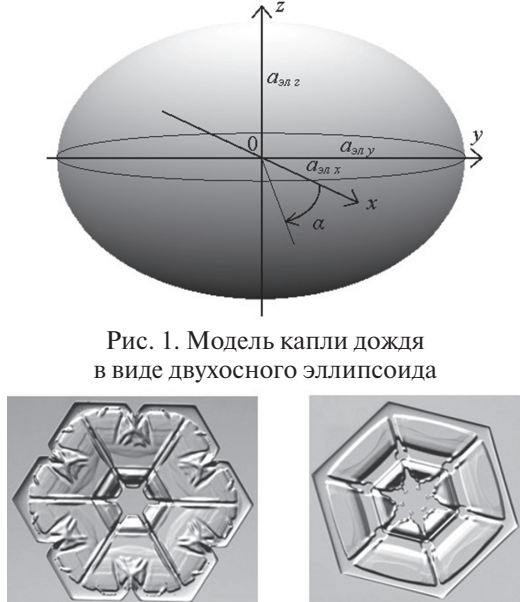


Рис. 1. Модель капли дождя в виде двухосного эллипсоида

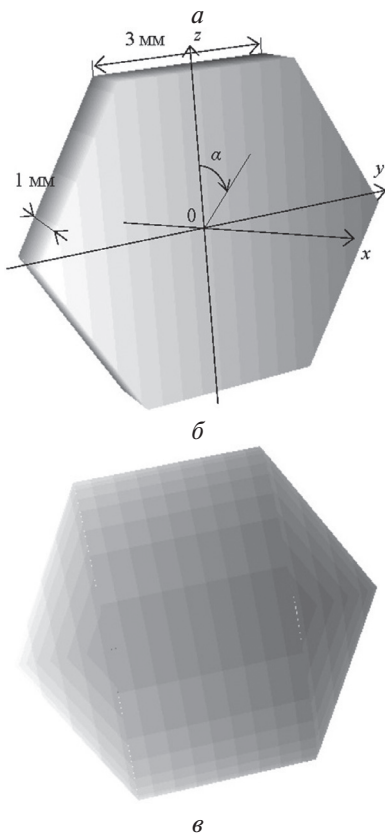


Рис. 2. Кристаллы снега: а – возможная форма кристаллов снега в виде шестигранника; б – модель кристалла снега в виде шестигранника; в – модель кристалла снега в виде шестигранника со сглаженными краями

Все рассматриваемые в работе материалы имеют относительную магнитную проницаемость  $\mu = 1$ . Используются электромагнитные (ЭМ) поля с временной зависимостью  $\exp(-i\omega t)$ .

Введем векторы

$$\left( \vec{E}_{1(2)}^{e(m)}(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{\tau}^0), \vec{H}_{1(2)}^{e(m)}(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{\tau}^0) \right),$$

описывающие ЭМ поле электрического (магнитного) вспомогательного точечного источника (диполя) в однородной среде с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$  ( $\epsilon_2$ ). Вектор  $\vec{\tau}^0$  указывает ориентацию вектор-момента источника, а  $\vec{Q}_0$  и  $\vec{Q}$  – точка расположения источника и точка наблюдения его поля соответственно.

Компоненты ЭМ поля вспомогательных диполей в однородной среде с проницаемостью  $\epsilon_1$  ( $\epsilon_2$ ) вычисляются по формулам [12, 13]:

$$\vec{E}_{1(2)}^e(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{p}^e) = (\epsilon_0 \epsilon_{1(2)})^{-1} \times \left[ \vec{p}^e k_{1(2)}^2 G_{1(2)}(\vec{Q}_0, \vec{Q}) + \vec{\nabla}(\vec{p}^e \cdot \vec{\nabla} G_{1(2)}(\vec{Q}_0, \vec{Q})) \right], \quad (1)$$

$$\vec{H}_{1(2)}^e(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{p}^e) = i\omega(\vec{p}^e \times \vec{\nabla} G_{1(2)}(\vec{Q}_0, \vec{Q})), \quad (2)$$

$$\vec{E}_{1(2)}^m(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{p}^m) = -i\omega(\vec{p}^m \times \vec{\nabla} G_{1(2)}(\vec{Q}_0, \vec{Q})), \quad (3)$$

$$\vec{H}_{1(2)}^m(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{p}^m) = \mu_0^{-1} \times \left[ \vec{p}^m k_{1(2)}^2 G_{1(2)}(\vec{Q}_0, \vec{Q}) + \vec{\nabla}(\vec{p}^m \cdot \vec{\nabla} G_{1(2)}(\vec{Q}_0, \vec{Q})) \right], \quad (4)$$

где

$$G_{1(2)}(\vec{Q}_0, \vec{Q}) = G_{1(2)}(R) = \frac{\exp(ik_{1(2)}R)}{4\pi R};$$

$k_{1(2)} = \omega \sqrt{\epsilon_0 \epsilon_{1(2)} \mu_0} = 2\pi/\lambda_{1(2)}$  – волновое число в среде с проницаемостью  $\epsilon_1$  ( $\epsilon_2$ );  $\lambda_{1(2)}$  – длина волны в соответствующей среде;  $\epsilon_0, \mu_0$  – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости свободного пространства;  $R = |\vec{R}| = |\vec{Q} - \vec{Q}_0|$ ;

$\vec{p}^e = \frac{I^e l}{\omega} \vec{\tau}^0, \vec{p}^m = \frac{I^m l}{\omega} \vec{\tau}^0$  – электрический и магнитный вектор-моменты диполей соответственно;  $I^e$  – электрический ток, протекающий в электрическом диполе малой длины  $l$ ,  $I^m$  – эквивалентный магнитный ток, обтекающий магнитный диполь. Считая размерные величины  $\frac{I^e l}{\omega}, \frac{I^m l}{\omega}$  постоянными, равными единице, вектор-моменты  $\vec{p}^e, \vec{p}^m$  можно характеризовать единичным вектором  $\vec{\tau}^0$ .

Применив лемму Лоренца [12, 21] в свободном пространстве и области, занимаемой объектом, к искомому ЭМ полю  $(\vec{E}, \vec{H})$  и последовательно к полям электрического  $(\vec{E}_{1(2)}^e, \vec{H}_{1(2)}^e)$  и магнитного  $(\vec{E}_{1(2)}^m, \vec{H}_{1(2)}^m)$  точечных источников, можно получить систему ИУ для плотностей эквивалентных электрического  $\vec{J}^e$  и магнитного  $\vec{J}^m$  токов на поверхности диэлектрического рассеивателя  $S$ , кото-

рая может быть представлена в виде системы скалярных уравнений [22]:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left( \vec{v}^0 \times \vec{\tau}_q^0 \right) \cdot \vec{J}^m(\vec{Q}_0) (\varepsilon_2 + \varepsilon_1) - 2\varepsilon_2 \vec{\tau}_q^0 \cdot \vec{E}^0(\vec{Q}_0) = \frac{2}{i\omega} \times \\ & \times \int_S \left( \Delta \vec{H}^e(\vec{\tau}_q^0) \cdot \vec{J}^m(\vec{Q}) + \varepsilon_0^{-1} \Delta \vec{D}^e(\vec{\tau}_q^0) \cdot \vec{J}^e(\vec{Q}) \right) ds_Q, \\ & \left( \vec{v}^0 \times \vec{\tau}_q^0 \right) \cdot \vec{J}^e(\vec{Q}_0) - \vec{\tau}_q^0 \cdot \vec{H}^0(\vec{Q}_0) = -\frac{1}{i\omega} \times \\ & \times \int_S \left( \Delta \vec{H}^m(\vec{\tau}_q^0) \cdot \vec{J}^m(\vec{Q}) + \Delta \vec{E}^m(\vec{\tau}_q^0) \cdot \vec{J}^e(\vec{Q}) \right) ds_Q, \end{aligned} \right. \quad (5)$$

где  $q=1, 2$ ;  $\vec{\tau}_q^0$  – взаимно ортогональные орты, касательные к  $S$  в точке  $\vec{Q}_0$ , образующие правую тройку с внешней к  $S$  нормалью  $\vec{v}^0$  в этой точке;  $\vec{Q}_0, \vec{Q} \in S$  – точки наблюдения и интегрирования соответственно;  $(\vec{E}^0, \vec{H}^0)$  – первичное поле.

Ядрами уравнений являются разности

$$\Delta \vec{H}^e(\vec{\tau}_q^0) = \varepsilon_2 \vec{H}_2^{et}(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{\tau}_q^0) - \varepsilon_1 \vec{H}_1^{et}(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{\tau}_q^0); \quad (6)$$

$$\Delta \vec{D}^e(\vec{\tau}_q^0) = \vec{D}_2^{et}(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{\tau}_q^0) - \vec{D}_1^{et}(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{\tau}_q^0), \quad (7)$$

$$\vec{D}_{1(2)}^e(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{\tau}_q^0) = \varepsilon_0 \varepsilon_{1(2)} \vec{E}_{1(2)}^e(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{\tau}_q^0);$$

$$\Delta \vec{H}^m(\vec{\tau}_q^0) = \vec{H}_2^{mt}(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{\tau}_q^0) - \vec{H}_1^{mt}(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{\tau}_q^0); \quad (8)$$

$$\Delta \vec{E}^m(\vec{\tau}_q^0) = \vec{E}_2^{mt}(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{\tau}_q^0) - \vec{E}_1^{mt}(\vec{Q}|\vec{Q}_0, \vec{\tau}_q^0). \quad (9)$$

Символом “ $t$ ” обозначены тангенциальные к поверхности  $S$  векторы.

Система (5) представляет собой систему неоднородных ИУ Фредгольма 2-го рода (типа Мюллера [13, 14, 17, 19, 20, 22]). Поверхностные интегралы в системе ИУ (5) ограничены при  $\vec{Q}_0$ , находящейся на поверхности  $S$  [23], и указанная система может быть решена численно.

После того, как плотности эквивалентных токов найдены, компоненты ЭМ поля, рассеянного диэлектрическим объектом, могут быть рассчитаны с помощью интегральных представлений:

$$\left\{ \begin{aligned} & i\omega \vec{p}^{np} \cdot \left( \vec{E}(\vec{Q}_0) - \vec{E}^0(\vec{Q}_0) \right) = \\ & = \int_S \left( \Delta \vec{H}^e(\vec{p}^{np}) \cdot \vec{J}^m(\vec{Q}) + \varepsilon_0^{-1} \Delta \vec{D}^e(\vec{p}^{np}) \cdot \vec{J}^e(\vec{Q}) \right) ds_Q, \\ & -i\omega \vec{p}^{np} \cdot \left( \vec{H}(\vec{Q}_0) - \vec{H}^0(\vec{Q}_0) \right) = \\ & = \int_S \left\{ \Delta \vec{H}^m(\vec{p}^{np}) \cdot \vec{J}^m(\vec{Q}) + \Delta \vec{E}^m(\vec{p}^{np}) \cdot \vec{J}^e(\vec{Q}) \right\} ds_Q, \end{aligned} \right. \quad (10)$$

где единичный вектор  $\vec{p}^{np}$  ориентацию компонент рассеянного ЭМ поля.

Разработанный алгоритм расчета характеристик рассеяния диэлектрических объектов содержит основные этапы, описываемые далее.

В случае каплей дождя поверхность задающего эллипсоида дискретизируется. Поверхность более сложных объектов, в частности кристаллов снега в виде многогранников, аппроксимируется участками нескольких эллипсоидов. Созданная

модель связывается с единой прямоугольной системой координат. В каждой точке  $\vec{Q}$  задаются параметры математической поверхности: параметры эллипсоида, используемого для аппроксимации в данной точке (полуоси эллипсоида, координаты центра, углы, определяющие его ориентацию в пространстве), координаты точки  $\vec{Q}$  в прямоугольной системе координат, составляющие двух касательных векторов  $\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2$ . Для рационального использования компьютерной памяти расстояние между узлами, в которых ищутся плотности эквивалентных токов, выбирается пропорционально радиусу кривизны поверхности в данной точке, т. е. на участках с меньшим радиусом кривизны шаг дискретизации также выбирается меньшим.

Проведенные расчеты показывают, что для обеспечения сходимости результатов расчета ЭПР гидрометеоров с погрешностью  $\delta \leq 1\%$  при увеличении числа узлов токов, на достаточно гладких участках их поверхности среднее расстояние между узлами тока должно составлять величину порядка  $r_a = (0,005 \dots 0,02)\lambda_1$ . Края поверхности таких диэлектрических рассеивателей, как кристаллы снега, сглаживаются. Окрестность края представляется участком поверхности эллипсоида с малым радиусом кривизны. На этом элементе поверхности шаг выбирается меньшим и для обеспечения такой же точности  $\delta \leq 1\%$  должен составлять величину  $r_a \approx 0,002\lambda_1$ .

Такой же подход при создании модели поверхности используется в разработанном авторами алгоритме расчета характеристик рассеяния идеально проводящих объектов, основанного на решении ИУ магнитного поля (также уравнения 2-го рода) [24]. Вместе с тем следует отметить, что рассматриваемая сходимость, характеризуемая величиной  $\delta \leq 1\%$ , в случае идеально проводящих объектов достигается при  $r_a = (0,09 \dots 0,24)\lambda_1$  на гладких участках и при  $r_a \approx 0,03\lambda_1$  – на участках с малыми радиусами кривизны [24].

На следующем шаге поверхность рассеивателя  $S$  представляется в виде суммы  $N$  электрически малых участков  $s_n$  ( $n=1, N$ ), на каждом из которых плотности эквивалентных токов можно считать постоянными. Обозначив индексы точки наблюдения  $n_0=1, N$  и интегрирования  $n=1, N$ , а также представив искомые плотности тока двумя касательными компонентами  $\vec{J}_{1(2),n}^{e(m)} = \vec{\tau}_{1(2),n} \cdot \vec{J}_n^{e(m)}$ , систему скалярных уравнений (5) перепишем в следующем виде:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left( \vec{v}_{n_0} \times \vec{\tau}_{q,n_0} \right) \cdot \vec{J}_{n_0}^m (\varepsilon_2 + \varepsilon_1) - 2\varepsilon_2 \vec{\tau}_{q,n_0} \cdot \vec{E}_{n_0}^0 = \frac{2}{i\omega} \times \\ & \times \sum_{n=1}^N \left( \vec{J}_n^m \int_{s_n} \Delta \vec{H}^e(\vec{\tau}_{q,n_0}) ds_Q + \varepsilon_0^{-1} \vec{J}_n^e \int_{s_n} \Delta \vec{D}^e(\vec{\tau}_{q,n_0}) ds_Q \right), \\ & \left( \vec{v}_{n_0} \times \vec{\tau}_{q,n_0} \right) \cdot \vec{J}_{n_0}^e - \vec{\tau}_{q,n_0} \cdot \vec{H}_{n_0}^0 = -\frac{1}{i\omega} \times \\ & \times \sum_{n=1}^N \left( \vec{J}_n^m \int_{s_n} \Delta \vec{H}^m(\vec{\tau}_{q,n_0}) ds_Q + \vec{J}_n^e \int_{s_n} \Delta \vec{E}^m(\vec{\tau}_{q,n_0}) ds_Q \right), \end{aligned} \right. \quad (11)$$



где векторные функции  $\Delta \vec{H}^e$ ,  $\Delta \vec{D}^e$ ,  $\Delta \vec{H}^m$ ,  $\Delta \vec{E}^m$  получаются с использованием формул (6)–(9) и (1)–(4).

Поверхностные интегралы в (11) содержат функции, существенно зависящие от малого расстояния  $R$  между точкой наблюдения и центром  $s_n$ . Поэтому для вычисления этих интегралов элементы  $s_n$  разбиваются на более мелкие участки поверхности  $s_n = \sum_{n_1=1}^{N_1} s'_{n_1}$ , на каждом из которых, применяется пятиточечная формула Гаусса.

Вычисление компонент ЭМ поля, рассеянного диэлектрическим объектом по найденным плотностям эквивалентных токов с помощью интегрального представления (10) вычислительных трудностей не представляет.

Предложенный метод расчета обеспечивает достаточно высокую точность вычисления плотностей эквивалентных электрического и магнитного токов на поверхности диэлектрического объекта и рассеянного объектом поля. В сочетании с методом нанесения узлов тока, учитывающим кривизну отдельных участков поверхности диэлектрического рассеивателя, разработанный численный алгоритм позволяет рационально использовать компьютерную память и, как следствие, сократить время вычислений и расширить многообразие формы поверхности исследуемых объектов. Указанные преимущества особенно ощутимы применительно к электрически тонким рассеивателям. Для подтверждения указанного выигрыша на рис. 3 и 4 результаты расчетов ЭПР электрически тонких трехосного эллипсоида (полуоси  $a_{эл\ x}=0,5$  мм  $a_{эл\ y}=3$  мм,  $a_{эл\ z}=1,5$  мм, рис. 1) и цилиндра (высота  $d_{ц}=1$  мм, радиус основания  $a_{ц}=3$  мм), полученные с помощью разработанного метода, сравниваются с результатами, рассчитанными с помощью программы FEKO [25], в которой для решения ИУ используется метод моментов. Ориентация эллипсоида показана на рис. 1. Ось рассмотренного цилиндра параллельна оси  $Ox$ . Рассчитанная ЭПР соответствует длине волны  $\lambda_1=3,2$  см. При этом относительная диэлектрическая проницаемость объектов составляла  $\epsilon_2=3,17+i1,45 \times 10^{-3}$ . Угол зондирования  $\alpha$  в обоих случаях изменялся в плоскости  $xOz$  (рис. 1). Результаты расчета моностатической ЭПР представлены для горизонтальной ( $\vec{H}^0$ ,  $\vec{H}$  ориентированы в плоскости, проходящей через вектор направления облучения и перпендикулярной плоскости  $xOy$ ) и вертикальной ( $\vec{H}^0$ ,  $\vec{H}$  параллельны плоскости  $xOy$ ) поляризации.

На рис. 3 показана моностатическая ЭПР эллипсоида, рассчитанная с помощью предложенного в настоящей статье метода (штриховые линии 1, 2), а также с помощью FEKO (сплошные тонкие черные линии 3–7) при различном количестве узлов тока  $N$ . Из приведенных графиков видно, что разработанный алгоритм обес-

печивает устойчивый результат (которому соответствует  $\delta \leq 1\%$ ) при  $N=584$  (линия 1) на двух поляризациях. В то же время аналогичная сходимость результатов FEKO при вертикальной поляризации наблюдается при  $N=1210$  (линия 5), а в случае горизонтальной поляризации при  $N_a=2512$  (линия 6).

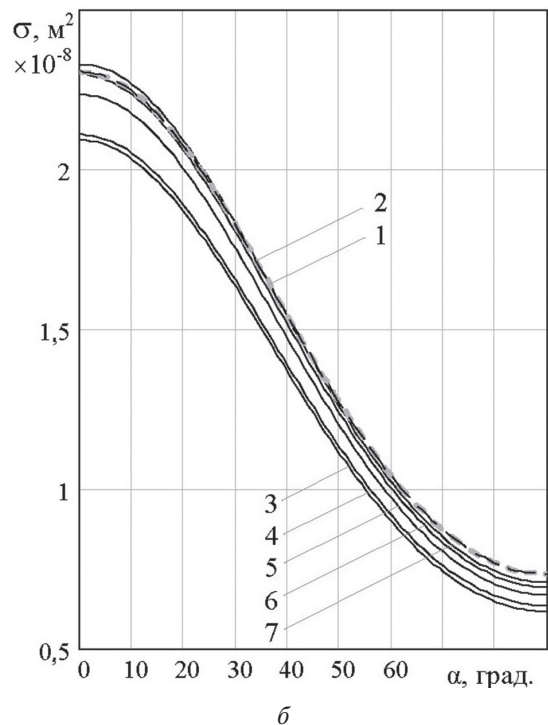
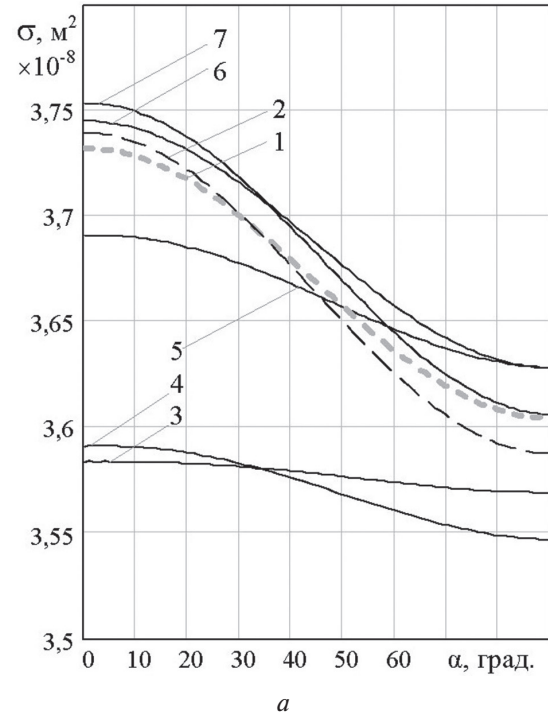


Рис. 3. ЭПР диэлектрического эллипсоида ( $\epsilon_2=3,17+i1,45 \times 10^{-3}$ ,  $a_{эл\ x}=0,016\lambda_1$ ,  $a_{эл\ y}=0,047\lambda_1$ ,  $a_{эл\ z}=0,094\lambda_1$ ) при горизонтальной (а) и вертикальной (б) поляризации. Результаты получены с помощью разработанного метода (серая жирная штриховая линия 1 –  $N=584$ , черная тонкая штриховая 2 –  $N=710$ ) и FEKO (черные тонкие сплошные линии, 3 –  $N=570$ , 4 –  $N=706$ , 5 –  $N=1210$ , 6 –  $N=2512$ , 7 –  $N=4688$ )

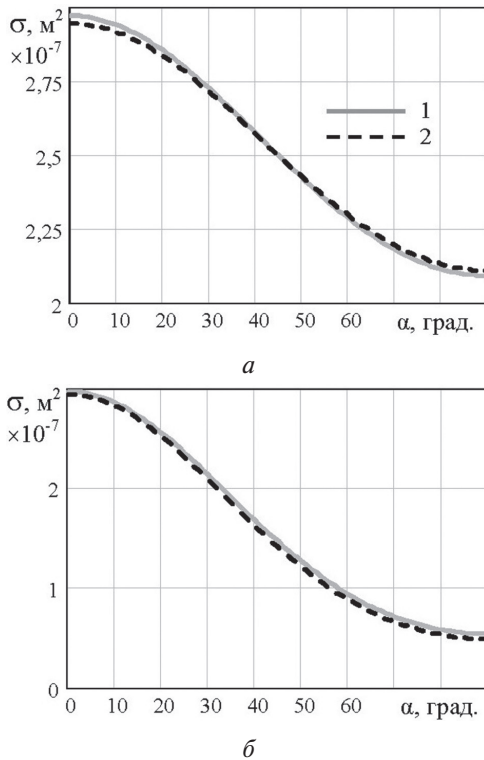


Рис. 4. ЭПР диэлектрического цилиндра ( $\epsilon_2 = 3,17 + i1,45 \times 10^{-3}$ ,  $a_{ц} = 0,094\lambda_1$ ,  $d_{ц} = 0,032\lambda_1$ ) при горизонтальной (а) и вертикальной (б) поляризации. Результаты получены с помощью разработанного метода (линия 1) и FEKO (2)

Результаты расчета ЭПР тонкого цилиндра, приведенные на рис. 4, соответствуют значениям  $N=492$  для разработанного метода, и  $N=848$  для FEKO (линия 2).

Таким образом, результаты сравнения, представленные на рис. 3 и 4, свидетельствуют о том, что предложенный в настоящей статье метод расчета характеристик рассеяния диэлектрических резонансных объектов, основанный на решении системы ИУ типа Мюллера, обеспечивает достаточно высокую точность вычислений. При этом во многих случаях заданная точность (а также сходимость) результатов обеспечивается при существенно меньшем числе узлов тока на поверхности рассеивателя, чем при применении других известных методов.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ЭПР ГИДРОМЕТЕОРОВ

В настоящем подразделе разработанный метод применен для расчета ЭПР наиболее часто встречающихся в природе капель дождя эллипсоидальной формы [6, 7] и кристаллов снега в виде шестигранника [10].

Модели гидрометеоров представлялись однородными диэлектрическими рассеивателями. В качестве модели капли дождя при расчетах использовался эллипсоид вращения с большей полуосью  $a_{эл x} = a_{эл y}$  и меньшей полуосью  $a_{эл z}$  (рис. 1). Полуоси эллипсоида, моделирующего каплю, зависят от среднекубического радиуса

капли (радиуса эквивалентной сферы)  $r_3$  и рассчитаны по известным формулам, приведенным в работе [6]. Далее приводятся результаты расчетов для двух капель, которым соответствуют  $r_3 = 1,5$  мм ( $a_{эл x} = a_{эл y} = 1,587$  мм,  $a_{эл z} = 1,34$  мм) и  $r_3 = 3$  мм ( $a_{эл x} = a_{эл y} = 3,449$  мм,  $a_{эл z} = 2,27$  мм). При вычислениях использовались значения комплексной диэлектрической проницаемости воды, рассчитанные по известным формулам [9]:  $\epsilon_2 = 62,44 + i31,93$  при  $\lambda_1 = 3,2$  см ( $f = 9,375$  ГГц);  $\epsilon_2 = 17,91 + i27,83$  при  $\lambda_1 = 0,8$  см ( $f = 37,5$  ГГц).

Исследуемые модели кристаллов снега изображены на рис. 2. Первая модель представляет собой шестигранник с длиной ребра 3 мм и толщиной 1 мм (рис. 2, б). Вторая модель – аналогичный шестигранник со скругленными ребрами (рис. 2, в). Согласно [26] диэлектрическая проницаемость кристаллов снега составляет  $\epsilon_2 = 3,17 + i1,45 \times 10^{-3}$  при  $\lambda_1 = 3,2$  см.

Как и в предыдущем разделе, угол  $\alpha$ , соответствующий моностатическому зондированию, изменялся в плоскости  $xOz$  и отсчитывался от оси  $Ox$  в случае капли и от оси  $Oz$  в случае кристалла снега, как показано на рис. 1 и 2 соответственно.

Расчеты проводились для горизонтальной и вертикальной поляризации, ориентация векторов для которых введена в предыдущем разделе статьи.

Результаты расчетов моностатической ЭПР моделей эллипсоидальных капель дождя представлены на рис. 5. Учитывая случайный характер возможного изменения угла облучения  $\alpha$ , в табл. 1 приводятся статистические характеристики ЭПР капель дождя (максимальные  $\sigma_{max}$ , минимальные  $\sigma_{min}$ , средние  $\sigma_{cp}$  и медианные  $\sigma_{мед}$  значения ЭПР). Кратко проанализируем полученные результаты.

Электрический размер меньшей капли ( $a_{эл x} = a_{эл y} = 1,587$  мм,  $a_{эл z} = 1,34$  мм) при  $\lambda_1 = 3,2$  см составляет  $2a_{эл x} / \lambda_1 = 0,1\lambda_1$ . На данной длине волны ее ЭПР в зависимости от ориентации частицы изменяется менее чем на 1 % от значения, соответствующего зондированию вдоль меньшей полуоси (рис. 1) при горизонтальной поляризации и в пределах 38 % при вертикальной поляризации (рис. 5, а, табл. 1). Известная формула для расчета ЭПР диэлектрической сферы малых электрических размеров, полученная в предположении малости рассеивателя, с помощью рядов Ми [3]:

$$\sigma = \pi^5 \frac{(2r_3)^6}{\lambda_1^4} \left| \frac{\epsilon_2 - 1}{\epsilon_2 + 2} \right|^2 \quad (12)$$

дает значение ЭПР эквивалентной сферы ( $r_3 = 1,5$  мм)  $\sigma = 1,972 \times 10^{-7}$  м<sup>2</sup>. Такой результат совпадает с точностью в 1...2 % с ЭПР, полученной для капли на горизонтальной поляризации. При вертикальной поляризации в зависимости от ориентации отличие в результатах существенно. Указанный результат свидетельствует о том, что уже при таких электрических размерах

для расчета ЭПР каплей дождя следует применять точные методы расчета, в частности методы, основанные на применении ИУ.

Таблица 1

ЭПР эллипсоидальных каплей дождя

Капля	$\lambda_1$ , см	Поляризация	$\sigma$ , $\text{м}^2 \times 10^{-5}$			
			$\sigma_{\max}$	$\sigma_{\min}$	$\sigma_{\text{ср}}$	$\sigma_{\text{мед}}$
$r_3=1,5$ мм (эллипсоид, $a_{\text{эл}x}=a_{\text{эл}y}=1,587$ мм, $a_{\text{эл}z}=1,34$ мм)	3,2	гор.	0,0195	0,0193	0,0194	0,0194
		вер.	0,0193	0,0120	0,0156	0,0154
	0,8	гор.	1,73	1,07	1,39	1,37
		вер.	1,73	0,940	1,31	1,28
$r_3=3,0$ мм (эллипсоид, $a_{\text{эл}x}=a_{\text{эл}y}=3,449$ мм, $a_{\text{эл}z}=2,27$ мм)	3,2	гор.	3,51	2,84	3,17	3,16
		вер.	3,51	1,18	2,24	2,14
	0,8	гор.	6,92	0,699	3,14	2,55
		вер.	6,91	1,43	3,34	2,70

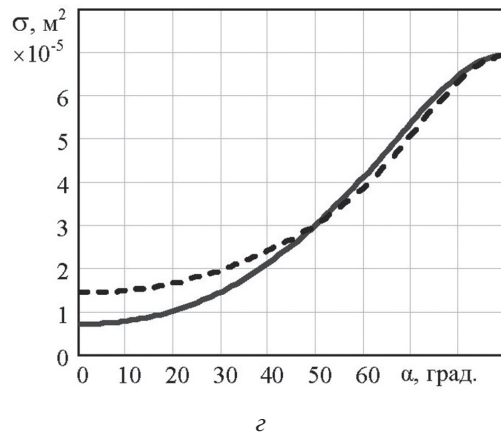
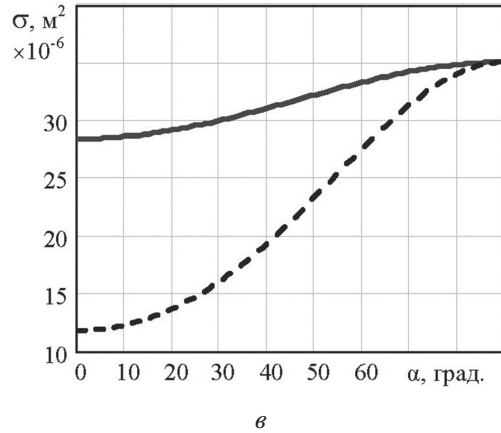
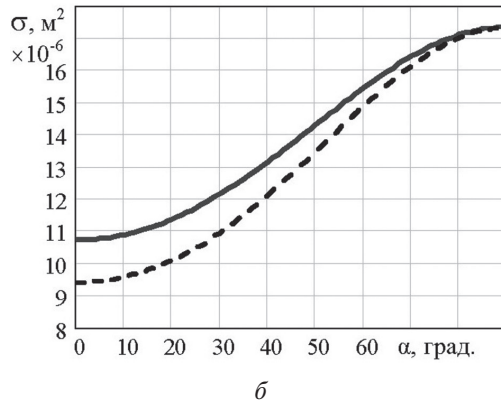
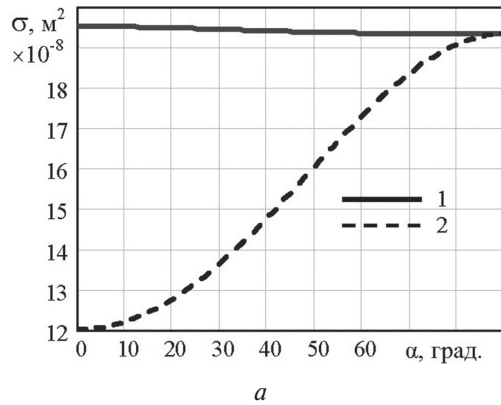


Рис. 5. Моностатическая ЭПР эллипсоидальных каплей дождя:  $a, б - r_3=1,5$  мм;  $в, з - r_3=3$  мм;  $a, в - \lambda_1=3,2$  см,  $б, з - \lambda_1=0,8$  см; линия 1 – горизонтальная, 2 – вертикальная поляризация

Как показывают результаты, ЭПР эллипсоидальной капли, которой соответствует эквивалентный радиус  $r_3=3$  мм ( $a_{\text{эл}x}=a_{\text{эл}y}=3,449$  мм,  $a_{\text{эл}z}=2,27$  мм,  $2a_{\text{эл}x}/\lambda_1=0,22\lambda_1$ ) при изменении угла  $\alpha$  изменяется существенно (рис. 5, в, табл. 1). При длине волны зондирования  $\lambda_1=0,8$  см электрический размер каплей возрастает и зависимость их ЭПР от угла  $\alpha$  становится еще более заметной (рис. 5, б, з, табл. 1).

На рис. 6 и в табл. 2 представлены результаты расчетов моностатической ЭПР кристаллов снега при длине волны  $\lambda_1=3,2$  см.

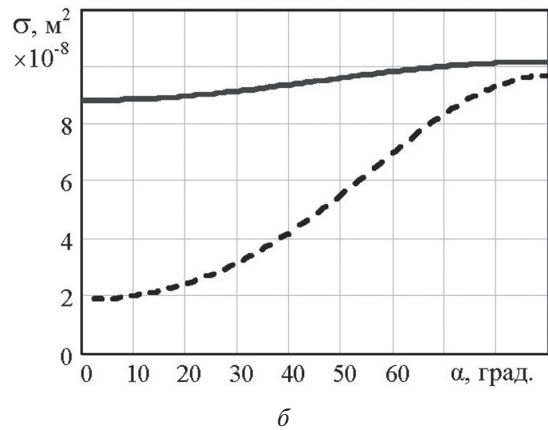
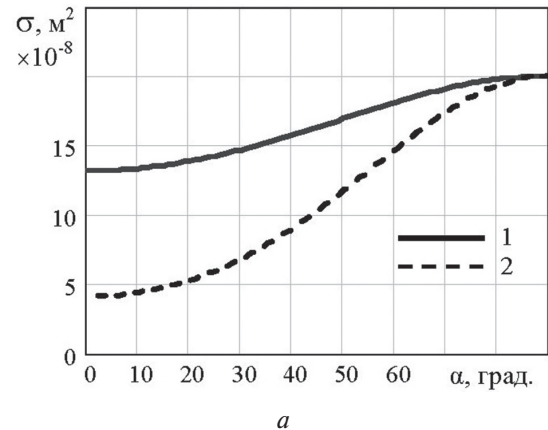


Рис. 6. Моностатическая ЭПР кристаллов снега при длине волны  $\lambda_1=3,2$  см:  $a$  – шестигранник,  $б$  – шестигранник со сглаженными краями; линия 1 – горизонтальная, 2 – вертикальная поляризация



Таблица 2

ЭПР диэлектрических рассеивателей с проницаемостью снега при длине волны  $\lambda_1 = 3,2$  см

Рассеиватель	Поляризация	$\sigma, \text{ м}^2 \times 10^{-7}$			
		$\sigma_{\text{max}}$	$\sigma_{\text{min}}$	$\sigma_{\text{ср}}$	$\sigma_{\text{мед}}$
Кристалл снега (шестигранник)	гор.	2,01	1,32	1,65	1,64
	вер.	2,01	0,413	1,12	1,03
Кристалл снега (сглаженный шестигранник)	гор.	1,02	0,881	0,949	0,949
	вер.	0,968	0,187	0,532	0,486
Эллипсоид ( $a_{\text{эл}x}=1$ мм, $a_{\text{эл}y}=3$ мм, $a_{\text{эл}z}=1,5$ мм)	гор.	0,374	0,359	0,366	0,366
	вер.	0,231	0,0732	0,146	0,144
Цилиндр ( $a_{\text{ц}}=3$ мм, $d_{\text{ц}}=1$ мм)	гор.	2,97	2,09	2,52	2,50
	вер.	2,97	0,538	1,61	1,46

Для сравнения в табл. 2 представлены статистические характеристики рассеяния диэлектрических трехосного эллипсоида ( $a_{\text{эл}x}=1$  мм,  $a_{\text{эл}y}=3$  мм,  $a_{\text{эл}z}=1,5$  мм) и цилиндра с радиусом основания  $a_{\text{ц}}=3$  мм и высотой  $d_{\text{ц}}=1$  мм (ось цилиндра лежит на оси  $Ox$ ). Эллипсоид и цилиндр имеют диэлектрическую проницаемость, соответствующую кристаллам снега ( $\epsilon_2=3,17 + i1,45 \times 10^{-3}$ ). Результаты расчета ЭПР данных объектов ранее приведены на рис. 3 и 4 соответственно.

Сравнение зависимостей ЭПР, представленных на рис. 6, а и 6, б (шестигранник и сглаженный шестигранник) показывает, что несмотря на малые электрические размеры, края вносят достаточно существенный вклад в ЭПР рассеивателя. Скругление краев приводит к снижению интенсивности обратного вторичного излучения.

В целом результаты расчетов, представленные на рис. 5, 6 и в табл. 1 и 2, свидетельствуют о том, что ЭПР гидрометеоров при длинах волн 3,2 см и 0,8 см существенно зависит от их формы. Поэтому для получения как можно более полного представления об интенсивности вторичного излучения гидрометеоров следует учитывать многообразие их формы и электрофизических параметров.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрен метод расчета радиолокационных характеристик рассеяния диэлектрических объектов резонансных размеров. Метод основан на решении системы поверхностных ИУ типа Мюллера в частотной области. Предложенный метод расчета в сочетании с методом нанесения узлов токов на поверхности диэлектрического рассеивателя, учитывающим радиусы кривизны различных участков поверхности, позволяет сократить объем используемой компьютерной памяти и время вычислений и тем самым расширить многообразие размеров и формы исследуемых объектов. Предложенный метод применен для расчета моностатической ЭПР капель дождя эл-

липсоидальной формы и кристаллов снега в виде шестигранника на длинах волн 3,2 см и 0,8 см. Рассмотренный численный метод позволяет исследовать радиолокационные характеристики рассеяния гидрометеоров резонансных размеров и различной формы. Данные таких исследований имеют важное практическое значение на этапе разработки алгоритмов обработки принятых сигналов при использовании метеоролокаторов, а также алгоритмов восстановления микрофизических параметров метеообразований.

### Литература

- [1] Степаненко В. Д. Радиолокация в метеорологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1973. – 344 с.
- [2] Oguchi T. Rain depolarization studies at centimeter and millimeter wavelengths: theory and measurement // Journal of the Radio Research Laboratories. 1975. – Vol. 22, № 109. – P. 165-211.
- [3] Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория: справочник, изд. 2-е, перераб. и доп./ под ред. Я. Д. Ширмана. – М.: Радиотехника, 2007. – 512 с.
- [4] Леховицкий Д. И., Жуга Г. А., Вовшин Б. М., Лаврукевич В. В. Извлечение метеоинформации на основе спектрального и корреляционного анализа отражений в импульсных доплеровских метеорологических РЛС // Прикладная радиоэлектроника. 2007. – Т. 6, № 4. – С. 491–510.
- [5] Ефремов В. С., Вовшин Б. М., Вылегжанин И. С., Лаврукевич В. В., Седлецкий Р. М. Поляризационный доплеровский метеорологический радиолокатор С-диапазона со сжатием импульсов // Журнал радиоэлектроники. – 2009. № 10. – С. 21–29.
- [6] Веселовская А. Б., Войтович О. А., Линкова А. М., Хлопов Г. И. Двухчастотное зондирование водяных капель эллипсоидальной формы // Радиофизика и электроника. – 2012. Т. 3(17), № 4. – С. 37–43.
- [7] Веселовская А. Б., Хлопов Г. И. О точности расчета эффективной площади рассеяния несферических частиц жидких осадков в приближении дипольного рассеяния // Известия вузов. Радиоэлектроника. 2014. – Т. 57, № 5. – С. 3–12.
- [8] Magono C., Lee C. Meteorological classification of natural snow crystals // Journal of the Faculty of Science, Hokkaido University, Japan, Ser. VII. 1966. Vol. II, № 4. – P. 321-335.
- [9] Розенберг В. И. Рассеяние и ослабление электромагнитного излучения атмосферными частицами. – Л.: Гидрометеиздат, 1972. – 348 с.
- [10] Aquaexpert. Осадки. Снежные кристаллы - почему снежинки выглядят так красиво [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.aquaexpert.ru/enc/articles/snowflake/>.
- [11] Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Митры. – М.: Мир, 1977. – 485 с.
- [12] Васильев Е. Н. Возбуждение тел вращения. – М.: Радио и связь, 1987. – 272 с.
- [13] Дмитриев В. И., Захаров Е. В. Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики. – М.: МГУ, 1987. – 167 с.
- [14] Harrington R. F. Boundary Integral Formulations for Homogeneous Material Bodies // Journal of Electromagnetic Waves and Applications. – 1989. Vol. 3, No 1. – P. 1–15.

- [15] Хижняк М. А. Теорія хвильових процесів: Навчальний посібник. — Х.: ШТріх, 2003. — 308 с.
- [16] Yild-Oijala P., Taskinen M. Application of Combined Field Integral Equation for Electromagnetic Scattering by Dielectric and Composite Objects // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. — 2005. — Vol. 53, No 3. — P. 1168–1173.
- [17] Yild-Oijala P., Taskinen M. Well-Conditioned Müller Formulation for Electromagnetic Scattering by Dielectric Objects // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2005. Vol. 53, No 10. — P. 3316–3323.
- [18] Yild-Oijala P., Taskinen M., Sarvas J. Surface integral equation method for General Composite Metallic and Dielectric Structures with Junctions // Progress in Electromagnetics Research. 2005. Vol. 52. — P. 81–108.
- [19] Yan S., Jin J.-M., Nie Z. Improving the Accuracy of the Second-Kind Fredholm Integral Equations by Using the Buffa-Christiansen Functions // IEEE Transactions on Antenna and Propagation. 2011. Vol. 59, No 4. — P. 1299–1310.
- [20] Ubada E., Tamayo J. M., Rius J. M. Taylor-Orthogonal Basis Functions for the Discretization in Method of Moments of Second Kind Integral Equations in the Scattering Analysis of Perfectly Conducting or Dielectric Objects // Progress in Electromagnetics Research. 2011. Vol. 119. — P. 85–105.
- [21] Volakis J. L., Sertel K. Integral Equation Methods for Electromagnetics. Raleigh (NC, USA): SciTech Publishing, Inc., 2012. — 391 p.
- [22] Залевский Г.С. Метод расчета характеристик рассеяния диэлектрических объектов резонансных размеров // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. — 2014. — Вип. 2(39). — С. 66–69.
- [23] Сиренко Ю.К., Сухаревский И.В., Сухаревский О.И., Яшина Н.П. Фундаментальные и прикладные задачи теории рассеяния электромагнитных волн. — Х.: Крок, 2000. — 344 с.
- [24] Залевский Г.С., Сухаревский О.И., Василец В.А., Нечитайло С.В. Вторичное излучение резонансных идеально проводящих объектов // Радиотехника и электроника. — 2014. — Т. 59, № 12. — С. 1159–1171.
- [25] FEKO Comprehensive Electromagnetic Solutions. The Complete Antenna Design and Placement Solution [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://www.feko.info>.
- [26] Лаборатория метеотехнологий. Диэлектрические свойства воды и льда [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://www.meteolab.ru/projects/dielectric/>.

Поступила в редколлегию 23.03.2015



**Сухаревский Олег Ильич**, заслуженный деятель науки и техники Украины, доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник научного центра Воздушных Сил Харьковского университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба. Научные интересы: электродинамика, теория дифракции электромагнитных волн.



**Залевский Геннадий Станиславович**, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заместитель начальника научно-исследовательского отдела научного центра Воздушных Сил Харьковского университета Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба. Научные интересы: методы расчета характеристик вторичного излучения радиолокационных объектов резонансных размеров в интересах расширения информационных возможностей радиолокационных систем различного назначения.



**Веселовская Анна Богдановна**, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Института радиопизики и электроники им. А.Я. Усикова Национальной академии наук Украины. Научные интересы: дистанционное зондирование атмосферы, обработка сигналов.

УДК 621.396.96

**Розрахунок характеристик радіолокаційного розсіювання гідрометеорів методом інтегральних рівнянь** / О. І. Сухаревський, Г. С. Залевський, Г. Б. Веселовська // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 1. — С. 111–118.

Розглянуто метод розрахунку характеристик радіолокаційного розсіювання гідрометеорів у резонансному діапазоні довжин хвиль. Метод заснований на розв'язанні системи інтегральних рівнянь типу Мюллера. Розроблений чисельний алгоритм дозволяє отримувати стійкі результати розрахунків при меншому числі вузлів щільностей еквівалентних струмів на поверхні розсіювача у порівнянні з відомими методами, за рахунок чого зменшується об'єм використовуваної комп'ютерної пам'яті і час обчислень. Демонструються і аналізуються результати розрахунків ефективної поверхні розсіювання моделей краплі дощу і кристалів снігу.

*Ключові слова:* гідрометеор, інтегральне рівняння, метеолокація, ефективна поверхня розсіювання.

Табл.: 2. Іл.: 6. Бібліогр.: 26 найм.

UDC 621.396.96

**Calculating characteristics of radar scattering of hydrometeors using integral equation method** / O. I. Sukharevsky, G. S. Zalevsky, G. B. Veselovskaya // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. — 2015. — Vol. 14. — № 1. — P. 111–118.

A method for calculating radar scattering characteristics of hydrometeors in the resonant wave band is described. The method is based on solving of the integral equation system of Muller type. The developed numerical algorithm allows to obtain stable calculation results at the smaller number of nodes of equivalent current densities on the scatterer surface in comparison with known methods. As a result the proposed method provides reducing necessary computer storage space and computation time. Results of calculating the radar cross section of rain drop and snow crystal models are demonstrated and discussed.

*Keywords:* hydrometeor, integral equation, weather radar, radar cross section.

Tab.: 2. Fig.: 03. Ref.: 26 items.