

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕДУРИ НЕКОГЕРЕНТНОЇ ДЕМОДУЛЯЦІЇ ЦИФРОВОГО СИГНАЛУ З ЧАСТОТНОЮ МАНІПУЛЯЦІЄЮ, ЩО СПОСТЕРІГАЄТЬСЯ НА ФОНІ ПОТУЖНОЇ ПОДІБНОЇ ЗАВАДИ

В.Ф. ЄРОХІН, Є.В. ПЕЛЕШОК

Розглянуто метод синтезу математичної моделі процедури некогерентної демодуляції цифрового сигналу з частотною маніпуляцією, що спостерігається на фоні потужної подібної завади

*Ключові слова:* радіозв'язок, цифровий сигнал, некогерентна демодуляція, частотна маніпуляція.

### ВСТУП

У сучасних умовах прийом радіосигналів здійснюється, як правило, в апіорно невизначеній сигнально-завадовій обстановці, яка обумовлена обмеженістю радіочастотного ресурсу та зростанням кількості та потужності структурних випромінювань різноманітного походження. Тому проблема демодуляції сигналів в умовах впливу завад була і залишається актуальною, а на її вирішення спрямована велика кількість робіт [1–2].

У даній статті пропонується для підвищення заводозахищеності прийому корисного сигналу, що спостерігається на фоні подібної потужної завади, використовувати демодулятори приймальних пристроїв, що синтезовані на основі математичних моделей компенсаційних процедур [3–6].

Метою і основним змістом статті є розв'язання задачі синтезу математичної моделі процедури некогерентної демодуляції взаємозаважаючих цифрових сигналів з частотною маніпуляцією (ЧМ-2). Для досягнення поставленої мети доопрацюємо і використаємо методику, яка наведена в [2, 7].

### 1. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕДУРИ НЕКОГЕРЕНТНОЇ ДЕМОДУЛЯЦІЇ ВЗАЄМНО ЗАВАЖАЮЧИХ ЦИФРОВИХ СИГНАЛІВ З ЧАСТОТНОЮ МАНІПУЛЯЦІЄЮ

Запишемо значення корисного сигналу двійкової частотної маніпуляції (ЧМ-2), що відповідають двом ( $m=2$ ) можливим значенням його дискретного параметра  $r_1 = 0,1$ . Припустимо, що дискретний параметр  $r_1 = 1$  модулюється та передається на частоті  $\omega_1$ , а  $r_1 = 0$  на  $\omega_2$ , тоді загальний вигляд корисного ЧМ-2 сигналу запишемо таким чином:

$$s_1(r_1, \varphi_{1c}, \varphi_{2c}, t) = r_1 [A_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_{1c})] + (1 - r_1) [A_0 \cos(\omega_2 t + \varphi_{2c})],$$

де  $\varphi_{1c}$ ,  $\varphi_{2c}$  – початкові фази корисного сигналу на частотах  $\omega_1$  та  $\omega_2$  відповідно, що є випадковими параметрами внаслідок флуктуації часу розповсюдження в каналі зв'язку;  $A_0$  – амплітуда корисного сигналу, що є незмінною за частотою.

У свою чергу, потужна та подібна ЧМ-2 завада також приймає два значення дискретного параметра  $r_2 = 0,1$ . Нехай для нашої моделі спостереження дискретний параметр  $r_2 = 1$  передається на частоті  $\omega_1$ , а  $r_2 = 0$  на  $\omega_2$ . Вираз для подібної ЧМ-2 завади запишемо таким чином:

$$s_2(r_2, \varphi_{13}, \varphi_{23}, t) = r_2 A_{21} \cos(\omega_1 t + \varphi_{13}) + (1 - r_2) A_{22} \cos(\omega_2 t + \varphi_{23}),$$

де  $\varphi_{13}$ ,  $\varphi_{23}$  – початкові фази завади на частотах  $\omega_1$  та  $\omega_2$  відповідно;  $A_{21}$ ,  $A_{22}$  – амплітуда завади на частотах  $\omega_1$  та  $\omega_2$  відповідно.

Вважатимемо, що частотні позиції і тактові точки сигналу та завади співпадають, а модуляція завади на кожній із двох частотних позицій здійснюється без розриву фази. Остання умова дає можливість використовувати когерентну (квазікогерентну) обробку завади, а корисний сигнал оброблятимемо некогерентно (квадратурно). Також вважатимемо, що в каналі зв'язку діє адитивна завада у вигляді адитивного білого гауссівського шуму (АБГШ).

На рис. 1 зображено у векторному вигляді корисний сигнал  $s_1(r_1, \varphi_{1c}, t)$  та заваду  $s_2(r_2, \varphi_{13}, t)$ , які обертаються в позитивному напрямку з однаковими кутовими швидкостями  $\omega_1$ , проте з різними значеннями повної фази відносно дійсної осі.

$$r_1 = 1 \quad r_2 = 1$$

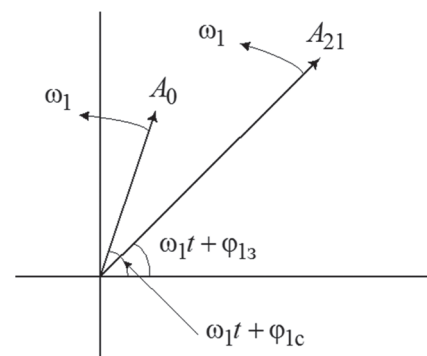


Рис. 1. Векторне подання корисного сигналу та завади

В першу чергу, для подання корисного сигналу  $s_1(r_1, \varphi_{1c}, t)$  на фоні потужної та подібної йому за структурою завади  $s_2(r_2, \varphi_{13}, t)$  необхідно

отримати значення синфазної та квадратурної складової амплітуди корисного сигналу відносно завади.

Для отримання синфазної складової амплітуди спроекуємо вектор корисного сигналу довжиною  $A_0$  на вектор завади, а для отримання квадратурної складової проведемо нормаль до початку вектора завади та отримаємо на ній проекцію вектора корисного сигналу. Кут між вектором корисного сигналу та завади позначимо  $\Delta\varphi$ , який, в свою чергу, дорівнюватиме різниці повних фаз даних векторів, а саме  $\Delta\varphi = \varphi_{1c} - \varphi_{13}$  (див. рис. 2).

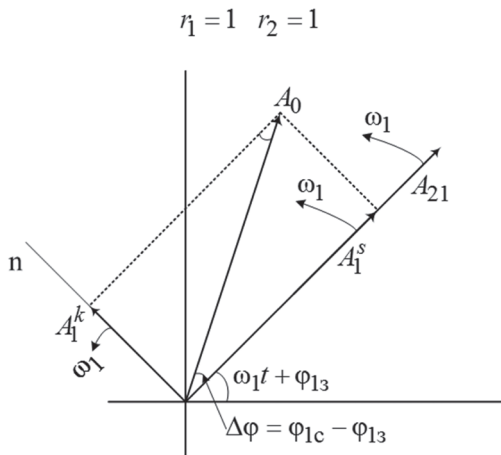


Рис. 2. Кутові співвідношення між сигналом і завадою

Значення синфазних  $A_1^s$  та квадратурних  $A_1^k$  складових амплітуди корисного сигналу  $s_1(r_1, \varphi_{1c}, t)$  на фоні подібної завади  $s_2(r_2, \varphi_{13}, t)$  запишемо таким чином:

$$A_1^s = A_0 \cos(\varphi_{1c} - \varphi_{13});$$

$$A_1^k = A_0 \sin(\varphi_{1c} - \varphi_{13}).$$

Значення  $A_2^s$  та  $A_2^k$  складових корисного сигналу  $s_1(r_1, \varphi_{2c}, t)$ , що відповідають передачі дискретного параметра  $r_1 = 0$  на фоні подібної завади  $s_2(r_2, \varphi_{23}, t)$ , отримуємо аналогічним шляхом

$$A_2^s = A_0 \cos(\varphi_{2c} - \varphi_{23}),$$

$$A_2^k = A_0 \sin(\varphi_{2c} - \varphi_{23}).$$

На рис. 3. наведено у векторному вигляді подібну заваду  $s_2(r_2, \varphi_{13}, t)$ , синфазну  $A_1^s$  та квадратурну  $A_1^k$  складову амплітуди корисного сигналу  $s_1(r_1, \varphi_{1c}, t)$ , що обертаються з однаковою кутковою швидкістю  $\omega_1$ . Значення повної фази відносно осі  $x$  синфазної складової  $A_1^s$  співпадає зі значенням повної фази  $\omega_1 t + \varphi_{13}$  вектора завади, а значення повної фази відносно осі  $x$  квадратурної складової  $A_1^k$  – більше на  $\frac{\pi}{2}$  від повної фази вектора завади. Використовуючи формулу приведення для тригонометричних функцій  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$ , запишемо повний вираз корисного сигналу  $s_1(r_1, \varphi_{1c}, t)$ , що спостерігається

на фоні потужної та подібної йому за структурою завади  $s_2(r_2, \varphi_{13}, t)$ :

$$\begin{aligned} s_1(r_1, \varphi_{1c}, t) &= \\ &= r_1 [A_1^s \cos(\omega_1 t + \varphi_{13}) - A_1^k \sin(\omega_1 t + \varphi_{13})] = \\ &= r_1 [A_0 \cos(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \cos(\omega_1 t + \varphi_{13}) - \\ &\quad - A_0 \sin(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \sin(\omega_1 t + \varphi_{13})]. \end{aligned} \quad (1)$$

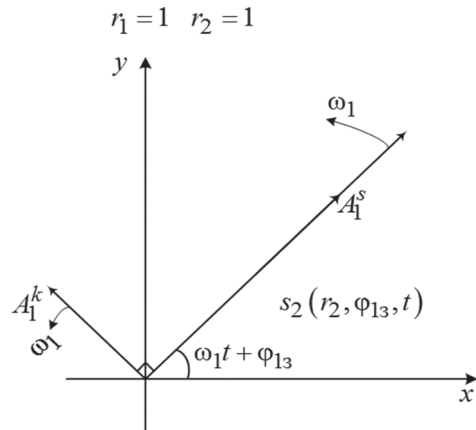


Рис. 3. Подання синфазної та квадратурної складових амплітуди корисного сигналу та завади

Вираз для корисного сигналу  $s_1(r_1, \varphi_{2c}, t)$ , що спостерігається на фоні  $s_2(r_2, \varphi_{23}, t)$ , отримуємо аналогічним шляхом і має такий вигляд:

$$\begin{aligned} s_1(r_1, \varphi_{2c}, t) &= (1 - r_1) [A_2^s \cos(\omega_2 t + \varphi_{23}) - \\ &\quad - A_2^k \sin(\omega_2 t + \varphi_{23})] = (1 - r_1) [A_0 \cos(\varphi_{2c} - \varphi_{23}) \times \\ &\quad \times \cos(\omega_2 t + \varphi_{23}) - A_0 \sin(\varphi_{2c} - \varphi_{23}) \sin(\omega_2 t + \varphi_{23})]. \end{aligned} \quad (2)$$

Загальну модель спостереження на тривалості тактового інтервалу  $T = t_k - t_{k-1}$  подамо таким чином:

$$\begin{aligned} y(t) &= s_1(r_1, \varphi_{1c}, \varphi_{2c}, t) + s_2(r_2, \varphi_{13}, \varphi_{23}, t) + n(t) = \\ &= r_1 [A_1^s \cos(\omega_1 t + \varphi_{13}) - A_1^k \sin(\omega_1 t + \varphi_{13})] + \end{aligned} \quad (3)$$

$+ (1 - r_1) [A_2^s \cos(\omega_2 t + \varphi_{23}) - A_2^k \sin(\omega_2 t + \varphi_{23})] +$   
 $+ r_2 A_{21} \cos(\omega_1 t + \varphi_{13}) + (1 - r_2) A_{22} \cos(\omega_2 t + \varphi_{23}) + n(t)$ , де  $n(t)$  – адитивний білий гауссівський шум.

Також вважатимемо, що стани дискретних параметрів  $r_1$  та  $r_2$  рівномірні та взаємно незалежні, а початкові фази  $\varphi_{1,2,c,3}$  рівномірно розподілені на інтервалі  $[0, 2\pi]$ . Крім того, при запропонованій вже відмові від оцінювання амплітуди  $A_0$  корисного сигналу очевидне рівняння  $h_1^2 = h_2^2$ . Однак припущення про відмову від оцінювання амплітуди корисного сигналу та заміни її величиною  $A_0 \ll A_{21}$ ,  $A_0 \ll A_{22}$  не дозволяє знехтувати тим, що в загальному випадку  $A_{21} \neq A_{22}$ , тому що можливий випадок, коли різниця  $|A_{21} - A_{22}|$  співвимірна з  $A_0$ .

У подальшому для мінімізації записів та простоти розуміння вважатимемо, що здійснюється передача корисного сигналу на частоті  $\omega_1$ , що відповідає значенню дискретного параметра  $r_1 = 1$ .

Зауважимо, що тепер прийнятий сигнал розглядається як сума корисного сигналу і завади. Для нашого випадку середня потужність запишеться таким чином [8]:

$$P_{r_1, r_2, \varphi_{1c, 3}} = \frac{1}{T} \int_{t_{k-1}}^{t_k} [s_1(r_1, \varphi_{1c}, t) + s_2(r_2, \varphi_{13}, t)]^2 dt. \quad (4)$$

Скориставшись формулою функціоналу правдоподібності для сигналу з випадковою початковою фазою [9, 10]

$$\Lambda_r[y(t); \varphi] = \exp\left\{-\frac{P_{r, \varphi} \cdot T}{N_0}\right\} \cdot \exp\left\{\frac{2T}{N_0} \cdot b_r[y(t); \varphi]\right\},$$

де  $P_{r, \varphi}$  – середня потужність прийнятого сигналу  $s(r, \varphi, t)$ ;  $b_r[y(t), \varphi] = b_r = \frac{1}{T} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) \cdot s(r, \varphi, t) dt$  – скалярний добуток вхідного спостереження  $y(t)$  на  $s(r, \varphi, t)$ , запишемо умовний функціонал правдоподібності для спостереження (3)

$$\Lambda_{r_1=1, r_2=1}[y(t); \varphi_{1c}, \varphi_{13}] = \exp\left\{-\frac{P_{r_1, r_2, \varphi_{1c, 3}}}{N_0}\right\} \times \exp\left\{\frac{2}{N_0} \cdot b_{r_1}[y(t), \varphi_{1c}]\right\} \cdot \exp\left\{\frac{2T}{N_0} \cdot b_{r_2}[y(t), \varphi_{13}]\right\},$$

де

$$b_{r_1}[y(t), \varphi_{1c}] = b_{r_1} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) \cdot s_1(r_1, \varphi_{1c}, t) dt, \quad (6)$$

$$b_{r_2}[y(t), \varphi_{13}] = b_{r_2} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) \cdot s_2(r_2, \varphi_{13}, t) dt.$$

Підставимо (4) та (6) в (5)

$$\begin{aligned} \Lambda_{r_1=1, r_2=1}[y(t); \varphi_{1c, 3}] &= \\ &= \exp\left[\frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) \cdot s_1(r_1, \varphi_{1c}, t) dt + \right. \\ &+ \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) \cdot s_2(r_2, \varphi_{13}, t) dt - \\ &- \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} s_1^2(r_1, \varphi_{1c}, t) dt - \\ &- \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} s_2^2(r_2, \varphi_{13}, t) dt - \\ &\left. - \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} s_1(r_1, \varphi_{1c}, t) \cdot s_2(r_2, \varphi_{13}, t) dt\right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Підставимо вираз для корисного сигналу (1) та значення завади  $s_2(r_2, \varphi_{13}, t)$ , що відповідає передачі дискретного параметра  $r_2 = 1$  в (7)

$$\begin{aligned} \Lambda_{r_1=1, r_2=1}[y(t); \varphi_{1c}; \varphi_{13}] &= \\ &= \exp\left\{\left[\frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) A_0 \cos(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \cos(\omega_1 t + \varphi_{13}) dt - \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) A_0 \sin(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \sin(\omega_1 t + \varphi_{13}) dt \left. \right] + \\ &+ \left[ \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) A_{21} \cos(\omega_2 t + \varphi_{13}) dt \right] - \\ &- \left[ \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_0^2 \cos^2(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \cos^2(\omega_1 t + \varphi_{13}) dt - \right. \\ &- \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_0^2 \sin^2(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \sin^2(\omega_1 t + \varphi_{13}) dt \left. \right] - \\ &- \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_{21}^2 \cos^2(\omega_2 t + \varphi_{13}) dt - \\ &- \frac{2}{N_0} \left[ \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_{21} A_0 \cos(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \cos^2(\omega_1 t + \varphi_{13}) dt - \right. \\ &- \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_{21} A_0 \sin(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \sin(\omega_1 t + \varphi_{13}) \cos(\omega_1 t + \varphi_{13}) dt \left. \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Праву частину (8) запишемо так:

$$- \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_{21} A_0 \cos(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \cos^2(\omega_1 t + \varphi_{13}) dt,$$

через те, що

$$\int_{t_{k-1}}^{t_k} \sin(\omega_1 t + \varphi_{13}) \cos(\omega_1 t + \varphi_{13}) dt = 0.$$

Введемо позначення в (8) з урахуванням (5), (6):

$$\begin{aligned} b_{r_1=1}^s &= \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) A_0 \cos(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \cos(\omega_1 t + \varphi_{13}) dt = \\ &= b_{r_1=1}^{s0} \cos(\varphi_{1c} - \varphi_{13}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{r_1=1}^k &= \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) A_0 \sin(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \sin(\omega_1 t + \varphi_{13}) dt = \\ &= b_{r_1=1}^{k0} \sin(\varphi_{1c} - \varphi_{13}); \end{aligned}$$

$$b_{r_2=1} = \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t) A_{21} \cos(\omega_2 t + \varphi_{13}) dt;$$

$$\begin{aligned} h_{r_1=1}^2 &= \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_0^2 \cos^2(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \cos^2(\omega_1 t + \varphi_{13}) dt - \\ &- \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_0^2 \sin^2(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \sin^2(\omega_1 t + \varphi_{13}) dt = \\ &= h_{r_1=1, s}^2 + h_{r_1=1, k}^2; \end{aligned}$$

$$h_{r_2=1}^2 = \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_{21}^2 \cos^2(\omega_2 t + \varphi_{13}) dt;$$

$$\begin{aligned} R_{r_1=1, r_2=1} &= \frac{1}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A_{21} A_0 \cos(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \cos^2(\omega_1 t + \varphi_{13}) dt = \\ &= R_{r_1=1, r_2=1}^0 \cos(\varphi_{1c} - \varphi_{13}). \end{aligned} \quad (9)$$

З урахуванням позначень (9), умовний функціонал правдоподібності (8) подамо таким чином:

$$\Lambda_{r_1=1, r_2=1} [y(t); \varphi_{1c}, \varphi_{13}] = \exp \left[ \left[ b_{r_1=1}^{s0} \cos(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) - b_{r_1=1}^{k0} \sin(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \right] + b_{r_2=1} - h_{r_1=1}^2 - h_{r_2=1}^2 - 2R_{r_1=1, r_2=1}^0 \cos(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) \right]. \quad (10)$$

Під час квазікогерентної обробки завади та за умови  $h_{r_2=1}^2 \gg 1$ , похибкою оцінки початкової фази  $\varphi_{13}$  можна знехтувати, тобто  $\varphi_{13} = 0$ . Осереднимо (10) по  $\varphi_{1c}$  на інтервалі  $[0, 2\pi]$  та отримаємо безумовний функціонал правдоподібності:

$$\Lambda_{r_1=1, r_2=1} [y(t); \varphi_{1c}] = \frac{\exp(-h_{r_1=1}^2)}{2\pi} \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \times \int_0^{2\pi} \exp \left[ \left( b_{r_1=1}^{s0} \cos \varphi_{1c} - b_{r_1=1}^{k0} \sin \varphi_{1c} \right) - 2R_{r_1=1, r_2=1}^0 \cos \varphi_{1c} \right] d\varphi_{1c}. \quad (11)$$

У подальшому множником  $\exp(-h_{r_1=1}^2)/2\pi$ , що не залежить від значень дискретного параметра  $r_1$  та  $r_2$ , знехтуємо. З урахуванням раніше введених позначень (9) запишемо:

$$R_{r_1=1, r_2=1}^0 = \frac{h_{r_2=1}^2 A_0}{A_{21}} = \alpha_{21} h_{r_2=1}^2. \quad (12)$$

Введемо позначення, що полегшують процедуру інтегрування (11):

$$B_1 = \sqrt{(b_{r_1=1}^{s0})^2 + (b_{r_1=1}^{k0})^2}; \quad \psi_1 = \arctg \frac{b_{r_1=1}^{k0}}{b_{r_1=1}^{s0}}, \quad (13)$$

звідки:

$$b_{r_1=1}^{s0} = B_1 \cos \psi_1; \quad b_{r_1=1}^{k0} = B_1 \sin \psi_1. \quad (14)$$

З урахуванням (12)–(14), (11) перепишемо у такому вигляді:

$$\Lambda_{r_1=1, r_2=1} [y(t); \varphi_{1c}] = \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \times \int_0^{2\pi} \exp \left\{ B_1 (\cos \psi_1 \cos \varphi_{1c} - \sin \psi_1 \sin \varphi_{1c}) - 2\alpha_{21} h_{r_2=1}^2 \cos \varphi_{1c} \right\} d\varphi_{1c}. \quad (15)$$

Значення для безумовних функціоналів правдоподібності для таких варіантів передачі дискретних параметрів:  $r_1 = 1, r_2 = 0$ ;  $r_1 = 0, r_2 = 1$ ;  $r_1 = 0, r_2 = 0$ , корисного сигналу та завади відповідно, отримуємо аналогічним шляхом:

$$\begin{aligned} \Lambda_{r_1=1, r_2=0} [y(t); \varphi_{1c}] &= \exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \times \\ &\times \int_0^{2\pi} \exp \left\{ B_1 (\cos \psi_1 \cos \varphi_{1c} - \sin \psi_1 \sin \varphi_{1c}) \right\} d\varphi_{1c}; \\ \Lambda_{r_1=0, r_2=1} [y(t); \varphi_{2c}] &= \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \times \\ &\times \int_0^{2\pi} \exp \left\{ B_2 (\cos \psi_2 \cos \varphi_{2c} - \sin \psi_2 \sin \varphi_{2c}) \right\} d\varphi_{2c}; \\ \Lambda_{r_1=0, r_2=0} [y(t); \varphi_{2c}] &= \exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \times \\ &\times \int_0^{2\pi} \exp \left\{ B_2 (\cos \psi_2 \cos \varphi_{2c} - \sin \psi_2 \sin \varphi_{2c}) - \right. \\ &\left. - 2\alpha_{22} h_{r_2=0}^2 \cos \varphi_{2c} \right\} d\varphi_{2c}. \end{aligned} \quad (16)$$

Запишемо безумовний функціонал правдоподібності в загальному розумінні з урахуванням (15) та (16)

$$\begin{aligned} \Lambda_{r_1, r_2} [y(t); \varphi_{1c}, \varphi_{2c}] &= \\ &= \exp \left\{ r_2 (b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) + (1 - r_2) (b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \right\} \times \\ &\times \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left\{ r_1 B_1 (\cos \psi_1 \cos \varphi_{1c} - \sin \psi_1 \sin \varphi_{1c}) + \right. \\ &\left. + (1 - r_1) B_2 (\cos \psi_2 \cos \varphi_{2c} - \sin \psi_2 \sin \varphi_{2c}) - \right. \\ &\left. - 2r_1 r_2 \alpha_{21} h_{r_2=1}^2 \cos \varphi_{1c} - 2(1 - r_1)(1 - r_2) \times \right. \\ &\left. \times \alpha_{22} h_{r_2=0}^2 \cos \varphi_{2c} \right\} d\varphi_{1c} d\varphi_{2c}. \end{aligned}$$

Для рівноймовірного дискретного параметра корисного сигналу  $s_1(r_1, \varphi_{1c}, t)$  правило прийняття рішення (ППР) має вигляд:

$$r_1^* = \text{rect} \left[ \Lambda_{r_1=1, r_2=0} [y(t); \varphi_{1c}] + \Lambda_{r_1=1, r_2=1} [y(t); \varphi_{1c}] - \Lambda_{r_1=0, r_2=1} [y(t); \varphi_{2c}] - \Lambda_{r_1=0, r_2=0} [y(t); \varphi_{2c}] \right], \quad (17)$$

де  $\text{rect}(x \geq 0) = 1$ ;  $\text{rect}(x < 0) = 0$  – розв’язувана функція.

З урахуванням (15) та (16), ППР (17) для рівноймовірного дискретного параметра корисного сигналу  $s_1(r_1, \varphi_{1c}, t)$ :

$$\begin{aligned} r_1^* &= \text{rect} \left[ \exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \times \right. \\ &\times \int_0^{2\pi} \exp \left\{ B_1 (\cos \psi_1 \cos \varphi_{1c} - \sin \psi_1 \sin \varphi_{1c}) \right\} d\varphi_{1c} + \\ &+ \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \int_0^{2\pi} \exp \left\{ B_1 (\cos \psi_1 \cos \varphi_{1c} - \sin \psi_1 \sin \varphi_{1c}) - \right. \\ &\left. - 2\alpha_{21} h_{r_2=1}^2 \cos \varphi_{1c} \right\} d\varphi_{1c} - \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \times \\ &\times \int_0^{2\pi} \exp \left\{ B_2 (\cos \psi_2 \cos \varphi_{2c} - \sin \psi_2 \sin \varphi_{2c}) \right\} d\varphi_{2c} - \\ &- \exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \int_0^{2\pi} \exp \left\{ B_2 (\cos \psi_2 \cos \varphi_{2c} - \sin \psi_2 \sin \varphi_{2c}) - \right. \\ &\left. - 2\alpha_{22} h_{r_2=0}^2 \cos \varphi_{2c} \right\} d\varphi_{2c} \left. \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

## 2. ЕКВІВАЛЕНТНІ ТА СПРОЩУЮЧІ ПЕРЕТВОРЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕДУРИ НЕКОГЕРЕНТНОЇ ДЕМОДУЛЯЦІЇ КОРИСНОГО СИГНАЛУ З ДВІЙКОВОЮ ЧМ, ЩО СПОСТЕРІГАЄТЬСЯ НА ФОНІ ПОТУЖНОЇ ПОДІБНОЇ ЗАВАДИ

Змінимо в (18) змінну інтегрування на  $\xi = \psi_{1,2} + \varphi_{1c,2c}$ , після чого з (18) отримуємо:

$$\begin{aligned} r_1^* &= \text{rect} \left\{ \exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \left[ \int_0^{2\pi} \exp(B_1 \cos \xi) d\xi - \right. \right. \\ &- \int_0^{2\pi} \exp \left[ (b_{r_1=0}^{s0} - 2\alpha_{22} h_{r_2=0}^2) \cos \varphi_{2c} - b_{r_1=0}^{k0} \sin \varphi_{2c} \right] d\varphi_{2c} \left. \right] - \\ &- \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \left[ \int_0^{2\pi} \exp(B_2 \cos \xi) d\xi - \right. \\ &- \int_0^{2\pi} \exp \left[ (b_{r_1=1}^{s0} - 2\alpha_{21} h_{r_2=1}^2) \cos \varphi_{1c} - b_{r_1=1}^{k0} \sin \varphi_{1c} \right] d\varphi_{1c} \left. \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

Введемо позначення аналогічно (13), (14):

$$b_{r_1=1,e}^{s_0} = b_{r_1=1}^{s_0} - 2\alpha_{21}h_{r_2=1}^2;$$

$$B_{1e} = \sqrt{(b_{r_1=1,e}^{s_0})^2 + (b_{r_1=1}^{k_0})^2};$$

$$b_{r_1=0,e}^{s_0} = b_{r_1=0}^{s_0} - 2\alpha_{22}h_{r_2=0}^2;$$

$$B_{2e} = \sqrt{(b_{r_1=0,e}^{s_0})^2 + (b_{r_1=0}^{k_0})^2};$$

$$\eta_1 = \text{arctg} \frac{b_{r_1=1}^{k_0}}{b_{r_1=1,e}^{s_0}}; \quad \eta_2 = \text{arctg} \frac{b_{r_1=0}^{k_0}}{b_{r_1=0,e}^{s_0}},$$

звідки

$$b_{r_1=1,e}^{s_0} = B_{1e} \cos \eta_1; \quad b_{r_1=1}^{k_0} = B_{1e} \sin \eta_1;$$

$$b_{r_1=0,e}^{s_0} = B_{2e} \cos \eta_2; \quad b_{r_1=0}^{k_0} = B_{2e} \sin \eta_2.$$

ППР (19) матиме такий вигляд:

$$r_1^* = \text{rect} \left[ \exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \left( \int_0^{2\pi} \exp(B_1 \cos \xi) d\xi - \int_0^{2\pi} \exp\{B_{2e} (\cos \eta_2 \cos \varphi_{2c} - \sin \eta_2 \sin \varphi_{2c})\} d\varphi_{2c} \right) - \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \left( \int_0^{2\pi} \exp(B_2 \cos \xi) d\xi - \int_0^{2\pi} \exp\{B_{1e} (\cos \eta_1 \cos \varphi_{1c} - \sin \eta_1 \sin \varphi_{1c})\} d\varphi_{1c} \right) \right]. \quad (20)$$

Після заміни змінних інтегрування у другому та четвертому інтегралі ППР (20) на  $\eta_{1,2} + \varphi_{1c,2c}$  отримуємо [11]:

$$r_1^* = \text{rect} \left[ \exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) [I_0(B_1) - I_0(B_{2e})] + \exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) [I_0(B_{1e}) - I_0(B_2)] \right], \quad (21)$$

де  $I_0(\dots)$  – модифікована функція Бесселя нульового порядку.

Можна побачити, що при  $h_{r_2=1,r_2=0}^2 \gg 1$ ,  $h_{r_2=1,r_2=0}^2 \gg h_{r_1=1,r_1=0}^2$

$$\exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \Big|_{r_2=1} \gg 1;$$

$$\exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \Big|_{r_2=1} \approx 0;$$

$$\exp(b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) \Big|_{r_2=0} \approx 0;$$

$$\exp(b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) \Big|_{r_2=0} \gg 1.$$

Тоді ППР (21) можна замінити асимптотично еквівалентним:

$$r_1^* = \text{rect} \left[ (b_{r_2=0} - h_{r_2=0}^2) [I_0(B_1) - I_0(B_{2e})] + \text{rect} \left[ (b_{r_2=1} - h_{r_2=1}^2) [I_0(B_{1e}) - I_0(B_2)] \right] \right]. \quad (22)$$

Таким чином, наближена процедура (22) прийняття рішення  $r_1^*$  є двоетапною, де на першому етапі приймається рішення про те, на якій із частот випромінюється завада  $s_2(r_2, \varphi_{13}, \varphi_{23}, t)$ . Якщо енергія завади суттєво перевищує енергію корисного сигналу  $s_1(r_1, \varphi_{1c}, \varphi_{2c}, t)$ , то пару ППР (22)  $\text{rect}(b_{r_2=1,r_2=0} - h_{r_2=1,r_2=0}^2)$ , через малий вплив похибок на загальне рішення  $r_1^*$ , слід замінити одним ППР при когерентному (квазікогерентному) прийманні ЧМ-2 сигналу [9, 10]:

$$r_2^* = \text{rect}(b_{r_2=1} - b_{r_2=0}).$$

У результаті (22) перетвориться до вигляду:

$$r_1^* = \text{rect} \left[ \text{rect}(b_{r_2=0} - b_{r_2=1}) (B_1 - B_{2e}) + \text{rect}(b_{r_2=1} - b_{r_2=0}) (B_{1e} - B_2) \right], \quad (23)$$

де враховано, що функція  $I_0(x)$  монотонна при  $x > 0$ .

У разі відсутності завади  $s_2(r_2, \varphi_{13}, \varphi_{23}, t)$ , тобто при  $h_{r_2=1,r_2=0}^2 = 0$ , ППР (21)–(23) вироджуються в класичні правила некогерентного приймання ЧМ-2 сигналу.

Виконаємо якісне оцінювання завадостійкості отриманого ППР для асимптотичного випадку необмеженого збільшення середньої потужності завади  $s_2(r_2, \varphi_{13}, \varphi_{23}, t)$ . Припускаючи, що похибки оцінювання неперервних  $(A_{21}, A_{22}, \varphi_{1,23})$  параметрів та дискретного параметра завади наблизяться до нуля, отримуємо такі вирази для  $b_{r_1=1}^s, b_{r_1=0}^s$ :

$$b_{r_1=1}^s \Big|_{r_2=1} = \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} [(A_1^s + A_{21}) \cos(\omega_1 t + \varphi_{13}) + n(t)] \times A_1^s \cos(\omega_1 t + \varphi_{13}) dt = 2h_{r_1=1,s}^2 + 2\alpha_{21}h_{r_2=1}^2 \cos(\varphi_{1c} - \varphi_{13}) + n_{ш1},$$

$$b_{r_1=0}^s \Big|_{r_2=0} = \frac{2}{N_0} \int_{t_{k-1}}^{t_k} [(A_2^s + A_{22}) \cos(\omega_2 t + \varphi_{23}) + n(t)] \times A_2^s \cos(\omega_2 t + \varphi_{23}) dt = 2h_{r_1=0,s}^2 + 2\alpha_{22}h_{r_2=0}^2 \cos(\varphi_{2c} - \varphi_{23}) + n_{ш2}. \quad (24)$$

Із співставлення (23) та (24) видно, що при вищезазначених припущеннях (про відсутність похибок оцінювання параметрів завади) складові в кореляційних інтегралах  $b_{r_1=1,r_2=0}^s$ , що породжуються її наявністю, повністю компенсуються. Шумові складові  $n_{ш1}$  та  $n_{ш2}$  залишаються такими ж, як і для класичного випадку некогерентного приймання ЧМ-2 сигналу. Таким чином, потенційна завадостійкість алгоритму некогерентної демодуляції (21) ЧМ-2 сигналу, за умови суттєвого перевищення середньої потужності подібної ЧМ-2 завади над потужністю корисного сигналу і відсутності похибок в оцінюванні її параметрів, є такою ж, як і за її відсутності.

## ВИСНОВКИ

Сутність запропонованої математичної моделі процедури некогерентної демодуляції взаємно заважаючих цифрових сигналів з ЧМ полягає в здійсненні квадратурної згортки синфазної та квадратурної складової амплітуди корисного сигналу на частоті прийому його дискретного параметра та компенсації негативного впливу потужної ЧМ-2 завади на синфазну складову амплітуди корисного ЧМ-2 сигналу. В подальшому здійснюється винесення рішення про переданий дискретний параметр корисного ЧМ-2 сигналу шляхом порівняння апостеріорних ймовірностей передачі дискретного параметра корисного ЧМ-2 сигналу для двох робочих частот.

Відмінною особливістю даної математичної моделі від загально відомої класичної некогерентної демодуляції ЧМ-2 сигналу є можливість визначення на якій робочій частоті присутня потужна ЧМ-2 завада та компенсація її на виходах кореляційної згортки корисного сигналу. За відсутності ЧМ-2 завади запропонована математична модель вироджується у класичну математичну модель некогерентної демодуляції цифрових сигналів з ЧМ.

Також розроблена математична модель є суворо оптимальною за критерієм мінімуму середньої ймовірності помилки на біт корисного сигналу.

Дана математична модель процедури некогерентної демодуляції взаємно заважаючих цифрових сигналів з ЧМ у порівнянні з відомою некогерентною демодуляцією цифрового ЧМ сигналу має ряд переваг:

— за умови суттєвого перевищення середньої потужності подібної завади (на 4-10 дБ) над потужністю корисного ЧМ-2 сигналу та відсутності похибок в оцінці параметрів завади потенційна (гранична) завадозахищеність процедури некогерентної демодуляції (23) є такою ж, як і за відсутності завади;

— можливість здійснення компенсації потужної подібної завади на виходах кореляційної згортки корисного сигналу, що є зручним з точки зору технічної реалізації;

— дана математична модель процедури може використовуватися в ході реалізації програм повторного використання частотного ресурсу та під час розробки перспективних завадозахищених засобів радіозв'язку.

#### Література

- [1] Бобровский В. И. Многопользовательское детектирование / В. И. Бобровский. — Ульяновск. : Вектор — 2007. — 348 с.
- [2] Ерохін В. Ф. Алгоритм демодуляції, що забезпечує повторне використання частот цифрового радіомовлення / В. Ф. Ерохін, І. М. Крутофіст // Захист інформації. — 2005. — № 25. — С. 42–47.
- [3] Бураченко Д. Л. Потенціальна помехоустойчивость разделения цифровых сигналов. Методика, программы, результаты расчетов / Д. Л. Бураченко, В. Ф. Ерохін, В. О. Рашич — Л., 1987. — 122 с. — Деп. в ЦСИФ МО 04.03.87, № В-523.
- [4] Ерохін В. Ф. Оптимальні алгоритми розділення двох взаємно неортогональних сигналів / В. Ф. Ерохін, Є. В. Пелешок // Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2012. — Вип. 49. — С. 33–41.
- [5] Ерохін В. Ф. Оптимальная демодуляция цифрового сигнала при аддитивном воздействии мощной подобной помехи // В. Ф. Ерохін, В. Н. Раевский // Изв. вузов. НТУУ «КПИ». Серія Радіоелектроніка. — 2009. — Т. 52, № 9. — С. 17–29.
- [6] Ерохін В. Ф. Синтез алгоритма разделения гетерохронных цифровых сигналов / В. Ф. Ерохін, Д. В. Люлин // Электронное моделирование. ИПМЭ. — 1999. — Т. 21, № 5. — С. 46–54.
- [7] Ерохін В. Ф. Демодуляция конфликтующих цифровых сигналов / В. Ф. Ерохін. — К. : КВИУС — ИК им. В. М. Глушкова АН Украины, 1993. — 132 с.
- [8] Ерохін В. Ф. Асимптотична ефективність когерентних демодуляторів цифрових сигналів, що спостерігають-

ся на фоні подібних потужних завад / В. Ф. Ерохін, І. М. Крутофіст // Труды академії. НАОУ. — 2005. — № 65. — С. 76–81.

- [9] Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений / Л. М. Финк. — М. : Сов. радио, 1970. — 728 с.
- [10] Хворостенко Н. П. Статистическая теория демодуляции дискретных сигналов / Н. П. Хворостенко. — М. : Связь, 1968. — 336 с.
- [11] Прудников А. П. Интегралы и ряды. Том 1. Элементарные функции / А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев. — М. : Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1981. — 798 с.

Надійшла до редколегії 10.03.2015

**Ерохін Віктор Федорович**, д-р техн. наук, професор, зав. каф. №3 «Застосування засобів спеціальних телекомунікаційних систем» Інституту спеціального зв'язку та захисту інформації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Наукові інтереси: розробка процедур розв'язання конфліктів на фізичному рівні, розробка процедур когерентної та некогерентної демодуляції корисного цифрового сигналу з різними видами маніпуляції в умовах впливу потужної подібної за своєю структурою до корисного сигналу завади, розробка завадозахищених засобів радіозв'язку.



**Пелешок Євген Володимирович**, наук. співроб. наук.-дослід. центру Інституту спеціального зв'язку та захисту інформації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Наукові інтереси: розробка процедур завадозахищеного прийому цифрового сигналу з різними видами маніпуляції, що спостерігається на фоні потужної подібної завади; розробка завадозахищених засобів радіозв'язку.



УДК 621.391.17

**Математическая модель процедуры некогерентной демодуляции цифрового сигнала с частотной манипуляцией, который наблюдается на фоне мощной подобной помехи / В. Ф. Ерохін, Є. В. Пелешок // Прикладная радиоэлектроника: научн.-техн. журнал. — 2015. — Том 14. — № 2. — С. 160–165.**

Рассмотрен метод синтеза математической модели процедуры некогерентной демодуляции цифрового сигнала с частотной манипуляцией, который наблюдается на фоне мощной подобной помехи.

*Ключевые слова:* радиосвязь, цифровой сигнал, некогерентная демодуляция, частотная манипуляция.

Рис.: 3. Библиогр.: 11 назв.

UDC 621.391.17

**Mathematical model of procedure of incoherent demodulation of a digital signal with frequency-shift keying which is observed on the background of similar strong interference / V. F. Yerokhin, Y. V. Peleshok // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. — 2015. — Vol. 14. — № 2. — P. 160–165.**

The paper considers the method of synthesizing the mathematical model of the procedure of incoherent demodulation of a digital signal with frequency-shift keying which is observed on the background of a similar strong interference.

*Keywords:* radiocommunication, digital signal, incoherent demodulation, frequency-shift keying.

Fig.: 3. Ref.: 11 items.