УДК 621.396.965:621.391.26

АДАПТИВНЫЕ СИСТЕМЫ ЗАЩИТЫ РЛС ОТ ШУМОВЫХ ПОМЕХ. 1. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ АВТОКОМПЕНСАТОРЫ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ГРАДИЕНТНЫХ АЛГОРИТМОВ АДАПТАЦИИ

В.П. РЯБУХА

Первая статья цикла статей по адаптивным системам защиты РЛС от маскирующих шумовых помех. Рассматриваются аналоговый и цифровой корреляционные автокомпенсаторы с градиентными алгоритмами настройки. Поясняется причина зависимости их быстродействия от числа, расположения и интенсивности источников внешних шумовых помех. Выводится модифицированный алгоритм адаптивной настройки, обеспечивающий устойчивую работу цифрового автокомпенсатора.

Ключевые слова: шумовые помехи, адаптивные системы, корреляционные автокомпенсаторы, градиентные алгоритмы, быстродействие, объем обучающей выборки, устойчивость.

ВВЕДЕНИЕ

РЛС контроля воздушного пространства должны решать стоящие перед ними задачи в условиях воздействия различного рода помех, в частности, маскирующих шумовых помех (**ШП**), создаваемых точечными по пространству источниками гауссовских независимых непрерывных шумовых излучений (рис. 1.1). Они маскируют полезные сигналы (рис. 1.2) и затрудняют тем самым извлечение полезной информации.

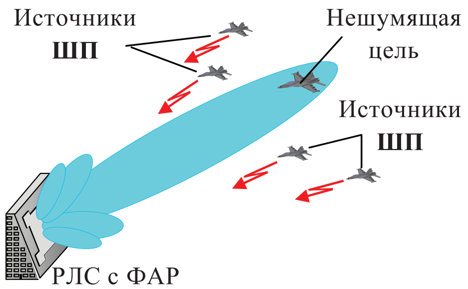


Рис. 1. Источники **ШП**

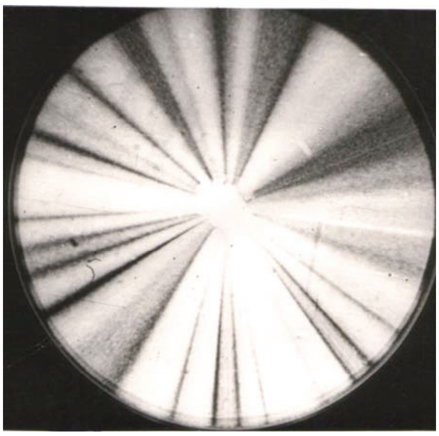


Рис. 2. Вид ИКО РЛС при воздействии **ШП**

Как известно, основополагающим принципом защиты РЛС (выделения полезного сигнала на фоне помех) как от шумовых, так и других помех, является использование различий параметров помехи и полезного сигнала. Оно заключается в формировании минимумов («провалов») в угловых, поляризационных, скоростных и т.п. характеристиках приемника в соответствующих «направлениях» на источники помех и максимумов в «направлении» на полезный сигнал [1]. Так, пространственные (угловые) различия между положениями цели и внешних источников шумовых излучений могут порождать отличия между полезным и мешающими сигналами. Селекцию, реализующую такие различия, называют пространственной (угловой).

На практике параметры шумовой помехи, в частности, ее пространственная корреляционная матрица $\mathbf{\Phi}$, как правило, неизвестна и, кроме того, они меняются во времени из-за движения источников **ШП** и обзора пространства самой РЛС. В этих условиях обычно невозможно обеспечить защиту РЛС системами с априори выбранными фиксированными параметрами.

Поэтому большое значение имеет способность системы защиты от помех приспосабливаться к изменяющейся помеховой обстановке, т.е. адаптироваться к ней. Адаптивные системы обработки должны оперативно извлекать и использовать недостающую информацию о параметрах помех непосредственно из входных воздействий. Процедура оценивания этих параметров – неотъемлемый элемент адаптивной обработки.

Оценки параметров непрерывных **ШП** получают в результате обработки **классифицированной** (без полезных сигналов) **обучающей выборки** объема K (рис. 3), порожденной только помехой. В каждом из каналов M-элементной антенной решетки (рис. 3) колебания **ШП** дискретизируются в моменты времени $t_1, t_2, \ldots, t_K$. В произвольный момент времени t_i получаем M-мерный обучающий вектор комплексных амплитуд помехи:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{y}(t_i) = \left[y_1(t_i)\; y_2(t_i) \ldots y_M(t_i) \right]^T . \qquad (1)$$

Последовательность отсчетов во времени порождает последовательность обучающих векторов $\mathbf{y}_1,\ \mathbf{y}_2, \ldots,\ \mathbf{y}_i, \ldots \mathbf{y}_K$ (рис. 3), т.е. $(M \times K)$-мерную обучающую выборку $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^{K}$.

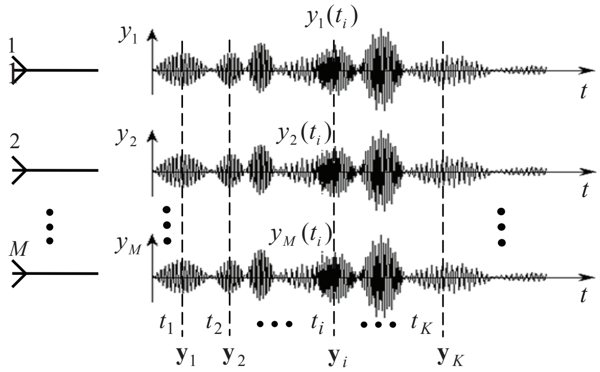


Рис. 3. Обучающие векторы

Важнейшим показателем качества адаптивных систем обработки является **быстродействие**, мерой которого служит объем выборки K, при котором потери эффективности адаптивной обработки по выбранному критерию по сравнению с гипотетической ситуацией отсутствия неопределенности не превысят допустимого предела. Это быстродействие существенно зависит от выбранного алгоритма оценивания параметров помех и степени учета имеющейся априорной информации.

Выделим 4 различных по этому показателю вида адаптивных систем защиты от **ШП**, получивших к настоящему времени наибольшую известность:

- корреляционные автокомпенсаторы помех на основе стохастических градиентных алгоритмов адаптации [1–15, 42–44];
- квазиньютоновские алгоритмы адаптации на основе оценок максимального правдоподобия (**МП** оценок) корреляционных матриц (**КМ**) гауссовых помех [16–24];
- квазиньютоновские алгоритмы адаптации на основе регуляризованных разновидностей **МП** оценок **КМ** [25–28];
- адаптивные многоступенчатые решетчатые фильтры на основе факторизованных представлений матриц, обратных **КМ** гауссовых помех, или их ленточных аппроксимаций [29–36].

Данная статья – первая из цикла статей по теории и технике обработки сигналов на фоне **ШП,** посвящена анализу широко использующихся в существующих РЛС корреляционных автокомпенсаторов помех на основе стохастических градиентных алгоритмов адаптации. Остальные перечисленные выше адаптивные системы будут рассмотрены в последующих статьях.

Статья организована следующим образом.

В п. 1, 2 рассматривается аналоговый, а в п. 3, 4 – цифровые корреляционные автокомпенсаторы с градиентными алгоритмами настройки.

1. АНАЛОГОВЫЙ КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АВТОКОМПЕНСАТОР ШУМОВЫХ ПОМЕХ

А. Первые варианты корреляционных автокомпенсаторов (**АК**) с градиентными алгоритмами настройки в нашей стране были предложены Я.Д. Ширманом и С.И. Красногоровым в начале 60-х годов прошлого века [1, 3–5], а их "гетеродинный" вариант – В.В. Федининым и И.Г. Крыловым. Примерно в это же время такие предложения появились независимо и в США [6–8].

Такие автокомпенсаторы нашли широкое применение в практике радиолокации – РЛС 36Д6, П18ММ, П-190У, 5Н84А, 55Ж6, 1Л13, 1Л119, 5Н87М, 64Н6Е, AN/MPQ-53 и др.

Б. На рис. 4 приведена упрощенная схема аналогового многоканального корреляционного **АК** с выделенным (нерегулируемым) основным каналом и системой из $M-1$ параллельно включенных регулируемых вспомогательных (компенсационных) каналов.

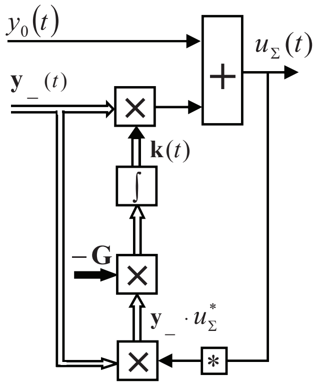


Рис. 4. Аналоговый многоканальный **АК**

Комплексная амплитуда помехи на его выходе

$$u_\Sigma(t)=y_\Sigma(t)=y_0(t)+\mathbf{k}^*(t)\cdot\mathbf{y}_{\_}(t) \qquad (2)$$

равна сумме комплексных амплитуд помехи в основном канале $y_0(t)$ и линейной комбинации (взвешенной сумме) помех компенсационных каналов $\mathbf{y}_{\_}(t)=\{y_\ell(t)\}_{\ell=1}^{M-1}$, компенсирующей помеху в основном канале за счет специального подбора $(M-1)$– мерного вектора весов $\mathbf{k}(t)$.

При использовании в цепях корреляционной обратной связи (**КОС**) интегрирующих фильтров первого порядка он удовлетворяет системе дифференциальных уравнений [1, 2, 42]

$$T\cdot\frac{d\,\mathbf{k}(t)}{dt}+\mathbf{k}(t)=-\mathbf{G}\cdot\mathbf{y}_{\_}(t)\cdot u_\Sigma{}^*(t),\quad \mathbf{k}(0)=\mathbf{k}_0, \qquad (3)$$

где T – постоянная времени интеграторов (обычно одинаковая в каждом из них), $\mathbf{G}=\mathrm{diag}\{g_i>0\}_{i=1}^{M-1}$ – диагональная матрица коэффициентов усиления цепей **КОС**. Под производной от вектора здесь и далее понимается вектор производных его элементов.

Для среднего значения $\boldsymbol{\kappa}(t)=\overline{\mathbf{k}(t)}$ вектора весов справедливо равенство

$$T\cdot\frac{d\,\boldsymbol{\kappa}(t)}{dt}+\boldsymbol{\kappa}(t)\approx-\mathbf{G}\cdot\overline{\mathbf{y}_{\_}(t)\cdot u_\Sigma{}^*(t)},$$
$$\boldsymbol{\kappa}(0)=\boldsymbol{\kappa}_0, \qquad (4)$$

в силу которого в установившемся режиме в стационарной помеховой обстановке, когда $\boldsymbol{\kappa}(t)=\boldsymbol{\kappa}=\text{const}$, $\overline{\mathbf{y}_{-}(t)\cdot u_{\Sigma}^{*}(t)}\approx -\mathbf{G}^{-1}\cdot\boldsymbol{\kappa}$, и при больших усилениях $(g_i \to \infty)$

$$\overline{\mathbf{y}_{-}(t)\cdot u_{\Sigma}^{*}(t)}\approx 0\,, \qquad (5)$$

т.е. помеха (2) на выходе сумматора **АК** в этом режиме некоррелирована с помехами вспомогательных каналов.

Левая часть последнего равенства представляет собой градиент мощности помехи на выходе **АК** по компонентам вектора весов его вспомогательных каналов. При равенстве усилений цепей **КОС** $(\mathbf{G}=g\cdot\mathbf{I})$ вектор (3) входных напряжений их интеграторов пропорционален вектору $\mathbf{y}_{-}(t)\cdot u_{\Sigma}^{*}(t)$ – случайной оценке этого градиента. Поэтому алгоритм настройки (адаптации) (3) **АК** (рис. 4) при $\mathbf{G}=g\cdot\mathbf{I}$ называется (стохастическим) градиентным [1, 2, 18, 19, 42].

Справедливость равенства (5) означает, что составной M – мерный вектор

$$\mathbf{r}=\left\{r_j\right\}_{j=1}^{M}=\begin{bmatrix}1\\ \mathbf{k}\end{bmatrix} \qquad (6а)$$

пропорционален 1-му столбцу $\boldsymbol{\Psi}_1$ матрицы $\boldsymbol{\Psi}=\boldsymbol{\Phi}^{-1}$, обратной $M\times M$ пространственной **КМ** $\boldsymbol{\Phi}=\overline{\mathbf{y}(t)\cdot\mathbf{y}^{*}(t)}$ помех $\mathbf{y}^{*}(t)=\begin{bmatrix}y_0^{*}(t) & \mathbf{y}_{-}^{*}(t)\end{bmatrix}$ основного и вспомогательных каналов:

$$\mathbf{r}\approx(1/\psi_{11})\cdot\boldsymbol{\Psi}_1\,, \qquad (6б)$$

а **мощность помехи на выходе АК** в **установившемся** режиме

$$\overline{\left|u_{\Sigma}\right|^{2}}\approx\mathbf{r}^{*}\cdot\boldsymbol{\Phi}\cdot\mathbf{r}=1/\psi_{11} \qquad (7)$$

минимальна при единичном коэффициенте передачи (6а) основного канала.

Тем самым **АК** представляет собой адаптивный фильтр подавления помех, **асимптотически** (в установившемся режиме) приближающийся по свойствам к обращающим или обеляющим фильтрам [1] – составным элементам оптимальных устройств обработки сигналов на фоне **ШП**.

На рис. 5 для РЛС с основной остронаправленной антенной и компенсационной слабонаправленной антенной, имеющей провал в области максимума основной ДН, показан вид экрана амплитудного индикатора (осциллографа) (*а*, *б*) и индикатора кругового обзора (ИКО) (*в*, *г*) при выключенном (*а*, *в*) и включенном (*б*, *г*) автокомпенсаторе **ШП**, создаваемой одним источником.

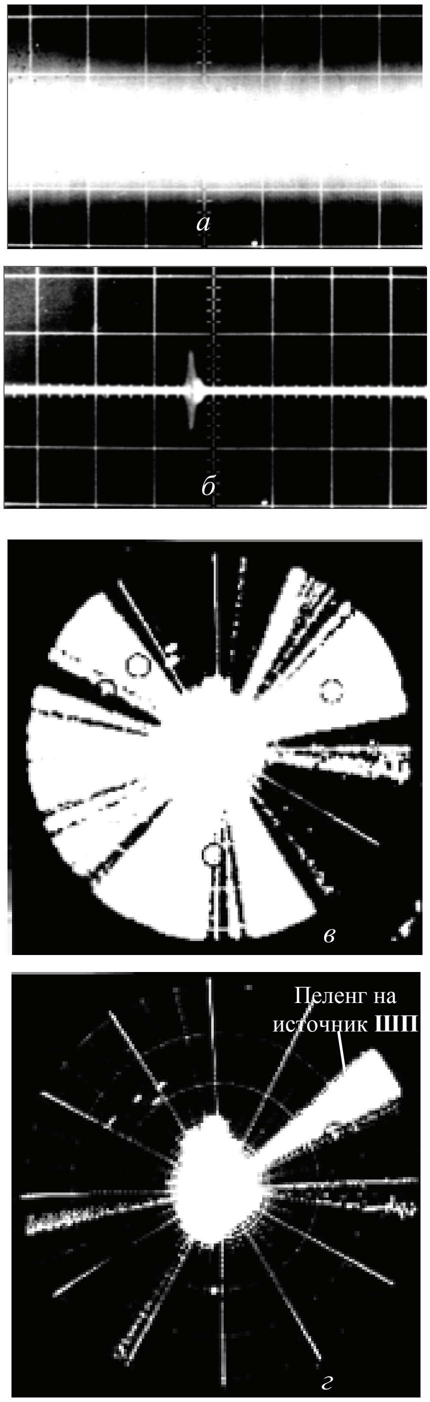


Рис. 5. Вид экрана осциллографа (*а*, *б*) и ИКО (*в*, *г*) при выключенном (*а, в*) и включенном (*б*, *г*) автокомпенсаторе **ШП**

Как видно, в условиях воздействия одного источника стационарной **ШП** рассматриваемый **АК** (рис. 4) достаточно эффективен.

Однако быстродействие, т.е. время переходного процесса от начального до установившегося режима, в корреляционном **АК** (рис. 4), адаптирующихся по градиентному алгоритму (3), зависит от степени сложности помеховой обстановки (числа и расположения источников помех, их интенсивности) и может быть недопустимо большим (превышать интервал стационарности помехи).

2. БЫСТРОДЕЙСТВИЕ АНАЛОГОВОГО КОРРЕЛЯЦИОННОГО АВТОКОМПЕНСАТОРА

А. Для пояснения причин этого недостатка и способов его преодоления рассмотрим переходный процесс в аналоговом **АК** (рис. 4) [37] при появлении в момент $t = 0$ M-мерного вектора $\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_0(t) \\ \mathbf{y}_-(t) \end{bmatrix}$ комплексных амплитуд процесса $y_0(t)$ на его основном входе и $(M-1)$-мерного вектора $\mathbf{y}_-(t) = \{y_\ell(t)\}_{\ell=1}^{M-1}$ процессов на его $M-1$ вспомогательных входах.

В соответствии с (2) изменение во времени мощности процесса на выходе **АК**

$$\overline{|u_\Sigma(t)|^2} = \overline{\left(y_0(t) + \mathbf{k}^*(t)\cdot \mathbf{y}_-(t)\right)\cdot \left(y^*{}_0(t) + \mathbf{y}^*_-(t)\cdot \mathbf{k}(t)\right)} = \\ = \varphi_{11} + \boldsymbol{\kappa}^*(t)\cdot \mathbf{f}_0 + \mathbf{f}_0{}^* \cdot \boldsymbol{\kappa}(t) + \boldsymbol{\kappa}^*(t)\cdot \boldsymbol{\Phi}_- \cdot \boldsymbol{\kappa}(t) \tag{8}$$

определяется **КМ**

$$\boldsymbol{\Phi} = \overline{\mathbf{y}(t)\cdot \mathbf{y}^*(t)} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \mathbf{f}_0^* \\ \mathbf{f}_0 & \boldsymbol{\Phi}_- \end{bmatrix}, \quad \varphi_{11} = \overline{|y_0(t)|^2}, \\ \mathbf{f}_0 = \overline{\mathbf{y}_-(t)\cdot y_0^*(t)}, \quad \boldsymbol{\Phi}_- = \overline{\mathbf{y}_-(t)\cdot \mathbf{y}_-^*(t)} \tag{9}$$

вектора $\mathbf{y}(t)$ входных воздействий и поведением во времени среднего значения $\boldsymbol{\kappa}(t) = \overline{\mathbf{k}(t)}$ вектора весов вспомогательных каналов **АК**, которое описывается решением системы уравнений (4). При нулевом начальном значении $\boldsymbol{\kappa}(0) = 0$ это решение имеет вид [38]

$$\boldsymbol{\kappa}(t) = (\mathbf{I} - \mathbf{e}^{\mathbf{A}t})\cdot \boldsymbol{\kappa}_{st} = \boldsymbol{\kappa}_{st} - \boldsymbol{\kappa}_{trans}(t), \\ \boldsymbol{\kappa}_{st} = -\mathbf{A}^{-1}\cdot \mathbf{b}, \quad \mathbf{A} = -T^{-1}\cdot (\mathbf{I} + \gamma\cdot \boldsymbol{\Phi}), \\ \mathbf{b} = -T^{-1}\cdot \gamma\cdot \mathbf{f}_0, \quad \boldsymbol{\kappa}_{trans}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}t}\cdot \boldsymbol{\kappa}_{st}, \tag{10}$$

где матричный экспоненциал

$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}t} = \mathbf{T}\cdot \mathbf{E}(t)\cdot \mathbf{T}^*, \quad \mathbf{E}(t) = \mathrm{diag}\{\exp(\lambda_i(\mathbf{A})\cdot t)\}_{i=1}^{M} \tag{11}$$

определяется унитарной ($\mathbf{T}\cdot\mathbf{T}^* = \mathbf{T}^*\cdot\mathbf{T} = \mathbf{I}$) матрицей собственных векторов (**с.в.**) и диагональной матрицей $\boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{A}) = \mathrm{diag}\{\lambda_i(\mathbf{A})\}_{i=1}^{M}$ собственных чисел (**с.ч.**) матрицы $\mathbf{A}$ (10). Для нее

$$\Lambda(\mathbf{A}) = -\frac{1}{T}\cdot (\mathbf{I} + \gamma\cdot \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\Phi})), \quad \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\Phi}) = \mathrm{diag}\{\mu_i(\boldsymbol{\Phi})\}_{i=1}^{M}, \\ \lambda_i(\mathbf{A}) = -\frac{1}{T}\cdot (1 + \gamma\cdot \mu_i(\boldsymbol{\Phi})), \tag{12}$$

где $\mu_i(\boldsymbol{\Phi})$ $(i \in 1,\ M)$ – **с.ч. КМ** $\boldsymbol{\Phi}_-$ процессов на входах вспомогательных каналов **АК**.

В силу эрмитовости и положительной определенности **КМ** любых физически реальных процессов все **с.ч. КМ** $\boldsymbol{\Phi}$ действительны и каждое из них положительно $(\mu_i(\boldsymbol{\Phi}) > 0)$. Поэтому все **с.ч.** $\lambda_i(\mathbf{A}) < 0$, так что

$$\mathbf{E}(\infty) = \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\kappa}_{trans}(\infty) = \mathbf{0}, \\ \boldsymbol{\kappa}(\infty) = \boldsymbol{\kappa}_{st}(\gamma) = -\left(\gamma^{-1}\cdot \mathbf{I} + \boldsymbol{\Phi}\right)^{-1}\cdot \mathbf{f}_0, \\ \boldsymbol{\kappa}_{st}(\infty) = \boldsymbol{\kappa}_{vin} = -\boldsymbol{\Phi}^{-1}\cdot \mathbf{f}_0. \tag{13}$$

Отсюда следует, что среднее значение вектора весов рассматриваемого **АК** асимптотически (при $t \to \infty$) стремится к своему установившемуся значению $\boldsymbol{\kappa}(\infty) = \boldsymbol{\kappa}_{st}(\gamma)$, которое, в свою очередь, при $\gamma \to \infty$ стремится к оптимальному винеровскому значению $\boldsymbol{\kappa}_{st}(\infty) = \boldsymbol{\kappa}_{vin}$, при котором выполняется равенство (5), а мощность процесса на его выходе минимальна. Тем самым характер переходного процесса в рассматриваемом **АК** (рис. 4) с одинаковыми коэффициентами усиления γ всех цепей **КОС** определяется переходной компонентой $\boldsymbol{\kappa}_{trans}(t)$ (11), (12) вектора весов, зависящей от **с.в.** $\mathbf{u}_i$ и **с.ч.** μ_i $(i \in 1,\ M)$ **КМ** $\boldsymbol{\Phi} = \{\varphi_{ij}\}_{i,j=1}^{M}$ процессов на входах его M вспомогательных каналов.

Б. Напомним, что для произвольной $M \times M$ матрицы $\boldsymbol{\Phi} = \{\varphi_{ij}\}_{i,j=1}^{M}$ собственным является такой вектор $\mathbf{u} = \{u_i\}_{i=1}^{M}$, который преобразуется ею в пропорциональный вектор

$$\boldsymbol{\Phi}\cdot \mathbf{u} = \mu\cdot \mathbf{u}, \tag{14}$$

а коэффициент пропорциональности (растяжения (сжатия)) μ называется **с.ч.** матрицы $\boldsymbol{\Phi}$, которому отвечает (соответствует) **с.в.** $\mathbf{u}$.

Пусть, например, в роли $\boldsymbol{\Phi} = \{\varphi_{ij}\}_{i,j=1}^{M}$ выступает 2×2 эрмитова матрица

$$\boldsymbol{\Phi} = \eta\cdot \begin{bmatrix} 1 & \dot{\rho}^* \\ \dot{\rho} & 1 \end{bmatrix} = \eta\cdot \begin{bmatrix} 1 & \rho\cdot e^{-j\cdot\nu} \\ \rho\cdot e^{j\cdot\nu} & 1 \end{bmatrix}. \tag{15}$$

Нетрудно убедиться, что

$$\boldsymbol{\Phi}\cdot c\cdot \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\cdot\nu} \end{bmatrix} = \eta\cdot (1+\rho)\cdot c\cdot \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\cdot\nu} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\Phi}\cdot d\cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -e^{j\cdot\nu} \end{bmatrix} = \eta\cdot (1-\rho)\cdot d\cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -e^{j\cdot\nu} \end{bmatrix},$$

и, следовательно,

$$\mu_1 = \eta\cdot (1+\rho) \quad \text{и} \quad \mathbf{u}_1 = c\cdot \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\cdot\nu} \end{bmatrix}, \\ \mu_2 = \eta\cdot (1-\rho) \quad \text{и} \quad \mathbf{u}_2 = d\cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -e^{j\cdot\nu} \end{bmatrix} \tag{16}$$

являются **с.ч.** и отвечающими им **с.в.** $\boldsymbol{\Phi}$ (15).

Равенство (13) определяет **с.в.** $\mathbf{u}$ с точностью до произвольного комплексного множителя, поэтому скаляры $c \ne 0$ и $d \ne 0$ в (16) в принципе могут быть любыми. Обычно они выбираются так, чтобы была равна единице норма (квадрат длины) $\mathbf{u}_i^*\cdot \mathbf{u}_i$ $(i \in 1, M)$ каждого **с.в.** Очевидно, что в рассматриваемом примере этому условию удовлетворяют нормирующие множители $c = d = 1/\sqrt{2}$.

Нетрудно проверить, что **с.в.** $\mathbf{u}_1$ и $\mathbf{u}_2$ (16) ортогональны ($\mathbf{u}_1^* \cdot \mathbf{u}_2 = \mathbf{u}_2^* \cdot \mathbf{u}_1 = 0$). Это свойство присуще **с.в.**, отвечающим различным **с.ч.**, произвольной **эрмитовой** $(\mathbf{\Phi} = \mathbf{\Phi}^*)$ матрицы. В сочетании с условием нормировки **с.в**. и определением (13) это означает, что

$$\mathbf{u}_i^* \cdot \mathbf{u}_j = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases}$$

$$\mathbf{U} \cdot \mathbf{U}^* = \mathbf{U}^* \cdot \mathbf{U} = \mathbf{I}, \quad \mathbf{U} = \{\mathbf{u}_i\}_{i=1}^{M}, \tag{17}$$

$$\mathbf{\Phi} = \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{U}^*, \ \ \boldsymbol{\mu} = \mathrm{diag}\{\mu_i\}_{i=1}^{M}.$$

Поэтому матрица

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= -T^{-1} \cdot \left(\mathbf{I} + \gamma \cdot \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{U}^*\right) = \\ &= \mathbf{U} \cdot (-T^{-1} \cdot (\mathbf{I} + \gamma \cdot \boldsymbol{\mu})) \cdot \mathbf{U}^* = \mathbf{U} \cdot \Lambda(\mathbf{A}) \cdot \mathbf{U}^*, \end{aligned} \tag{18}$$

откуда следует, что **с.в.** матриц $\mathbf{A}$ (10) и **КМ** $\mathbf{\Phi}$ совпадают.

Сумма **с.ч**. $\sum_{i=1}^{M} \mu_i(\mathbf{\Phi})$ матрицы $\mathbf{\Phi}$ равна ее следу $tr\,\mathbf{\Phi} = \sum_{i=1}^{M} \varphi_{ii}$ (сумме диагональных элементов), а их произведение $\prod_{i=1}^{M} \mu_i(\mathbf{\Phi})$ – ее детерминанту $\det \mathbf{\Phi} = |\mathbf{\Phi}|$.

Если в матрице $\mathbf{\Phi}$ (15) $\rho = 1$, то она имеет одно ненулевое ($\mu_1 = 1 + \rho = \mathbf{x}^* \cdot \mathbf{x} = 2$, где $\mathbf{x}^* = [1 \ e^{j \cdot \nu}]$) и одно нулевое $(\mu_2 = 1 - \rho = 0)$ **с.ч.**, нулевой детерминант $\prod_{i=1}^{2} \mu_i(\mathbf{\Phi})$ и, следовательно, вырождена. Ее **ранг**, совпадающий с числом ненулевых с.ч., в этом примере равен 1, в связи, с чем она представима в виде произведения $\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}^*$ векторов $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j \cdot \nu} \end{bmatrix}$ и $\mathbf{x}^* = [1 \ e^{j \cdot \nu}]$ **ранга** 1.

Этот результат – следствие более общего результата, в соответствии с которым любая $M \times M$ матрица $\mathbf{\Phi} = \{\varphi_{ij}\}_{i,j=1}^{M}$, представимая в виде произведения $\mathbf{\Phi} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^*$ $M \times n$ и $n \times M$ матриц–сомножителей ранга $n < M$, имеет ранг $\mathrm{rank}(\mathbf{\Phi}) = n$ и, следовательно, $n < M$ ненулевых **с.ч.** $\mu_i(\mathbf{\Phi}) > 0$ $(i \in 1, n)$ и $M - n$ нулевых **с.ч.** $\mu_i(\mathbf{\Phi}) = 0$ $(i \in n+1, M)$. Для ненулевых **с.ч.** и соответствующих им **с.в.** $\mathbf{u}_i$ $(i \in 1, n)$ справедливы равенства

$$\begin{gathered} \mu_i(\mathbf{\Phi}) = \nu_i(\mathbf{Q}) > 0, \ \ \mathbf{u}_i = \frac{1}{\sqrt{\mu_i}} \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{v}_i, \ \ i \in 1, n, \\ \mathbf{Q} = \{q_{ij}\}_{i,j=1}^{n} = \mathbf{X}^* \cdot \mathbf{X}, \end{gathered} \tag{18}$$

где $\nu_i(\mathbf{Q})$ и $\mathbf{v}_i$ **с.ч**. и соответствующие им **с.в.** $n \times n$ матрицы $\mathbf{Q}$.

Б. Применим эти результаты к системе защиты линейной ФАР на основе аналогового **АК** (рис. 4), показанной на рис. 6.

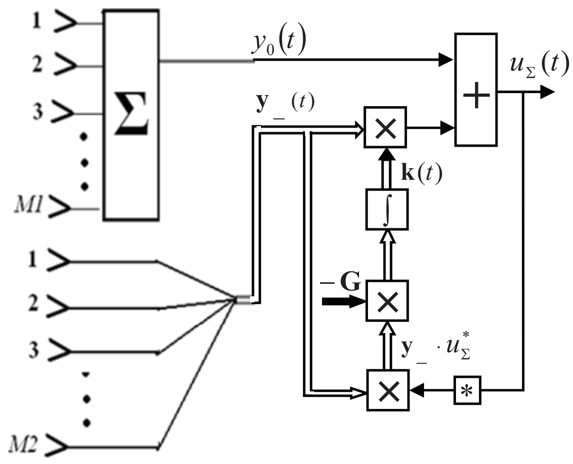


Рис. 6. Система защиты ФАР
на основе аналогового **АК**

Здесь сигнал основного канала $y_0(t)$ на выходе защищаемой антенны представляет собой сумму сигналов первых $M1$ элементов $(M1 + M2)-$линейной эквидистантной ФАР, остальные $M2$ элемента которой используются в качестве вспомогательных (компенсационных) каналов приема (рис. 6). В этом случае ДН основной $M1-$элементной антенны равна

$$\mathrm{f}\,(\upsilon) = \left(\frac{\sin(\pi \cdot \upsilon)}{\sin(\pi \cdot \upsilon / M1)}\right)^2, \ \ \upsilon = \frac{M1 \cdot d}{\lambda} \cdot \sin\theta, \tag{19}$$

где υ – обобщенный угол, выраженный в долях полуширины ДН по нулевому уровню; θ – отсчитываемое от нормали к ФАР угловое направление; d и λ – расстояние между элементами ФАР и длина волны соответственно. Функция $\mathrm{f}\,(\upsilon)$ равна нулю при всех отличных от нуля целых значениях обобщенной угловой координаты υ, периодична по υ с периодом $M1$ и симметрична относительно точки $\upsilon = 0$. Поэтому она полностью определяется показанным на рис. 7 ее отрезком на интервале $0 \le \upsilon \le M1/2 = 10$.

Нетрудно показать, что в рассматриваемом случае **КМ** $\mathbf{\Phi}$ (9) составного $(M2+1)$-мерного вектора $\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_0(t) \\ \mathbf{y}_-(t) \end{bmatrix}$ процессов в основном и вспомогательных каналах равна

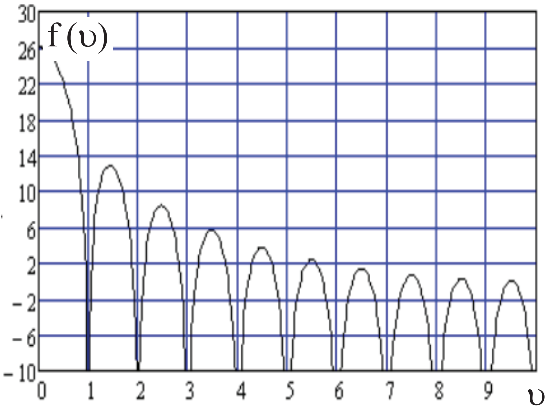


Рис. 7. ДН защищаемой ФАР

$$\mathbf{\Phi} = \{\varphi_{pq}\}_{p,q=1}^{M2+1} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \mathbf{f}_0^* \\ \mathbf{f}_0 & \mathbf{\Phi}_- \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} M1\cdot(1+\eta) & h\cdot\mathbf{f}^*(\boldsymbol{\upsilon})\cdot\mathbf{X}_2^* \\ h\cdot\mathbf{X}_2\cdot\mathbf{f}(\boldsymbol{\upsilon}) & \mathbf{I}_{M_2}+h\cdot\mathbf{X}_2\cdot\mathbf{X}_2^* \end{bmatrix}, \qquad (20)$$

где η – задаваемое отношение мощности излучений внешних источников **ШП** к мощности собственного шума в основном канале приема (отношение помеха/шум (**ОПШ**)), $h = \dfrac{M1\cdot\eta}{\mathbf{f}^*(\boldsymbol{\upsilon})\cdot\mathbf{f}(\boldsymbol{\upsilon})}$ – отношение мощности равномощных источников **ШП** к мощности шума в элементах АР, обеспечивающее заданное значение **ОПШ**, $\mathbf{f}(\boldsymbol{\upsilon}) = \{\mathrm{f}(\upsilon_i)\}_{i=1}^n$ – вектор значений ДН (19) в направлениях υ_i $(i\in 1,n)$ на n источников;

$$\mathbf{\Phi}_- = \{\varphi_{ij}\}_{i,j=1}^{M_2} = \mathbf{I}_{M_2} + h\cdot\mathbf{X}_2\cdot\mathbf{X}_2^* \; - \qquad (21а)$$

КМ помехи от равномощных источников в $M2$ компенсационных каналах;

$$\mathbf{X}_2 = \mathbf{X}(M2)\cdot\mathrm{diag}\{e^{-j\cdot\nu_i\cdot\frac{M1-1}{2}}\}_{i=1}^n;$$

$$\mathbf{X}(M2) = \{\mathbf{x}_i(M2)\}_{i=1}^n; \qquad (21б)$$

$$\mathbf{x}_i(M2) = \{e^{-j\cdot\nu_i\cdot p}\}_{p=1}^{M2}; \quad \nu_i = \frac{2\cdot\pi\cdot\upsilon_i}{M1}.$$

Для среднего (10) вектора весов в этом случае справедливо равенство

$$\boldsymbol{\kappa}(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t)\cdot g_i\cdot\mathbf{u}_i + w(t)\cdot\mathbf{f}_0;$$
$$g_i = \mathbf{u}_i^*\cdot\mathbf{f}_0; \quad \mathbf{u}_i = \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{\mu_i}}\cdot\mathbf{X}_2\cdot\mathbf{v}_i; \qquad (22а)$$

$$c_i(t) = \frac{\gamma\cdot(1-e^{-\frac{t}{T}\cdot(1+q_i)})}{(1+\gamma)+q_i} - w(t); \; w(t) = \frac{\gamma\cdot(1-e^{-\frac{t}{T}})}{(1+\gamma)}; \qquad (22б)$$
$$\gamma = q/\mu_{\max}; \; q_i = q\cdot\mu_i/\mu_{\max},$$

где μ_i и $\mathbf{v}_i$ $(i\in 1,n)$ – **с.ч.** и соответствующие им **с.в.** $n\times n$ матрицы

$$\mathbf{Q} = \{q_{ij}\}_{i,j=1}^n = h\cdot\mathbf{X}_2^*\cdot\mathbf{X}_2, \qquad (23)$$

$q = \gamma\cdot\mu_{\max}$ – максимальное допустимое значение обобщенного коэффициента усиления цепей **КОС**, превышение которого подавляет и полезный сигнал.

В качестве примера на рис. 8 для системы защиты линейной эквидистантной ФАР (рис. 6) с $M1 = M2 = 20$ показаны зависимости от "относительного" времени $\tau = t/T$ мощности (8) процесса на выходе **АК** (рис. 4, 6) с различными значениями обобщенного коэффициента усиления цепей **КОС** q при $n = 1$ источнике шумовых излучений, действующему с направления $\upsilon_1 = 1.5$ максимума первого бокового лепестка ДН (рис. 7) при **ОПШ** в основном канале $\eta = 30$ дБ.

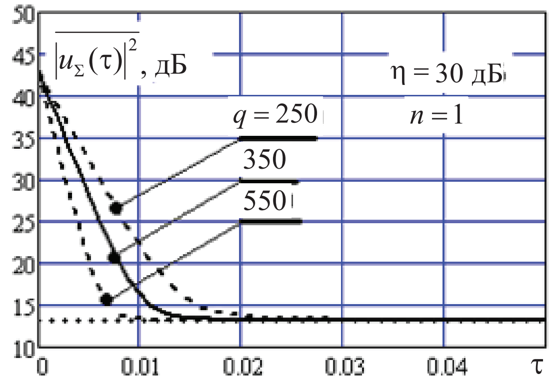


Рис. 8. Переходной процесс в **АК**

Будем для конкретности полагать, что допустимая степень подавления отраженного полезного сигнала обеспечивается выбором усиления $q \le 350$, увеличение которого, ускоряя переходный процесс, ведет к недопустимым потерям сигнала.

На рис. 9 для этого граничного значения $q = 350$ показаны те же зависимости, но для $n = 2$ (*а*) и $n = 3$ (*б*) источников **ШП** (**ИШП**) с обобщенными угловыми координатами υ_i $(i\in 1,\ n)$, указанными в поле графиков.

Из сравнения рис. 9 и рис. 8 видно, что с ростом числа источников переходный процесс затягивается и, кроме того, установившееся значение выходной мощности может быть заметно выше показанного штриховой горизонтальной прямой ее минимального значения, обеспечиваемого "винеровским" весовым вектором $\boldsymbol{\kappa}_{vin}$ (13). Последнее обусловлено неизбежной конечностью q, негативное влияние которой проявляется тем сильнее, чем больше число источников излучений.

Характер переходного процесса определяется значениями обобщенных коэффициентов усиления $q_i = q\cdot\mu_i/\mu_{\max}$, при фиксированном значении q, зависящих от **с.ч.** матрицы $\mathbf{Q}$ (23). В частности, для $n = 2$ она равна

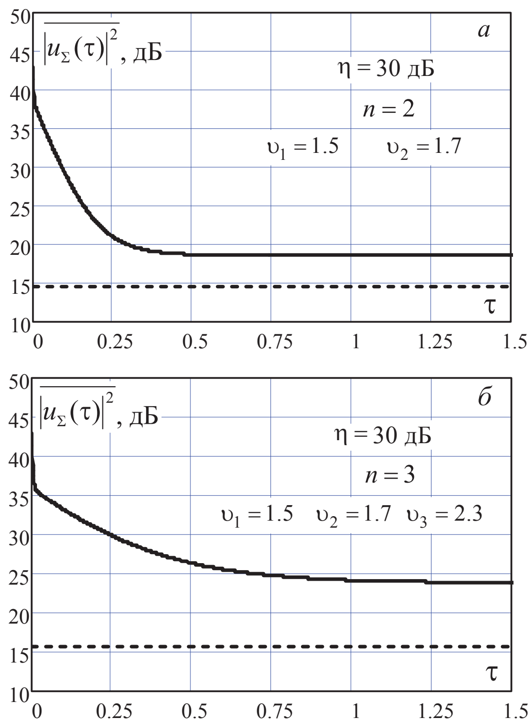


Рис. 9. Переходной процесс в **АК** при действии 2-х (*а*) и 3-х (*б*) **ИШП** ($q = 350$)

$$\mathbf{Q} = M2 \cdot h \cdot \begin{bmatrix} 1 & \rho \cdot e^{-j\cdot\nu} \\ \rho \cdot e^{j\cdot\nu} & 1 \end{bmatrix},$$
$$\rho = \frac{\sin(\pi \cdot (\upsilon_1 - \upsilon_2))}{M2 \cdot \sin(\pi \cdot (\upsilon_1 - (\upsilon_2 / M2))}, \qquad (24)$$
$$\nu = \frac{\pi \cdot (\upsilon_1 - \upsilon_2)}{(1 + 1/M2)},$$

а ее **с.ч.**, в соответствии с (16), равны

$$\mu_1 = M2 \cdot h \cdot (1+\rho), \quad \mu_2 = M2 \cdot h \cdot (1-\rho). \qquad (25)$$

Для приведенных на рис. 9, *а* координат υ_i $(i \in 1,\ n)$ источников $\mu_1 \approx 27900$, $\mu_2 \approx 927{,}7$, так что при $q = q_1 = 350$ значение $q_2 \approx 11.64$. Экспонента в значении $c_2(t)$ (22) с таким показателем степени затухает с существенно меньшей (примерно в 30 раз) скоростью, чем в значении $c_1(t)$ с показателем $q_1 = 350$, что примерно во столько же раз "затягивает" переходный процесс в условиях рис. 9, *а* по сравнению с ситуацией рис. 8 для $n = 1$ и $q = q_1 = 350$.

Для условий рис. 9, *б* при $n = 3$ источниках **с.ч.** $n \times n$ **КМ** $\mathbf{Q}$ (13) равны $\mu_1 \approx 26340$, $\mu_2 \approx 9785$, $\mu_3 \approx 249$, так что разброс между максимальным и минимальным **с.ч.** (и, следовательно, между максимальным и минимальным показателями степени экспонент) здесь достигает примерно 106 раз. За счет этого примерно во столько же раз увеличено время установления переходного процесса на рис. 9, *б* по сравнению с ситуацией рис. 8.

Каждое увеличение числа источников на единицу сопровождается "окаймлением" матрицы $\mathbf{Q}$ (23) очередными строкой и столбцом. В соответствии с теоремой отделения Штурма [26], при таком окаймлении максимальное собственное значение $\mu_{\max}$ никогда не уменьшается (обычно – увеличивается), а минимальное собственное значение $\mu_{\min}$ никогда не растет (обычно – падает). В связи с этим с ростом числа источников разброс **с.ч.** $\mu_{\max}/\mu_{\min}$ матрицы $\mathbf{Q}$ (23) никогда не уменьшится (как правило, только увеличится), так что быстродействие **АК** рис. 4 с ростом числа источников никогда не будет увеличиваться (чаще – снижаться). Степень снижения определяется при этом расположением и интенсивностями источников.

На рис. 10 показаны зависимости (в дБ) значений $1+\mu_{\max}(\mathbf{Q})$ (сплошные кривые) и $1+\mu_{\min}(\mathbf{Q})$ (штриховые кривые) от обобщенного углового расстояния $\Delta\upsilon = \upsilon_i - \upsilon_{i-1}$ $(i \in 2, n)$ между смежными источниками **равномощных** излучений.

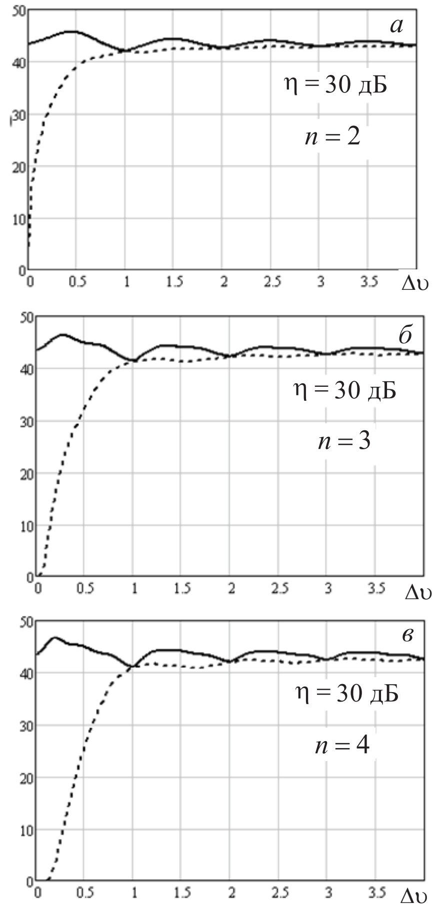


Рис. 10. Экстремальные **с.ч.** матрицы $\mathbf{Q}$

Видно, что разброс **с.ч.** особенно велик, если угловое расстояние между источниками составляет доли ширины бокового лепестка ДН (рис. 7). Он уменьшается по мере роста углового расстояния между источниками и отсутствует ($\mu_i = \mu$ $(i \in 1,\ n)$ $\mu_{\min} = \mu_{\max}$) при "ортогональном" расположении **равномощных** источников (расстояние между ними кратно ширине бокового лепестка ДН (рис. 6) по нулевому уровню). В этом случае матрица $\mathbf{Q}$ (23) является скалярной (пропорциональной единичной) матрицей, а переходный процесс устанавливается так же, как при действии только одного источника (рис. 8).

Ситуация равномощных источников маловероятна. Нетрудно показать, что при различии интенсивностей взаимно независимых шумовых излучений различных источников характер переходного процесса определяется разбросом **с.ч.** матрицы

$$\mathbf{Q} = \{q_{ij}\}_{i,j=1}^{n} = \mathbf{h} \cdot \mathbf{X}_2^* \cdot \mathbf{X}_2, \ \ \mathbf{h} = \mathrm{diag}\{h_i\}_{i=1}^{n}, \qquad (26)$$

где h_i – **ОПШ** в элементе ФАР для i-го из них. При реально различных значениях h_i матрица (26) не является скалярной даже при "ортогональных" источниках, так что переходный процесс в **АК** будет затягиваться и в этом случае.

3. ЦИФРОВЫЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ АВТОКОМПЕНСАТОРЫ ШУМОВЫХ ПОМЕХ

А. Простейший цифровой **АК** получается при дискретизации алгоритма (2), (3) в виде [2, 42]

$$u_{\Sigma(k)} = y_{0(k)} + \mathbf{k}_k^* \cdot \mathbf{y}_{\_(k)}\,, \qquad (27а)$$

$$T \cdot \frac{\mathbf{k}_{k+1} - \mathbf{k}_k}{\Delta} + \mathbf{k}_k = -\gamma \cdot \mathbf{y}_{\_(k)} \cdot u_{\Sigma(k)}^*\,, \qquad (27б)$$

$$\mathbf{k}(0) = \mathbf{k}_0.$$

Здесь нижний индекс «k» указывает номер отсчета (рис. 3) соответствующего процесса, Δ – временной интервал между ними.

Равенство (27б) можно переписать в виде

$$\mathbf{k}_{k+1} = (1-\mu)\cdot \mathbf{k}_k - \mu \cdot \gamma \cdot \mathbf{y}_{\_(k)} \cdot u_{\Sigma(k)}^*\,,$$

где $\mu = \Delta / T$. Обычно для минимизации флуктуаций компонент весовых векторов $\mu = \Delta / T << 1$, в связи с чем последнее равенство записывается следующим образом:

$$\mathbf{k}_{k+1} = \mathbf{k}_k - q \cdot \mathbf{y}_{\_(k)} \cdot u_{\Sigma(k)}^*, \quad q = \mu \cdot \gamma. \qquad (28)$$

Схема построенного по (27а), (28) цифрового **АК** показана на рис. 11. Его основное достоинство – относительная простота. Однако он имеет серьезные недостатки, которые мы продемонстрируем на примере использования этого **АК** в качестве адаптивной системы защиты антенны от равномощных шумовых излучений точечных по угловым координатам источников, расположенных в ее дальней зоне.

В качестве антенной системы, как и при анализе аналогового **АК** (рис. 6), будем использовать $(M1+M2)$-линейную эквидистантную ФАР (рис. 12). При этом первые $M1$ элементы формируют основной канал, а остальные $M2$ элемента используются в качестве компенсационных.

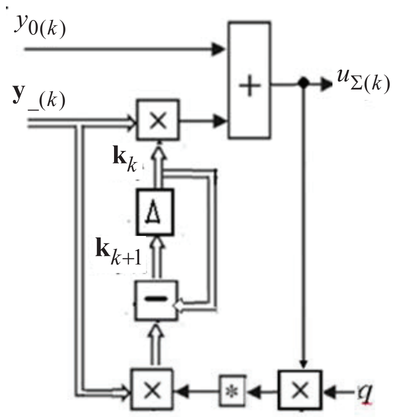


Рис. 11. Цифровой **АК**

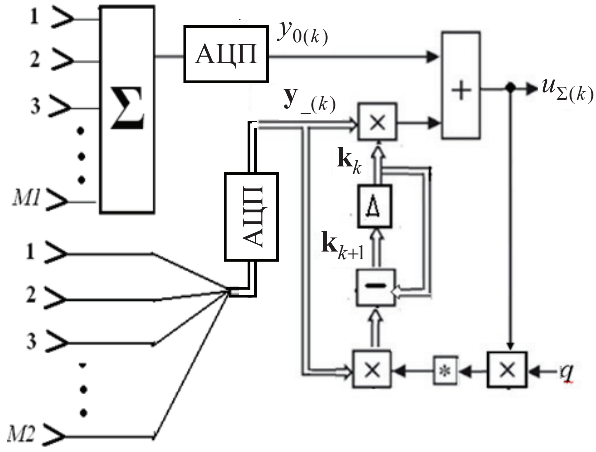


Рис. 12. Система защиты ФАР на основе цифрового **АК**

Здесь, как и ранее, пространственная **КМ Ф** составного $(M2+1)$-мерного вектора $\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_0(t) \\ \mathbf{y}_\_(t) \end{bmatrix}$ процессов в основном и вспомогательных каналах определяется соотношением (20).

Первый диагональный элемент ω_{11} матрицы $\mathbf{\Psi} = \left\{\omega_{pq}\right\}_{p,q=1}^{M2+1} = \mathbf{\Phi}^{-1}$, обратной **КМ** (20), определяет минимально возможную мощность

$$\overline{\left|u_{\Sigma(k)}\right|^2}_{\min} = 1/\omega_{11} \qquad (29)$$

на выходе **АК** (рис. 11, 12) и, тем самым, максимальный коэффициент подавления шумовой помехи

$$kp = kp_{\max} = \varphi_{11} \cdot \omega_{11} = M1 \cdot (1+\eta) \cdot \omega_{11}\,, \qquad (30)$$

где $\varphi_{11} = M1 \cdot (1+\eta)$ (см. (20)).

Б. В качестве меры быстродействия цифрового **АК** будем использовать число K отсчетов (рис. 3) входного процесса, которое требуется для того, чтобы выходная мощность превысила минимально возможную (29) не более, чем на допустимую величину (обычно –3 дБ).

Необходимые для решения этой задачи отсчеты процессов в основном и вспомогательных каналах формируются по соотношениям

$$y_{0(k)} = h^{1/2} \cdot \mathbf{f}^*(\boldsymbol{\upsilon}) \cdot \xi_{interf\,(k)} + \mathbf{E}^*_{M1} \cdot \xi 1_{(k)},$$
$$\mathbf{y}_{-(k)} = h^{1/2} \cdot \mathbf{X}_2 \cdot \xi_{interf\,(k)} + \xi 2_{(k)},\ k \in 1, K, \qquad (31)$$

где

$$\xi_{interf\,(k)} = \left\{\xi^{(\text{int})}_{i(k)}\right\}_{i=1}^{n} \sim CN(0, \mathbf{I}_n),$$
$$\xi 1 = \left\{\xi 1_{i(k)}\right\}_{i=1}^{M1} \sim CN(0, \mathbf{I}_{M1}),$$
$$\xi 2 = \left\{\xi 2_{i(k)}\right\}_{i=1}^{M1} \sim CN(0, \mathbf{I}_{M2}) \quad - \qquad (32)$$

гауссовы взаимно независимые комплексные векторы соответствующих размеров, составленные из некоррелированных отсчетов белого шума в k-й дискретный момент времени; $\mathbf{E}^*_{M1} = \{1, 1, ..., 1\}$ – $M1$-мерная строка из единиц.

В. На рис. 13 приведены результаты моделирования работы цифрового **АК** по алгоритму (27а), (28) в составе схемы рис. 12 при **ОПШ** $\eta = 1000$ (30 дБ). Горизонтально расположенные рисунки (например, *а*, *д*, *и*) соответствуют различному числу n источников **ШП** при одном и том же значении коэффициента усиления q в цепях **КОС АК**, указанном в поле этих рисунков. Вертикально расположенные рисунки (например, *а–г*) соответствуют различным значениям q при одном и том же числе и расположении n источников **ШП**, параметры которых (число n и вектор $\boldsymbol{\upsilon}$ обобщенных угловых координат) указаны сверху этих рисунков.

На всех рисунках сплошные кривые – усредненные по $N = 200$ реализациям значения квадратов модулей $\left|y_{0(k)}\right|^2$ и $\left|u_{\Sigma(k)}\right|^2$ процессов $y_{0(k)}$ и $u_{\Sigma(k)}$ на входе основного канала и выходе **АК**, горизонтальная штриховая прямая – минимально возможное значение (29) мощности процесса на выходе **АК** в соответствующей ситуации (все – в дБ).

Приведенные результаты наглядно иллюстрируют существенные недостатки градиентного алгоритма (27а), (28) адаптации цифрового **АК** (рис. 11, 12), связанные с сильной зависимостью его эффективности (быстродействия) от параметров (числа и расположения) внешних источников и коэффициента усиления q цепей **КОС** (величины шага градиентной процедуры (28)). В частности, при $q = 3 \cdot 10^{-6}$ вход в "зону 3-дБ потерь" при $n = 1$ в среднем обеспечивается за $K \approx 50$ отсчетов (рис. 13, *а*), тогда как при $n = 2$ для этого требуется примерно 1000 отсчетов (рис. 13, *д*), а при $n = 3$ – значительно более 1000 отсчетов (рис. 13, *и*).

Эти цифры могут отличаться как в меньшую, так и большую сторону при изменении угловых координат источников, однако зависимость быстродействия от числа источников сохранится практически в любом случае.

Быстродействие может несколько увеличиться с ростом коэффициента усиления q, однако его рост жестко ограничен возможностью самовозбуждения **АК**. Так, в рассматриваемом эксперименте переход от $q = 3 \cdot 10^{-6}$ (рис. 13, *а*, *д*, *и*) до $q = 10^{-5}$ (рис. 13, *б*, *е*, *к*) заметно увеличил быстродействие (для входа в "зону 3-дБ потерь" в этом случае потребовалось $K \approx 15$ отсчетов при $n = 1$ и около 300 и 1000 отсчетов при $n = 2$ и $n = 3$ соответственно), однако рост значения q до $3 \cdot 10^{-5}$ (рис. 13, *ж*, *л*, *г*) при незначительном ускорении процедуры адаптации резко увеличил дисперсию флуктуаций выходного процесса, а уже при $q = 5 \cdot 10^{-5}$ (рис. 13, *з*, *м*) **АК** "самовозбудился" – мощность выходного процесса стала существенно выше мощности процесса на его основном входе.

Причины этих недостатков порождены принципиальными особенностями градиентных процедур адаптации и спецификой использованной дискретизации (27), (28) [39] аналоговых уравнений (2), (3). Первое обусловливает зависимость быстродействия **АК** от параметров (интенсивности, числа и расположения) внешних источников, что подробно объяснено выше на примере аналогового **АК**, второе – возможную неустойчивость его работы при увеличении коэффициента усиления q цепей **КОС** или, что эквивалентно, при росте интенсивности внешних воздействий.

Оставаясь в рамках градиентной процедуры адаптации, нельзя устранить первый недостаток, тогда как второй можно исключить, незначительно модифицируя алгоритм адаптивной настройки (27б), (28) цифрового варианта (рис. 11) аналогового **АК** (рис. 4).

Г. Причина неустойчивой работы цифрового **АК** рис. 11 заключается в том, что вектор весов $\mathbf{k}_{k+1}$ (28) для $(k+1)$-го шага адаптации формируется по данным предшествующих шагов, не включающим данные этого шага. Тем самым на $(k+1)$-м шаге вектор весов $\mathbf{k}_{k+1}$ пропорционален градиенту целевой функции (мощности помехи на выходе) не на текущем, а на предыдущем шаге. Именно это "запаздывание" управляющего воздействия в цепи обратной связи порождает неустойчивость и возможное самовозбуждение цифрового **АК**.

Эти недостатки можно устранить, исключив это запаздывание за счет отличной от (27) дискретизации вида

$$u_{\Sigma(k)} = y_{0(k)} + \mathbf{k}^*_k \cdot \mathbf{y}_{\_(k)}, \qquad (33а)$$

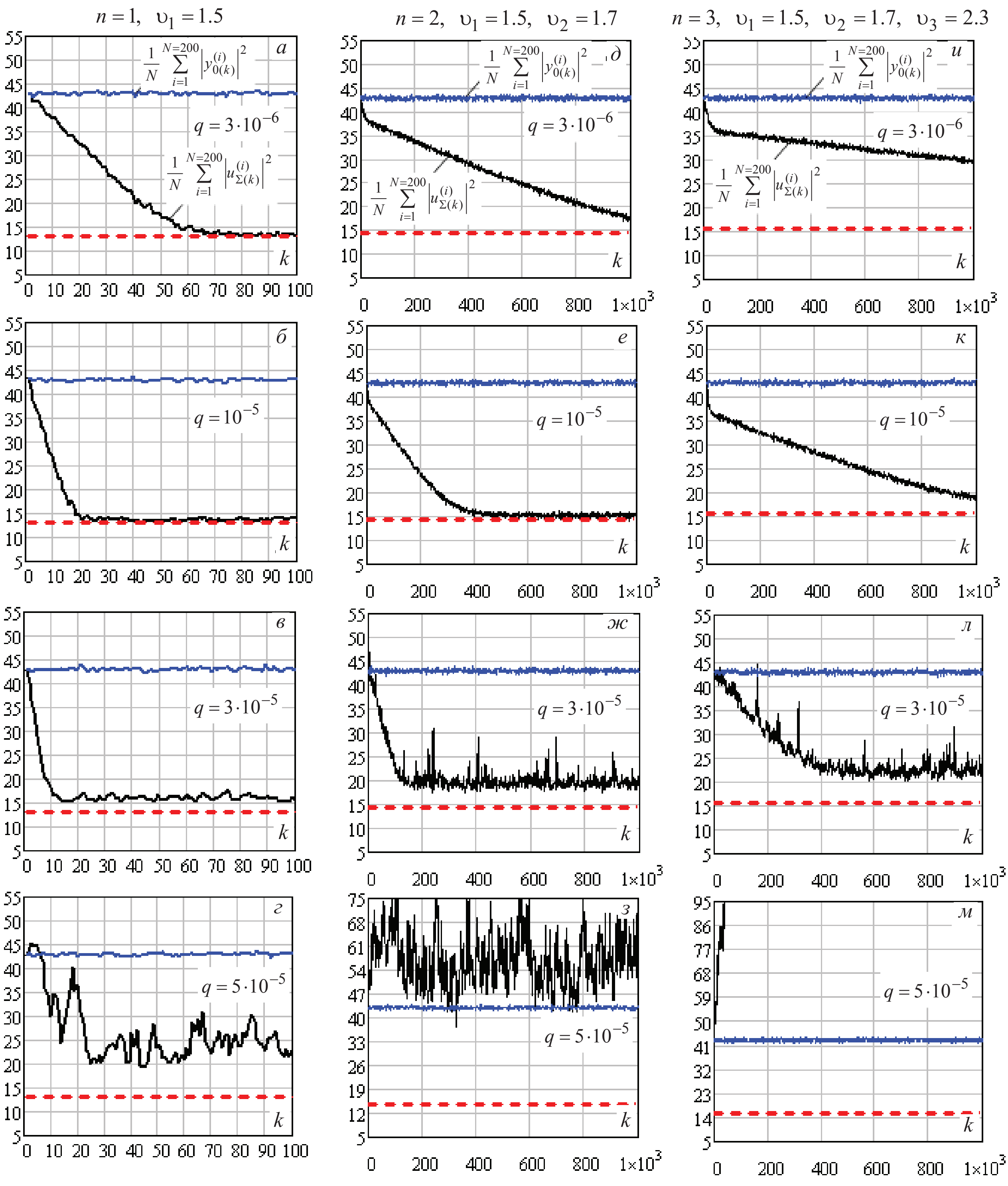


Рис. 13. Результаты моделирования цифрового **АК** (27а), (28) в схеме рис. 12

$$T \cdot \frac{\mathbf{k}_k - \mathbf{k}_{k-1}}{\Delta} + \mathbf{k}_k = -\gamma \cdot \mathbf{y}_{\_(k)} \cdot u^*_{\Sigma(k)}, \quad (33б)$$

$$\mathbf{k}(0) = \mathbf{k}_0.$$

Последнее равенство по аналогии с (27б), (28) можно переписать в виде

$$\mathbf{k}_k = \mathbf{k}_{k-1} - q \cdot \mathbf{y}_{\_(k)} \cdot u^*_{\Sigma(k)}, \quad q = \mu \cdot \gamma. \quad (34)$$

Принципиальное отличие этого алгоритма от (28) заключается в том, что вектор весов $\mathbf{k}_k$ (34) для k - го шага адаптации формируется с учетом данных этого же k - го шага.

Сформировать весовой вектор $\mathbf{k}_k$ непосредственно по равенству (34) нельзя, поскольку входящее в его правую часть значение $u_{\Sigma(k)}$ (33а) само зависит от $\mathbf{k}_k$. Подставляя его в (34) и полагая, как и прежде, $\mu << 1$, после несложных преобразований получим, что

$$\mathbf{k}_k = (\mathbf{I} + q \cdot \mathbf{y}_{\_(k)} \cdot \mathbf{y}^*_{\_(k)})^{-1} \cdot (\mathbf{k}_{k-1} - q \cdot \mathbf{y}_{\_(k)} \cdot y^*_{0(k)}). \quad (35)$$

Используя правило Дуайра и Уо [40, 41]

$$(\mathbf{I}+q\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)})^{-1}=\mathbf{I}-\frac{q\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)}}{1+q\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}}$$

для обращения матриц вида $\mathbf{W}+\alpha\cdot\mathbf{b}\cdot\mathbf{b}^*$, значение $\mathbf{k}_k$ (34) можно записать в виде

$$\mathbf{k}_k=\mathbf{k}_{k-1}-\frac{q}{1+q\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}\cdot(y_{0(k)}+\mathbf{k}^*_{k-1}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)})^*. \quad (36)$$

При этом выходной эффект **АК** (33а) будет равен

$$u_{\Sigma(k)}=\frac{1}{1+q\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}}\cdot(y_{0(k)}+\mathbf{k}^*_{k-1}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)})=$$

$$=\begin{cases} y_{0(k)}+\mathbf{k}^*_{k-1}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}, & q\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}<<1, \\ \dfrac{1}{q\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}}\cdot(y_{0(k)}+\mathbf{k}^*_{k-1}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}), & q\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}>>1. \end{cases} \quad (37)$$

Тем самым по мере роста значения $q\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}>>1$ (при больших значениях q или большой суммарной мощности $\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}$ сигналов вспомогательных каналов) сигнал на выходе **АК** уменьшается (**АК** "самозапирается"). Избежать этого можно, домножая выходной сигнал (37) **АК** на величину $(1+q\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)})$, т. е., используя в качестве выходного сигнал

$$u_{\Sigma(k)}=y_{0(k)}+\mathbf{k}^*_{k-1}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}. \quad (38а)$$

Алгоритм формирования вектора весов (36) в этом случае имеет вид

$$\mathbf{k}_k=\mathbf{k}_{k-1}-\frac{q}{1+q\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}\cdot u^*_{\Sigma(k)}. \quad (38б)$$

Построенный в соответствии с (38) цифровой **АК** показан на рис. 14.

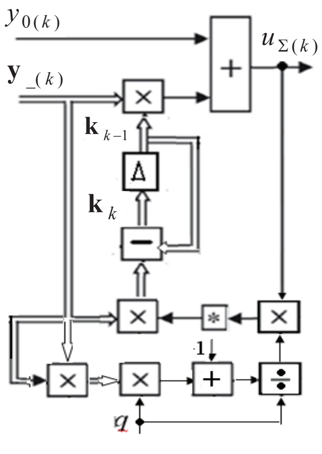


Рис. 14. Цифровой **АК** (38)

Как следует из (33а), (38), эффект "запаздывания" устраняется здесь автоматической регулировкой усиления (**АРУ**) цепей **КОС**. При "малых" значениях $q\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}<<1$ алгоритмы (38) и (27), (28) совпадают, но в противоположной ситуации $q\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}>>1$ усиление цепи **КОС** от значения q не зависит и обратно пропорционально оценке суммарной мощности $\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}$ процессов вспомогательных каналов, что и обеспечивает устойчивую работу **АК** при произвольных величинах $q\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}$.

На рис. 15 приведены результаты моделирования работы цифрового **АК** (рис. 14) по алгоритму (38) при защите ФАР вида рис. 12 при **ОПШ** $\eta=1000$ (30 дБ).

Как и на рис. 13, горизонтально расположенные рисунки (например, *а*, *д*, *и*) соответствуют различному числу n источников **ШП** при одном и том же значении коэффициента усиления q в цепях **КОС АК**, указанном в поле этих рисунков. Вертикально расположенные рисунки (например, *а–г*) соответствуют различным значениям q при одном и том же числе и расположении n источников **ШП**, параметры которых (число n и вектор $\boldsymbol{\upsilon}$ обобщенных угловых координат) указаны сверху этих рисунков. На всех рисунках сплошные кривые – усредненные по $N=200$ реализациям значения квадратов модулей $|y_{0(k)}|^2$ и $|u_{\Sigma(k)}|^2$ процессов $y_{0(k)}$ и $u_{\Sigma(k)}$ на входе основного канала и выходе **АК** (рис. 14), горизонтальная штриховая прямая – минимально возможное значение (29) мощности процесса на выходе **АК** в соответствующей ситуации (все – в дБ).

Из сравнения этих результатов с результатами рис. 13 видно, что при малых значениях коэффициента усиления q $(q=3\cdot10^{-6})$ цепей **КОС** (*а*, *д*, *и*) и **ОПШ** 30 дБ сравниваемые **АК** практически эквивалентны по эффективности (быстродействию).

Различия между ними появляются по мере роста значения q. Так, при $q=3\cdot10^{-5}$ **АК** рис. 11 работает несколько быстрее (см. рис. 13, *в*, *ж*, *л* и рис. 15, *б*, *е*, *к*), но находится на грани самовозбуждения (рис. 13, *ж*, *л*). Уже при $q=5\cdot10^{-5}$ он самовозбуждается (рис. 13, *з*, *м*), тогда как **АК** рис. 13 сохраняет устойчивость как при таком, так и при произвольно больших значениях q (рис. 15, *в*, *ж*, *л*, *г*, *з*, *м*), при которых $q\cdot\mathbf{y}^*_{\_(k)}\cdot\mathbf{y}_{\_(k)}>>1$ и его эффективность перестает зависеть от q. Тем самым, как и следует из теории, в **АК** рис. 14 практически устраняется второй недостаток (неустойчивость работы) **АК** рис. 11.

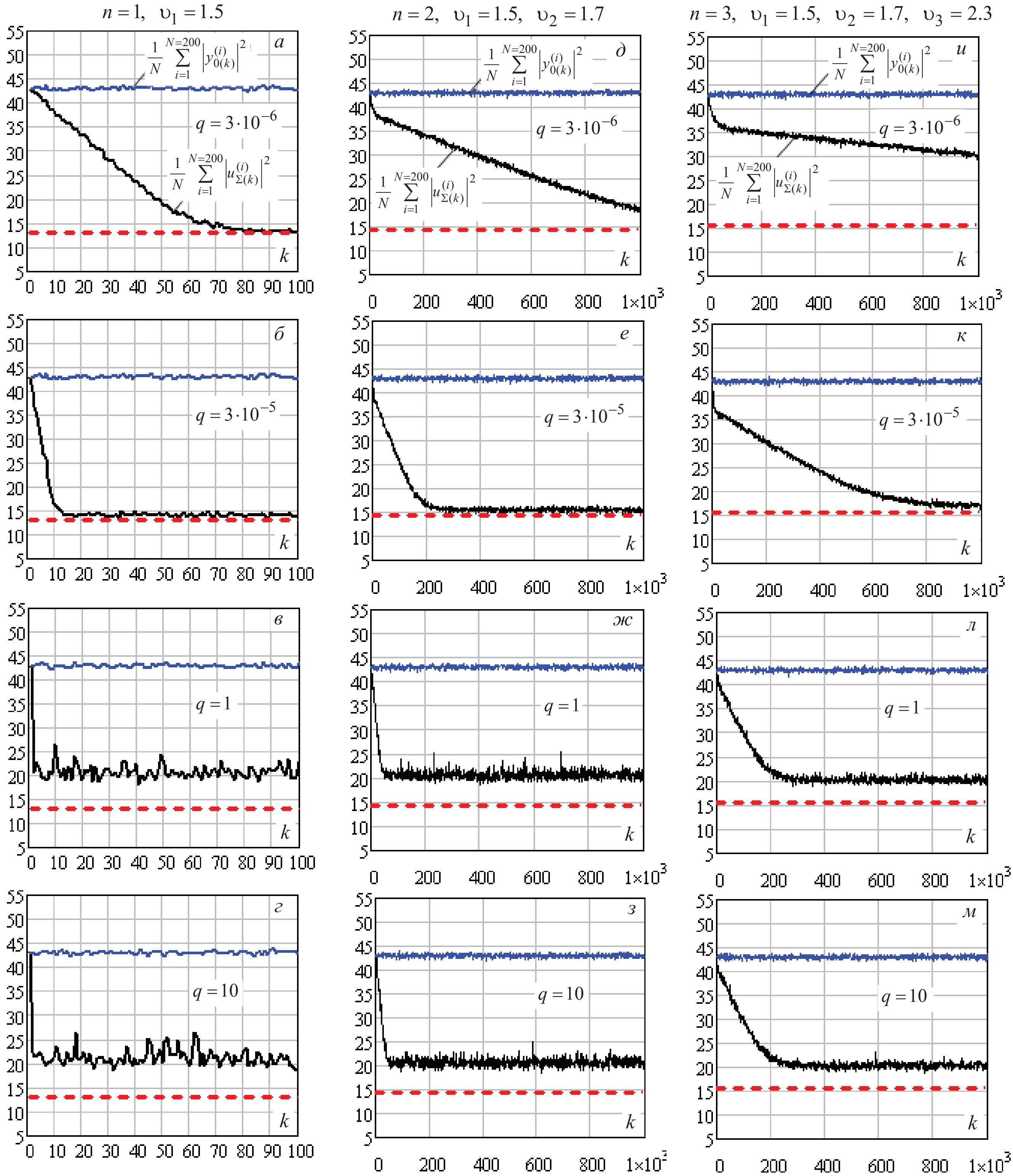


Рис. 15. Результаты моделирования цифрового **АК** (38)

Однако его первый недостаток, связанный со снижением эффективности (быстродействия) по мере усложнения характера входных воздействий, обусловленного ростом числа, угловых координат и интенсивности источников, в полной мере присущ и **АК** рис. 14.

4. ЗАЩИТА ПЛОСКИХ ДВУМЕРНЫХ ФАР ОТ ШУМОВЫХ ПОМЕХ ЦИФРОВЫМ КОРРЕЛЯЦИОННЫМ АК

Приведем результаты моделирования применительно к системе защиты плоской двумерной ФАР от шумовых помех (рис. 16) на основе цифрового **АК** (рис. 14). Моделировалась плоская квадратная ФАР из 25×25 модулей по 4×4 смежных излучателя в каждом, расстояние между которыми $d = 0.5 \cdot \lambda$ (λ – длина волны) одинаково вдоль каждой из главных осей. Основной канал образован всеми $M = 625$ модулями ФАР, вспомогательные (компенсационные) – $M_{comp} = 4$ или $M_{comp} = 6$ модулями.

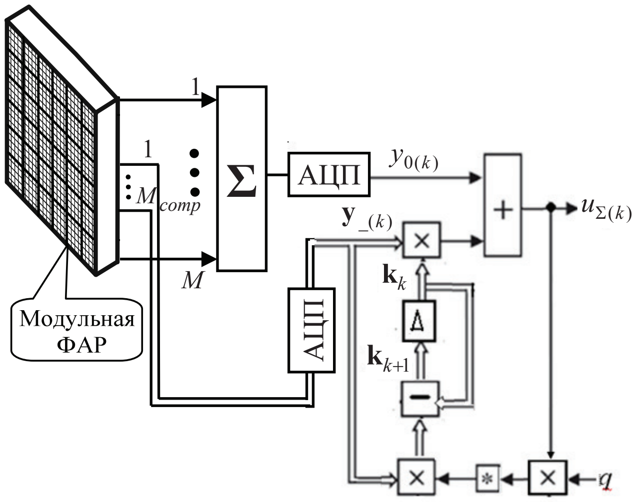


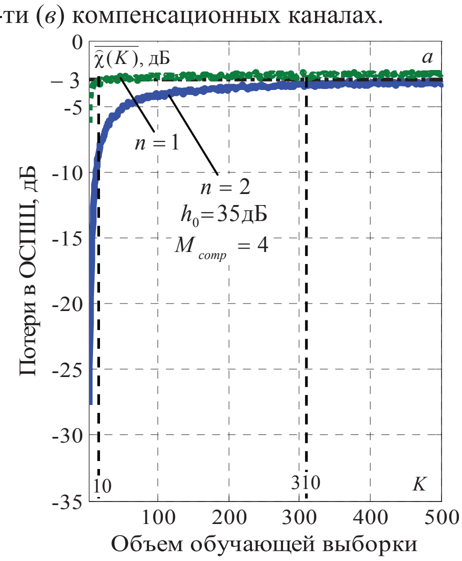
Рис. 16. Система защиты плоской ФАР на основе цифрового **АК** (38)

Эффективность защиты оценивалась по зависимостям от объема K обучающей выборки потерь в отношении сигнал/(помеха + шум (**ОСПШ**)

$$\hat{\chi}(K) = \frac{\hat{\mu}(K)}{\mu} \leq 1 \tag{39}$$

на выходе АК $(\hat{\mu}(K))$ по сравнению с его максимальным значением μ в гипотетической ситуации отсутствия априорной неопределенности.

На рис. 17 показаны зависимости среднего значения $\overline{\hat{\chi}(K)}$ потерь **ОСПШ** (39) (в дБ) от объема обучающей выборки K в цифровом корреляционном **АК** с градиентным алгоритмом настройки (рис. 14, 16) при воздействии $n = 1, 2$ (*а*) и $n = 3, 4$ (*б*, *в*, *г*) источников **ШП** с **ОПШ** $h_0 = 35$ дБ (*а*, *б*, *в*) и $h_0 = 60$ дБ (*г*) в основном канале **АК** при 4-х (*а*, *б*, *г*) и 6-ти (*в*) компенсационных каналах.



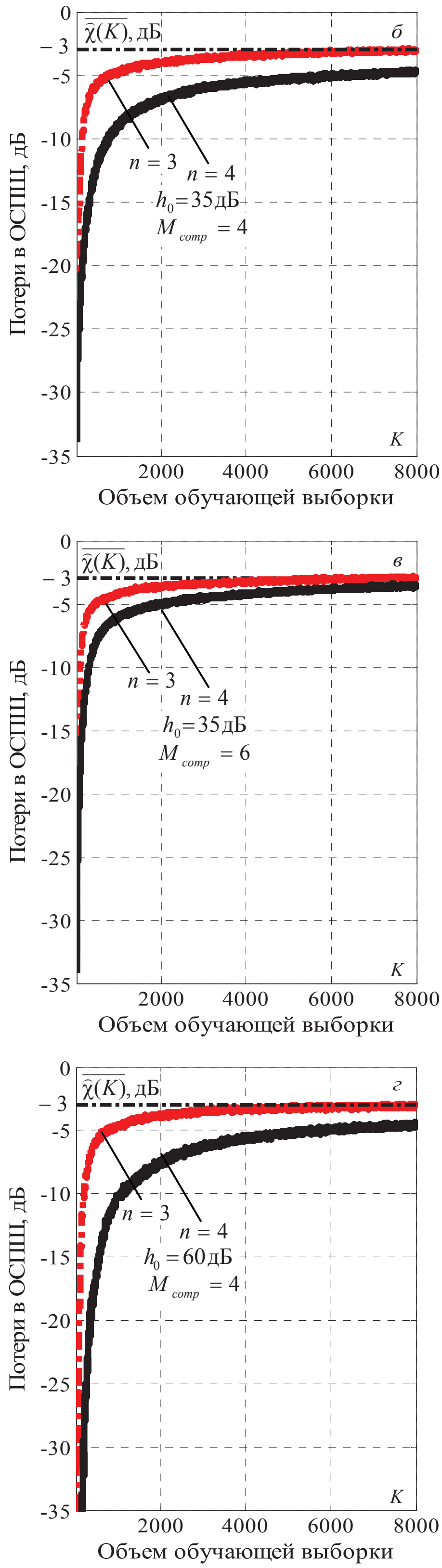


Рис. 17. Зависимости потерь в ОСПШ $\overline{\hat{\chi}(K)}$ (в дБ) от объема обучающей выборки K для «градиентного» **АК**

Результаты рис. 17 также полностью подтверждают сильную зависимость быстродействия корреляционного **АК** с градиентным алгоритмом настройки от характера помеховой обстановки, в частности, от числа источников **ШП**. Так, при

$n = 1$ потери в **ОСПШ** (рис. 17, *а*) не превосходят 3 дБ уже при $K = 10$ обучающих выборках. При $n = 2$ для доведения потерь до уровня 3 дБ объем выборки должен увеличиться до $K = 310$ (рис. 17, *а*,), при $n = 3$ – до $K = 4000$ (рис. 17, *б–г*), а при $n = 4$ и четырех компенсационных каналов эффективность «градиентного» **АК** практически не увеличивается даже при $K \geq 6000$ (рис. 17, *б, г*).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Основное достоинство корреляционных автокомпенсаторов (**АК**) шумовых помех (**ШП**) со стохастическими градиентными алгоритмами адаптации (оценивания) – относительная их простота.

2. Основной недостаток таких **АК** – сильная зависимость их быстродействия от числа, расположения и интенсивности источников внешних шумовых помех (разброса собственных чисел корреляционной матрицы (**КМ**) шумовых помех). Это приводит к большому времени установления переходных процессов (низкому быстродействию), т.е. к необходимости использования большого объема обучающих выборок. В реальной сложной и динамично меняющейся обстановке выборки такого объема обычно недоступны, что и не позволяет рекомендовать **АК** в качестве системы защиты современных РЛС от **ШП**.

3. Еще один недостаток **АК** с градиентным алгоритмом настройки – возможная неустойчивость его работы при увеличении коэффициента усиления цепей корреляциионных обратных связей (**КОС**) или при росте интенсивности внешних воздействий. Это приводит к "самовозбуждению" **АК**, когда мощность выходного процесса становится существенно выше мощности процесса на его основном входе. В статье получен модифицированный алгоритм адаптивной настройки, обеспечивающий устойчивую работу цифрового **АК**.

4. В следующей статье цикла по адаптивным системам защиты РЛС от шумовых помех будут рассмотрены алгоритмы адаптации, быстродействие которых не зависит от помеховой обстановки.

Литература

[1] Радиоэлектронные системы. Основы построения и теория: Справочник/ Я.Д. Ширман, С.Т. Багдасарян, А.С. Маляренко, Д.И. Леховицкий, С.П. Лещенко, Ю.И Лосев, А.И. Николаев, С.А Горшков, С.В. Москвитин, В.М. Орленко / Под ред. *Я.Д. Ширмана*. – М.: Радиотехника, 2007. – 512 с.

[2] *Монзинго Р.Д., Миллер Т.У.* Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию. /Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1986.– 448 с.

[3] *Ширман Я.Д., Красногоров С.И.* Способ автоматической регулировки амплитуды и фазы компенсирующего сигнала в радиоприемных устройствах с подавлением коррелированных помех двухканальным компенсационным методом – авторское свидетельство №296267 по заявке от 27.01.1962 // Бюл. изобретений, 1988, №2.

[4] *Ширман Я.Д., Красногоров С.И.* Способ компенсации коррелированных помех и автоматической ориентации нулей диаграммы направленности на источники помех – авторское свидетельство №324956 по заявке от 2.03.1963 // Бюл. изобретений, 1988, №33.

[5] *Ширман Я.Д., Красногоров С.И., Лебедев Е.П., Костин Г.А.* Первые отечественные исследования адаптации антенных систем к мешающим воздействиям. – М.: Радиотехника. – 1989, № 11.

[6] *Widrow B., Mantey P.E., Griffiths L.J., Goode B.B.* Adaptive antenna systems. – Proc. IEEE, vol. 55, Dec. 1967 p. 2143.

[7] *Howells P.* Explorations on fixed and adaptive resolution at GE and SURC. – IEEE Trans., 1976, vol. AP-24, №4.

[8] *Уидроу Б., Стирнз С.* Адаптивная обработка сигналов: Пер. с англ. – М.: Радио и связь. – 1989. – 440 с.

[9] *Фединин В.В.* Статистический анализ многоканальной адаптивной системы с корреляционными обратными связями. – М.: Радиотехника и электроника. – 1982. – Т. 27, № 8. – С. 1548.

[10] *Абрамович, Ю.И.* К анализу эффективности адаптивных алгоритмов, использующих корреляционные обратные связи / Ю.И.Абрамович // Радиотехника и электроника. – 1979, № 2. – С. 302–308.

[11] *Мальцев А.А., Саичев А.И.* Точное вычисление статистических характеристик автокомпенсаторов помех с корреляционными обратными связями. – М.: Радиотехника и электроника. – 1978. – №12.

[12] *Ширман Я.Д., Манжос В.Н.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М.: Радио и связь. – 1981. – 416 с.

[13] *Литвинов В.В.* Потенциальная и реальная эффективность когерентно-импульсных систем СДЦ в обзорных РЛС при однозначном измерении дальности. – Х.: Радиотехника. – 1996. – № 100. – С. 158–173.

[14] *Литвинов В.В.* Радиолокаторы систем контроля воздушного пространства: ретроспектива и современные проблемы интеграции и унификации. – Х.: Прикладная радиоэлектроника.— 2004. – Т. 3, №4.— С. 61–74.

[15] *Ширман Я.Д.* К сорокалетию харьковских работ по теории и технике разрешения и сверхразрешения. – Х.: Радиотехника. – 1996. – Вып. 100. – С. 124–139.

[16] *I.S. Reed, J.D. Mallett and L.E. Brennan.* Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays. – IEEE Transactions on Aerospace Electronic System, vol. AES-10, pp. 853–863, November 1974.

[17] *Nitzberg R.* Application of maximum likelihood estimation of persymmetric covariance matrices to adaptive processing. – IEEE Trans. Aerosp. And Electr. Syst., 1980, v.16, № 1, pp. 124–127.

[18] *Леховицкий Д.И.* К теории адаптивной обработки сигналов в системах с центральной симметрией каналов приема. – Х.: Радиотехника. – 1996. – №100. – С. 140–158.

[19] *Абрамович Ю.И., Горохов А.Ю.* К оценке скорости сходимости адаптивных фильтров компенсации помех с персимметрической корреляционной матрицей. – Радиотехника и электроника. —1993. – Т. 38, № 1. – С. 101–111.

[20] *Chen W.S., Reed I.S.* A new CFAR detection test for radar. – Digital Signal Processing, Vol. 1, Academic Press, 1991. – P. 198–214.

[21] *Kelly E.J.* An adaptive detection algorithm. – IEEE Trans. AES, Vol. AES-22, No. 1, March 1986. – P. 115–127.

[22] *Kelly E.J.* Performance of an adaptive detection algorithm; Rejection of Unwanted Signals. – IEEE Trans. AES, Vol. AES-25, No. 2, March 1989. – P. 122–133.

[23] *L. Cai, H. Wang.* Performance Comparisons of Modified SMI and GLR Algorithms. – IEEE Trans. on AES, vol. 3, May, 1991. – P. 487–491.

[24] *F. Robey, D. Fuhrmann, E. Kelly and R. Nitzberg.* A CFAR adaptive matched filler detector". – IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 28, №1, 1992. – P. 208–216.

[25] *Абрамович Ю.И.* Регуляризованный метод адаптивной оптимизации по критерию максимума отношения сигнал/помеха. – М.: Радиотехника и электроника. – 1981. – Т. 26, №3. – С. 543–551.

[26] *Абрамович Ю.И., Неврев А.И.* Анализ эффективности адаптивной максимизации отношения сигнал/помеха, использующей обращение оценки корреляционной матрицы. – М.: Радиотехника и электроника. – 1981. – Т. 26, № 12. – С. 2558–2566.

[27] *Черемисин О.П.* Эффективность адаптивного алгоритма с регуляризацией выборочной корреляционной матрицы. – М.: Радиотехника и электроника. – 1982. – Т. 27, №10. – С. 1933–1942.

[28] *Y. I. Abramovich, Nicolas K. Spenser, Alexei Y. Gorokhov.* A Modified GLRT and AMF Framework for Diagonally Loaded and Fast Maximum-Likelihood Adaptive Detectors // IEEE Trans. on Aerospace and Electr. Systems. – July, 2007.— Vol. 43, № 3. – P. 1017–1051.

[29] *Фридландер Б.* Решетчатые фильтры для адаптивной обработки данных // ТИИЭР. – 1982. – Т. 70, № 8. – С. 54–91.

[30] *Леховицкий Д.И.* К тридцатилетию харьковских исследований адаптивных решетчатых фильтров // XVII Международная научно-техническая конференция «Радиолокация, навигация, связь (RLNC*2011)» – Воронеж: НПФ «САКВОЕЕ», 2011. – Т. 1. – С. 217—228.

[31] *Леховицкий Д. И.* Обобщенный алгоритм Левинсона и универсальные решетчатые фильтры / Д. И. Леховицкий // Изв. Вузов. Радиофизика. – 1992. – Т. 35, № 9–10. – С. 790—808.

[32] *Леховицкий Д.И., Милованов С.Б., Раков И.Д., Свердлов Б.Г.* Универсальные адаптивные решетчатые фильтры. Ч. 2. Адаптация при заданном корне из оценочной корреляционной матрицы. – Изв. Вузов. Радиофизика. – 1992. – Т. 35, №11–12. – С. 969–991.

[33] *Леховицкий Д.И., Рачков Д.С., Семеняка А.В., Рябуха В.П., Атаманский Д.В.* Адаптивные решетчатые фильтры. Части I, II.. – Х.: Прикладная радиоэлектроника. – 2011. – Т. 10, № 4 – С. 379–418.

[34] *Y. Abramovich, N. Spencer, and M. Turley.* Time-varying autoregressive (TVAR) models for multiple radar observations. – IEEE Trans. Sig. Proc., vol. 55, no. 4. – P. 1298–1311, Apr. 2007.

[35] *Y. Abramovich, N. Spencer, and M. Turley.* Order estimation and discrimination between stationary and time-varying autoregressive (TVAR) models. – IEEE Trans. Sig. Proc., vol. 55, no. 6, pp. 2861–2876, Jun. 2007.

[36] *Y. Abramovich, N. Spencer, and B.A. Johnson.* Band-Inverse (TVAR) Covariance Matrix Estimation for Adaptive Detection. – Manuscript submitted to IEEE Trans. on AES, December 11, 2006.

[37] *Леховицкий Д.И., Рябуха В.П., Жуга Г.А., Рачков Д.С.* СДЦ в импульсных РЛС: 5. Адаптивные системы СДЦ. – Х.: Прикладная радиоэлектроника. – 2011. – Т. 10, № 4. – С. 511–525.

[38] *Беллман Р.* Введение в теорию матриц. / Пер. с англ. под ред. Лидского В. Б. – М.: Наука, 1976. – 367 с.

[39] Справочник по радиолокации. / Под ред. М. Сколника. Нью-Йорк, 1970. / Пер. с англ. под общей редакцией КН. Трофимова. Том 2. Радиолокационные антенные устройства. / Под ред. П.И. Дудника. – М.: Сов. Радио, 1977. – 408 с.

[40] *Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н.* Вычислительные методы линейной алгебры, изд. 2-е, Физматгиз, М.–Л., 1963.

[41] *Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А.* Матрицы и вычисления. – М.: Наука, 1984. – 320 с.

[42] *Robert A. Monzingo, Randy L. Haupt, Thomas W. Miller.* Introduction to Adaptive Arrays. – SciTech Publishing, Inc.Raleigh, NC 27615, 2011. – 686 p.

[43] *Гусев С.И., Паршин Ю.Н.* Повышение скорости сходимости адаптации в системе обработки сигналов с оптимизацией пространственной структуры. – Радиотехнические и измерительные системы. Вестник РГРТУ. № 3 (выпуск 37). Рязань, 2011. – С. 31–34.

[44] *Скачков В.В., Ефимчиков А.Н., Павлович В.И., Ковалишин С.С.* Оценка влияния динамических параметров градиентных алгоритмов адаптации на качество подавления шумовых излучений // Збірник наукових праць Одеської державної академії технічного регулювання та якості (ОДАТРЯ), 2013, № 1 (2). – С. 81–87.

Поступила в редколлегию 10.02.2016

Рябуха Вячеслав Петрович, кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник научно-исследовательского центра ХНУРЭ. Научные интересы: радиолокационные системы, обнаружение и измерение параметров сигналов на фоне помех.

УДК 621.396.965:621.391.26

Адаптивні системи захисту РЛС від шумових завад. 1. Кореляційні автокомпенсатори на основі стохастичних градієнтних алгоритмів адаптації / В.П. Рябуха // Прикладна радіоелектроніка: наук.-техн. журнал. – 2016. – Том 15. – № 1. – С. 11–25.

Перша стаття циклу статей по адаптивних системах захисту РЛС від маскувальних шумових завад. Розглядаються аналоговий і цифровий кореляційні автокомпенсатори із градієнтними алгоритмами настроювання. Пояснюється причина залежності їх швидкодії від кількості, розташування й інтенсивності джерел зовнішніх шумових завад. Виводиться модифікований алгоритм адаптивного настроювання, що забезпечує усталену роботу цифрового автокомпенсатора.

Ключові слова: шумові завади, адаптивні системи, кореляційні автокомпенсатори, градієнтні алгоритми, швидкодія, об’єм навчаючої вибірки, стійкість.

Рис. 17. Бібліогр.: 44 найм.

UDC 621.396.965:621.391.26

Adaptive radar noise jamming protection systems. 1. Correlation self-compensators based on stochastic gradient algorithms of adaptation / V.P. Riabukha // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. – 2016. – Vol. 15. – № 1. – P. 11–25.

This paper is the first one of a series on adaptive radar masking noise jamming protection systems. It considers analog and digital self-compensators with gradient adjustment algorithms. A reason of the dependence of their performance on the number of external noise jamming sources, their location and intensity is explained. A modified adaptive adjustment algorithm providing a stable operation of the digital self-compensator is derived.

Keywords: noise jamming, adaptive systems, correlation self-compensators, gradient algorithms, performance, training sample size, stability.

Fig. 17. Ref: 44 items.