# ЛОКАЦИЯ И НАВИГАЦИЯ

УДК 621.396.965:621.391.26

# АДАПТИВНЫЕ СИСТЕМЫ ЗАЩИТЫ РЛС ОТ ШУМОВЫХ ПОМЕХ. 2. КВАЗИНЬЮТОНОВСКИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ АВТОКОМПЕНСАТОРЫ. АДАПТИВНЫЕ РЕШЕТЧАТЫЕ ФИЛЬТРЫ.

#### В.П. РЯБУХА

Вторая статья цикла статей по адаптивным системам защиты РЛС от маскирующих шумовых помех. Рассматриваются квазиньютоновские алгоритмы адаптации на основе оценок максимального правдоподобия (МП оценок) корреляционных матриц (КМ) помех общего вида, квазиньютоновские алгоритмы на основе диагонально регуляризованных МП оценок КМ, адаптивные решетчатые фильтры (АРФ), реализующие ленточно-диагональную регуляризацию. Показываются важные преимущества последних, рекомендуемых для практического использования в адаптивных системах пространственной обработки сигналов на фоне гауссовых шумовых помех.

*Ключевые слова:* шумовые помехи, адаптивные системы, объем обучающей выборки, быстродействие, оценки максимального правдоподобия, регуляризация, адаптивные решетчатые фильтры.

#### введение

Данная статья – вторая в цикле статей по теории и технике адаптивной обработки сигналов на фоне шумовых помех (ШП).

В предыдущей статье [1] проанализированы относительно простые корреляционные автокомпенсаторы помех на основе градиентных алгоритмов адаптации. Их быстродействие сильно зависит от степени сложности помеховой обстановки – числа, расположения и интенсивности источников внешних шумовых помех (разброса собственных чисел пространственной корреляционной матрицы (**KM**) **ШП**), что приводит к большому времени установления переходных процессов, т.е. к необходимости использования большого объема обучающих выборок. Однако в реальной сложной и динамично меняющейся обстановке выборки такого объема часто недоступны, что существенно снижает эффективность адаптивной обработки.

В данной статье рассмотрим более сложные и быстродействующие алгоритмы адаптации, практическая реализация которых в «доцифровую эпоху» не представлялась возможной. В настоящее время в связи с появлением и бурным развитием цифровой элементной базы, в частности, программируемых логических интегральных схем и сигнальных процессоров появилась возможность их реализации. Так, в одной из последующих статей цикла будет описан опытный образец адаптивного решетчатого фильтра (**АРФ**) для защиты РЛС от **ШП**.

Статья организована следующим образом.

В п. 1 рассматриваются квазиньютоновские алгоритмы адаптации на основе оценок максимального правдоподобия (МП оценок) пространственных КМ (ПКМ) гауссовых шумовых помех общего вида. В п.2 анализируются их регуляризованные разновидности, а п. 3 посвящен обоснованию целесообразности практической реализации этих алгоритмов на основе адаптивных решетчатых фильтров.

## 1. КВАЗИНЬЮТОНОВСКИЕ АЛГОРИТМЫ АДАПТАЦИИ НА ОСНОВЕ МП ОЦЕНОК ПКМ ОБЩЕГО ВИДА

**А.** В 1974 г. в статье [2] I.S. Reed, I.D. Mallet и L.E. Вгеппап предложили новый для того времени метод адаптации, основанный на использовании в качестве оценки неизвестной **КМ** выборочной матрицы

$$\mathbf{\Phi} = (\mathbf{\varphi}_{i,j})_{i,j=1}^{M} = K^{-1} \cdot \mathbf{A},$$

$$\mathbf{A} = (a_{i,j})_{i,j=1}^{M} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}^{*} = \sum_{i=1}^{K} \mathbf{y}_{i} \cdot \mathbf{y}_{i}^{*}, \qquad (1)$$

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_{i})_{i=1}^{K},$$

которая для комплексных нормальных обучающих векторов шумовой помехи (рис. 1)

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{y}(t_i) = \begin{bmatrix} y_1(t_i) \ y_2(t_i) \dots y_l(t_i) \dots y_M(t_i) \end{bmatrix}^T, \quad (2)$$

удовлетворяющих условиям

$$\mathbf{y}_{i} = \left(\mathbf{y}_{l}^{(i)}\right)_{l=1}^{M} \sim CN(0, \mathbf{\Phi}),$$
  
$$\mathbf{\overline{y}_{i}} = 0, \quad \mathbf{\overline{y}_{i} \cdot y_{j}^{*}} = \begin{cases} \mathbf{\Phi}, \ i = j, \\ 0, \ i \neq j, \\ i \neq j, \\ i \neq j, \end{cases} (3)$$

является оценкой максимального правдоподобия (МП оценкой) пространственной КМ (ПКМ) общего вида. Здесь и далее черта сверху – знак статистического усреднения, а звездочка (\*) – знак эрмитового сопряжения.

Как видно из (1), **МП** оценка **ПКМ** общего вида  $\hat{\Phi}$  связана с матрицей **А** через нормирующую константу  $c_K = 1/K$ :

$$\widehat{\mathbf{\Phi}} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^* = c_K \cdot \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} = \sum_{i=1}^{K} \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^*.$$
(4)



Поскольку константа  $c_K$  не влияет на результирующее отношение сигнал/(помеха + шум) (ОСПШ), оценкой  $\hat{\Phi}$  ПКМ общего вида служит случайная матрица A (1).

Сформированная из *М*-элементных векторов (2) со свойствами (3) случайная матрица **A** (1) имеет комплексное распределение **Уишарта** с плотностью [2 – 4, 26]

$$p(\mathbf{A}) = p(\mathbf{A}; \delta, \mathbf{\Phi}) = c(\mathbf{\Phi}) \cdot |\mathbf{A}|^{\delta} \cdot \exp\{-tr \, \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{A}\}, \quad (5a)$$
$$\delta = K - M \ge 0,$$

где  $tr \mathbf{G}$  и  $|\mathbf{G}|$  – след и детерминант матрицы  $\mathbf{G}$ ,  $\Psi = \Phi^{-1}$  – матрица, обратная **КМ**  $\Phi$ ,

$$c(\mathbf{\Phi}) = \left(\pi^{M(M-1)/2} \cdot \left|\mathbf{\Phi}\right|^{K} \cdot \prod_{i=1}^{M} \Gamma(K+1-i)\right)^{-1} - (56)$$

нормирующая константа,  $\Gamma(n)$  – гамма-функция, для целого  $n \ge 1$ , равная (n-1)!

Формулой (5) "экономно" записана совместная плотность распределения

$$p(a_{11}, a_{22}, \dots, a_{MM}, \operatorname{Re} a_{il}, \operatorname{Im} a_{il})$$
  
 $(i \in 1, M - 1; \ l \in i + 1, M)$ 

 $M^2$  случайных действительных величин – M действительных диагональных и  $M \times (M - 1)$  реальных и мнимых частей комплексных наддиагональных элементов эрмитовой матрицы **A** (1), полностью ее определяющих. Параметрами плотности (5а) являются "эффективный объем выборки"  $\delta \ge 0$  и истинная **КМ Ф** векторов **y**<sub>i</sub> (2), (3).

**Б.** Адаптация на основе **МП** оценки (1) пространственной **КМ** принципиально отличается от адаптации на основе градиентных процедур корреляционного автокомпенсатора (АК) независимостью скорости адаптации (быстродействия), определенной по разным критериям, от степени сложности помеховой обстановки (разброса собственных чисел **КМ ШП**).

Наиболее широко используется введенный в [2] "энергетический" критерий быстродействия. Так, для вектора пространственного сигнала (фазового распределения на апертуре) х случайная величина

$$\widehat{\boldsymbol{\chi}} = \frac{\boldsymbol{\mu}}{\boldsymbol{\mu}} \le 1,$$

$$\widehat{\boldsymbol{\mu}} = \left| \mathbf{x}^* \cdot \widehat{\mathbf{r}} \right|^2 / \widehat{\mathbf{r}}^* \cdot \boldsymbol{\Phi} \cdot \widehat{\mathbf{r}}, \quad \boldsymbol{\mu} = \mathbf{x}^* \cdot \boldsymbol{\Psi} \cdot \mathbf{x}, \quad (6)$$

$$\widehat{\mathbf{r}} = \widehat{\boldsymbol{\Psi}} \cdot \mathbf{x}, \quad \widehat{\boldsymbol{\Psi}} = \widehat{\boldsymbol{\Phi}}^{-1},$$

имеет смысл потерь выходного ОСПШ  $\hat{\mu}$  адаптивного фильтра с импульсной характеристикой (ИХ)  $\hat{\mathbf{r}} = \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}$  по сравнению с максимальным ОСПШ  $\mu = \mathbf{x}^* \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}$  оптимального фильтра с ИХ (весовым вектором)  $\mathbf{r} = \Psi \cdot \mathbf{x}$  в гипотетических условиях полной априорной определенности.

Объем выборки *K*, при котором потери **ОСПШ** (6) не превосходят допустимого уровня (обычно – ЗдБ), мы далее для краткости будем называть "энергетическим" быстродействием соответствующего алгоритма адаптации.

При использовании оценки (1) с плотностью (5) случайная величина χ имеет установленное в [1] β-распределение [5]

$$p_{\chi}(z) = p_{\chi}(z, K) = \frac{(v + w - 1)!}{(v - 1)!(w - 1)!} z^{v-1} (1 - z)^{w-1},$$
  
$$v = v_0 = \delta + 2, \quad w = w_0 = M - 1,$$

с параметрами  $v_0$  и  $w_0$ , зависящими только от известных "размерности задачи" M и эффективного объема  $\delta \ge 0$  выборки, и не зависящими ни от параметров (количества, интенсивности и угловых координат) источников ШП, ни от структуры антенной системы. При заданном количестве M каналов обработки средний уровень потерь  $\overline{\chi}$  определяется только объемом  $K \ge M$  обучающей выборки [2]:

$$\overline{\chi} = \overline{\widehat{\mu}} / \mu = \nu / (\nu + w) = (\delta + 2) / (K + 1) =$$

$$= (K - M + 2) / (K + 1) < 1$$
(7)

и не превосходят 3 дБ ( $\chi \ge 0,5$ ) уже при объеме выборки  $K \ge 2 \cdot M - 3$ . Поэтому «энергетическое» **быстродействие** адаптивной обработки на основе **МП оценки** (1) **КМ** может быть **существенно выше**, чем при использовании **АК** с **градиентными** алгоритмами настройки.

**В.** Как известно, алгоритм адаптивной пространственной обработки на фоне ШП имеет вид [3]

$$u_{\Sigma} = \mathbf{y}^* \cdot \widehat{\mathbf{\Phi}}^{-1} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{y}^* \cdot \widehat{\mathbf{r}} , \quad \widehat{\mathbf{r}} = \widehat{\mathbf{\Psi}} \cdot \mathbf{x} .$$
(8)

Требуемая здесь оценка обратной матрицы  $\hat{\Psi} = \hat{\Phi}^{-1}$  может быть получена путем обращения оценки **ПКМ**  $\hat{\Phi}$  (1). Однако такое обращение на каждом шаге адаптации требует выполнения **порядка**  $M^3$  операций комплексного умножения. В то же время в условиях (1) в этом нет необходимости,

поскольку соответствующие оценочные матрицы на каждом шаге представляют собой результат одноранговой модификации (корректировки) матрицы предыдущего шага. В этом случае на каждом шаге можно не пересчитывать полностью обратную матрицу предыдущего шага, а только корректировать ее по вновь поступившей обучающей выборке, что требует меньшего объема вычислений.

В связи с этим перепишем оценку ПКМ  $\hat{\Phi}$  (1) для (k + 1) - го шага адаптации:

$$\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{k+1} = \frac{1}{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^* = \frac{1}{k+1} \left[ \sum_{i=1}^k \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^* + \mathbf{y}_{k+1} \cdot \mathbf{y}_{k+1}^* \right] = \frac{k}{k+1} \left[ \hat{\boldsymbol{\Phi}}_k + \frac{1}{k} \mathbf{y}_{k+1} \cdot \mathbf{y}_{k+1}^* \right], \quad (9a)$$

где

$$\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{k} = c_{k} \cdot \sum_{i=1}^{k} \mathbf{y}_{i} \cdot \mathbf{y}_{i}^{*} = c_{k} \cdot \mathbf{A}_{k},$$

$$\mathbf{A}_{k} = \sum_{i=1}^{k} \mathbf{y}_{i} \cdot \mathbf{y}_{i}^{*}, \quad c_{k} = \frac{1}{k}.$$
(96)

Сумма двух матриц вида  $\ell \cdot (\mathbf{B} + \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{b} \cdot \mathbf{b}^*)$  обращается по правилу Дуайра и Уо [6, 7] (если матрица **В** обратима, а матрица **b** – вектор-столбец) следующим образом:

$$\left[\ell \cdot (\mathbf{B} + \alpha \cdot \mathbf{b} \cdot \mathbf{b}^*)\right]^{-1} = \ell^{-1} \cdot \left[\mathbf{B}^{-1} - \frac{\alpha \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{b} \cdot \mathbf{b}^* \cdot \mathbf{B}^{-1*}}{1 + \alpha \cdot \mathbf{b}^* \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{b}}\right].$$

Применяя это правило к (9а), получим алгоритм рекуррентного МП, оценивания матрицы  $\hat{\Psi} = \hat{\Phi}^{-1}$ , обратной корреляционной  $\hat{\Phi}$  в следующем виде [3, 4]:

$$\Psi_{k+1} = \Phi_{k+1}^{-1} =$$

$$= \frac{k+1}{k} \left[ \widehat{\Psi}_k - \frac{\widehat{\Psi}_k \cdot \mathbf{y}_{k+1} \cdot \mathbf{y}_{k+1}^* \cdot \widehat{\Psi}_k}{k + \mathbf{y}_{k+1}^* \cdot \widehat{\Psi}_k \cdot \mathbf{y}_{k+1}} \right] = (10a)$$

$$= c \left[ \widehat{\Psi}_k - \frac{\mathbf{v}_{k+1} \cdot \mathbf{v}_{k+1}^*}{k + \mathbf{y}_{k+1}^* \cdot \mathbf{v}_{k+1}} \right],$$

где c = (k+1)/k,  $\mathbf{v}_{k+1} = \widehat{\Psi}_k \cdot \mathbf{y}_{k+1}$ ,  $\widehat{\Psi} = \widehat{\Psi}^*$  (эрмитова матрица).

Как отмечалось выше, оценкой  $\hat{\Phi}$  ПКМ общего вида (1) может служить матрица A (1). Аналогичным образом в (9б) оценкой ПКМ  $\hat{\Phi}_k$  на k - м шаге адаптации может служить матрица A<sub>k</sub>. В этом случае формулы (9а) и (10а) перепишутся следующим образом:

$$\widehat{\mathbf{A}}_{k+1} = \sum_{i=1}^{k+1} \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^* = \widehat{\mathbf{A}}_k + \mathbf{y}_{k+1} \cdot \mathbf{y}_{k+1}^*, \qquad (9B)$$

$$\hat{\mathbf{A}}_{k+1}^{-1} = \hat{\mathbf{A}}_{k}^{-1} - \frac{\hat{\mathbf{A}}_{k}^{-1} \cdot \mathbf{y}_{k+1} \cdot \mathbf{y}_{k+1}^{*} \cdot \hat{\mathbf{A}}_{k}^{-1}}{1 + \mathbf{y}_{k+1}^{*} \cdot \hat{\mathbf{A}}_{k}^{-1} \cdot \mathbf{y}_{k+1}} = \\ = \hat{\mathbf{A}}_{k}^{-1} - \frac{\mathbf{v}_{k+1} \cdot \mathbf{v}_{k+1}}{1 + \mathbf{y}_{k+1}^{*} \cdot \mathbf{v}_{k+1}}.$$
(106)

Переобозначая  $\hat{\mathbf{A}}$  через  $\hat{\Psi}$ , запишем

$$\begin{aligned} \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{k+1} &= \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{k} - \frac{\widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{k} \cdot \mathbf{y}_{k+1} \cdot \mathbf{y}_{k+1}^{*} \cdot \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{k}}{1 + \mathbf{y}_{k+1}^{*} \cdot \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{k} \cdot \mathbf{y}_{k+1}} = \\ &= \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_{k} - \frac{\mathbf{v}_{k+1} \cdot \mathbf{v}_{k+1}}{1 + \mathbf{y}_{k+1}^{*} \cdot \mathbf{v}_{k+1}}. \end{aligned}$$
(10b)

Как следует из формулы (10), затраты на корректировку обратной матрицы k-го шага  $\widehat{\Psi}_k$  здесь

составляют порядка  $M^2$ , а не  $M^3$  операций.

**Г.** Теперь рассмотрим **АК** с квазиньютоновским рекуррентным алгоритмом адаптации с равноценными каналами и выделенным (нерегулируемым) основным каналом приема.

Умножая (10в) справа на вектор ожидаемого пространственного сигнала **x**, получим алгоритм рекуррентного **MII** оцениваемого адаптивного весового вектора  $\hat{\mathbf{r}} = \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}$  в виде:

$$\hat{\mathbf{r}}_{k+1} = \hat{\mathbf{r}}_{k} - \frac{\widehat{\Psi}_{k} \cdot \mathbf{y}_{k+1} \cdot \mathbf{y}_{k+1}^{*} \cdot \hat{\mathbf{r}}_{k}}{1 + \mathbf{y}_{k+1}^{*} \cdot \widehat{\Psi}_{k} \cdot \mathbf{y}_{k+1}} =$$
(11a)  
$$= \hat{\mathbf{r}}_{k} - \widehat{\Psi}_{k} \cdot \mathbf{y}_{k+1} \cdot u_{\Sigma(k+1)}^{*} \cdot c_{k+1};$$
$$u_{\Sigma(k+1)}^{*} = \mathbf{y}_{k+1}^{*} \cdot \hat{\mathbf{r}}_{k};$$

$$\mathbf{v}_{k+1} = \widehat{\Psi}_k \cdot \mathbf{y}_{k+1}; \ c_{k+1} = \frac{1}{1 + \mathbf{y}_{k+1}^* \cdot \mathbf{v}_{k+1}};$$
 (116)

$$\widehat{\Psi}_{k+1} = \widehat{\Psi}_k - \mathbf{g}_{k+1} \cdot \mathbf{v}_{k+1}^*; \ \mathbf{g}_{k+1} = c_{k+1} \cdot \mathbf{v}_{k+1}.$$
(11B)

Построенная по последнему алгоритму схема последовательного (рекуррентного) формирования весовых векторов  $\hat{\mathbf{r}}_k$  и комплексной амплитуды выходного напряжения адаптивного устройства пространственной обработки  $u^*_{\Sigma(k+1)}$  с равноценными каналами показана на рис. 2 ( $\Delta$  – элемент задержки на интервал временной дискретизации входного процесса).



Рис. 2. Квазиньютоновский **АК** с равноценными каналами обработки

Блоки слева от штриховой вертикальной линии формируют оценку матрицы  $\widehat{\Psi}_{k+1}$  (11в), обратной к (несмещенной) **МП** оценке  $\widehat{\Phi}_{k+1}$  **КМ** помех на (k+1)-м шаге. Матрица **Ф** является гессианом [6, 7] квадратичной формы

$$\overline{\left|u_{\Sigma}\right|^{2}} = \mathbf{r}^{*} \cdot \mathbf{\Phi} \cdot \mathbf{r} = 1/\psi_{11}, \qquad (12)$$

описывающей текущую мощность помехи  $\overline{|u_{\Sigma}|^2} = \overline{|y_{\Sigma}|^2}$  на выходе корреляционного **АК**, показанного справа от штриховой линии. В нем, однако, в отличие от **АК** с градиентным алгоритмом адаптации, матрица усиления  $\Psi_k$  в цепях **КОС** не диагональная и, тем более, не скалярная, а обратна оценке этого гессиана. В связи с этим становится скалярной (пропорциональная единичной), рассмотренная в [1] (формула (10)), матрица **А**, а ее собственные числа и определяемое ими быстродействие схемы рис. 2 перестают зависеть от **КМ** помех [2].

Направление движения к экстремуму на каждом шаге рекурсии в схеме рис. 2 коллинеарно не оценке градиента минимизируемой функции (мощности помехи), как в **АК** с градиентным алгоритмом настройки, а произведению матрицы, обратной оценке гессиана, на оценку градиента, что составляет основу квазиньютоновских методов отыскания экстремумов функций многих переменных (оптимизации) [6, 7] и объясняет название рассмотренных алгоритмов адаптации.

Схема рис. 2 рекуррентно формирует не только весовой вектор  $\hat{\mathbf{r}}$  по (11а), но и (попутно) выходной эффект  $u_{\Sigma(k+1)}^* = \mathbf{y}_{k+1}^* \cdot \hat{\mathbf{r}}_k$  (11б) адаптивной пространственной обработки (9) в целом. Фактически она представляет собой схему быстродействующего корреляционного **АК** с равноценными каналами и корреляционной обратной связью, отличающегося квазиньютоновским алгоритмом настройки от корреляционного «градиентного» **АК**.

Д. Структура АК с равноценными (регулируемыми) каналами может оказаться слишком сложной для практической реализации из-за большой размерности весового вектора, компоненты которого зависят от обычно априори неизвестной ПКМ помех. В связи с этим более распространены структуры систем пространственной обработки с выделенным (нерегулируемым) основным каналом приема, в котором реализована оптимальная (согласованная или близкая к ней) обработка для условий отсутствия излучений внешних источников. Основной канал защищается от внешних излучений системой дополнительных (компенсационных) каналов, число которых определяется числом внешних источников и поэтому может быть значительно меньше числа излучателей (модулей) ФАР. Кроме того, при разработке и эксплуатации радиолокаторов удобно, чтобы основной канал - канал согласованной обработки — был выделен в самостоятельную ветвь, оптимальную в часто имеющей место ситуации отсутствия внешних шумовых помех. При их появлении должны включаться дополнительные цепи, решающие задачу помехозащиты.

Схема рис. 2 с адаптивным управлением коэффициентами передачи всех каналов очевидным образом преобразуется для защиты от помех выделенного основного канала приема.

Так, рекуррентный алгоритм оценки весового вектора **k** адаптивного устройства пространственной обработки с выделенным (нерегулируемым) основным каналом в силу (11) и равенства  $\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{k} \end{bmatrix}^T$  можно записать в виде

$$u_{\Sigma(k+1)} = y_{0(k+1)} + \hat{\mathbf{k}}_{k}^{*} \cdot \mathbf{y}_{(k+1)}; \qquad (13a)$$

$$\widehat{\mathbf{k}}_{k+1} = \widehat{\mathbf{k}}_{k} - \frac{\mathbf{\Psi}_{-(k)} \cdot \mathbf{y}_{-(k+1)} \cdot u_{\Sigma(k+1)}^{*}}{1 + \mathbf{y}_{-(k+1)} \cdot \mathbf{v}_{-(k+1)}} =$$
(136)

$$\hat{\mathbf{w}}_{-(k+1)} = \hat{\mathbf{w}}_{-(k)} - \mathbf{g}_{k+1} \cdot \mathbf{v}_{\Sigma(k+1)}^{*} : c_{k+1};$$

$$\hat{\Psi}_{-(k+1)} = \hat{\Psi}_{-(k)} - \mathbf{g}_{k+1} \cdot \mathbf{v}_{-(k+1)}^{*};$$
(13b)

$$\mathbf{g}_{k+1} = c_{k+1} \cdot \mathbf{v}_{-(k+1)};$$
  

$$\mathbf{v}_{-(k+1)} = \widehat{\mathbf{\Psi}}_{-(k)} \cdot \mathbf{y}_{-(k+1)};$$
  

$$c_{k+1} = \frac{1}{1 + \mathbf{y}_{-(k+1)} \cdot \mathbf{v}_{-(k+1)}}.$$
  
(13r)

Здесь  $\hat{\Psi}_{-(k)}$  – оценка матрицы, обратной корреляционной матрице помех компенсационных (вспомогательных) каналов на *k* - м шаге адаптации, получаемой по классифицированной обучающей выборке ШП у <sub>(k)</sub> этих каналов.

Построенная по последнему алгоритму схема квазиньютоновского **АК** с выделенным основным каналом показана на рис. 3.



Рис. 3. Квазиньютоновский **АК** с выделенным основным каналом приема

Квазиньютоновский **АК** (рис. 3), работающий по алгоритму (13), при размерности весового вектора  $\hat{\mathbf{k}}$ , равной M - 1, эквивалентен по быстродействию в пе-

реходном и эффективности в установившемся режиме квазиньютоновскому **АК** с равноценными каналами (рис. 2), работающему по алгоритму (11) при размерности весового вектора  $\hat{\mathbf{r}}$ , равной M.

# 2. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КВАЗИНЬЮТОНОВСКОГО АК С ГРАДИЕНТНЫМ АК

Проведем сравнительный анализ квазиньютоновского **АК** (формула (13), рис. 3) с **АК** с градиентным алгоритмом настройки ([1], формула (38), рис. 14) по быстродействию применительно к системе защиты двухмерной плоской ФАР от шумовых помех (рис. 4). Моделировалась плоская квадратная ФАР из  $25 \times 25$  модулей по  $4 \times 4$  смежных излучателя в каждом, расстояние между которыми  $d = 0.5 \cdot \lambda$  ( $\lambda$  – длина волны) одинаково вдоль каждой из главных осей. Основной канал образован всеми M = 625 модулями ФАР, вспомогательные (компенсационные) –  $M_{comp} = 4$  или  $M_{comp} = 6$  модулями.



ФАР от ШП

Эффективность защиты оценивалась по зависимостям от объема *K* обучающей выборки потерь (6) в отношении сигнал/(помеха + шум) (**ОСПШ**)

$$\widehat{\chi}(K) = \frac{\widehat{\mu}(K)}{u} \le 1 \tag{14}$$

на выходе **АК** ( $\hat{\mu}(K)$ ) по сравнению с его максимальным значением  $\mu$  в гипотетической ситуации отсутствия априорной неопределенности.

На рис. 5 показаны зависимости среднего значения  $\overline{\hat{\chi}(K)}$  потерь **ОСПШ** (14) (в дБ) от объема обучающей выборки *K* в цифровом квазиньютоновском **АК** (рис. 3) при воздействии n = 1 (*a*) и n = 4 (*б*-*г*) источников **ШП** (**ИШП**) с отношением помеха/шум (**ОПШ**)  $h_0 = 35$  дБ (*a*, *б*, *г*) и  $h_0 = 25$  дБ (*в*) в основном канале **АК** при 4-х (*a*, *б*, *в*) и 6-ти (*г*) компенсационных каналах.

Для сравнения на рис. 6 показаны аналогичные зависимости для **АК** с градиентным алгоритмом настройки.



Рис. 5. Зависимости потерь в ОСПШ  $\overline{\hat{\chi}(K)}$  (в дБ) от объема обучающей выборки *К* для квазиньютоновского АК



Рис. 6. Зависимости потерь в **ОСПШ**  $\hat{\chi}(K)$  (в дБ) от объема обучающей выборки *К* для «градиентного» **АК** 

Анализ рис. 5 показывает, что быстродействие рассматриваемого алгоритма адаптации (объем выборки, обеспечивающий средние потери **ОСПШ**, не превышающие 3 дБ) остается неизменным (близким к удвоенному числу адаптивно управляемых каналов [2]) во всех рассмотренных ситуациях, отличающихся числом и интенсивностью внешних источников мешающих излучений. Тем самым устраняется основной недостаток корреляционного **АК** с градиентным алгоритмом адаптации.

В этой связи из сравнения рис. 5,  $\delta$  и рис. 6, результаты которых получены при одинаковой помеховой обстановке (количество ИШП – n = 4, ОПШ –  $h_0 = 35$  дБ) и одинаковом числе компенсационных каналов ( $M_{comp} = 4$ ), видно, что потери в ОСПШ в квазиньютоновском АК (рис. 5,  $\delta$ ) не превосходят 3 дБ уже при K = 7 обучающих выборках. При этом эффективность «градиентного» АК даже при  $K \ge 6000$  уже практически не увеличивается.

Основной недостаток рассмотренных выше алгоритмов МП оценивания (1), (10), (11), (13) заключается в невозможности адаптироваться на ее основе до набора обучающих выборок объема К≥М или  $K \ge M_{comp}$  (см. рис. 5), а для того, чтобы потери ОСПШ (14) не превысили 3 дБ, требуются выборки примерно вдвое большего объема ( $K \ge 2 \cdot M$ ). В широком классе многоканальных (M >> 1) систем, работающих в динамично меняющейся помеховой обстановке, выборки такого объема могут быть практически недоступными. Эффективная адаптация на основе этих оценок можно обеспечить только в относительно малоканальных системах обработки, например, при малом числе компенсационных каналов в квазиньютоновском АК с выделенным основным каналом (рис. 3) и, как следствие, только при малом числе источников ШП.

Причина этого недостатка в том, что ранг оценочной  $M \times M$  матрицы (1)  $r1 = \min\{K, M\}$ , так что при объеме выборки K < M эта матрица **вырождена**, обратные к ней матрицы (10), (11в), (13в) и требующиеся функции (8), (11а), (13в) от них не определены.

Этот недостаток отсутствует в рассматриваемых ниже квазиньютоновских алгоритмах адаптации на основе **регуляризованных МП** оценок **ПКМ** шумовых помех.

#### 3. ДИАГОНАЛЬНАЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ МП ОЦЕНКИ ПКМ ШУМОВЫХ ПОМЕХ В КВАЗИНЬЮТОНОВСКОМ АЛГОРИТМЕ АДАПТАЦИИ

А. К настоящему времени предложены различные методы регуляризации – доопределения до положительно определенных МП оценочных КМ, вырожденных при упомянутом дефиците обучающих выборок. Наиболее известен и изучен [8–11] предложенный Ю.И. Абрамовичем метод диагонального "нагружения" (diagonal loading [8]), при котором матрица  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_k$  в оценке  $\hat{\mathbf{\Phi}}$  (1) заменена невырожденной (обратимой) матрицей

$$\mathbf{A}_{rk} = \boldsymbol{\beta}_{0} \cdot \mathbf{I} + \mathbf{A}_{k}, \quad \mathbf{A}_{k} = \sum_{i=1}^{\kappa} \mathbf{y}_{i} \cdot \mathbf{y}_{i}^{*}, \quad k \in 1, K,$$

$$\boldsymbol{\beta}_{0} > 0,$$
(15)

положительно определенной при любых  $K \ge 1$ .

Дополнительная скалярная матрица – регуляризатор  $\beta_0 I$  придает оценочной ПКМ (1) структуру истинной ПКМ. Она введена как возможный вариант учета достоверной априорной информации о взаимно некоррелированных собственных шумах каналов приема в соответствии с принципом "ожидаемого правдоподобия" (expected-likelihood (EL)) - конструктивной альтернативой принципу "максимального правдоподобия" (maximum-likelihood (ML)) в условиях выборок малого объема [13, 14]. Суть принципа EL оценивания заключается в том, что в качестве оценки априори неизвестной истинной КМ берется не матрица, максимизирующая отношение правдоподобия (ОП), а матрица, приближающая его значения к тем, которое можно ожидать от ОП, порождаемого истинной КМ.

Матрица (15) имеет полный ранг независимо от объема обучающей выборки, поэтому различные функции обратной ей матрицы  $\hat{\Psi} = \hat{\Phi}^{-1}$  (например,  $\hat{\mathbf{r}} = \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}$ ), реализующие процедуру адаптации (8), могут формироваться уже с **первой** обучающей выборки. При соответствующем выборе параметра регуляризации  $\beta_0$  оценка (15) может существенно повысить быстродействие адаптивной обработки. Так, на ее основе вход в зону "3 дБ потерь" обеспечивается при выборке объема  $K = 2 \cdot n$  [8–12], вдвое большего числа *n* внешних источников ШП, что в реальных условиях  $n \ll M$  существенно меньше, чем при адаптации на основе (1), (10), (11), (13).

**Б.** Покажем это на примере моделирования системы защиты плоской двухмерной ФАР от шумовых помех (рис. 4) при использовании цифрового квазиньютоновского **АК** с выделенным основным каналом (рис. 3). При регуляризации данный **АК** работает по тому же алгоритму (13), но процедура в (13в) "запускается" уже с первой обучающей выборки, для которой в роли начальной используется матрица

$$\widehat{\Psi}_{-(0)} = \beta_{\mathrm{DL}} \cdot \mathbf{I} = \beta_{\mathrm{o}}^{-1} \cdot \mathbf{I} , \qquad (16)$$

обратная диагональному регуляризатору **МП** оценки **ПКМ** общего вида  $\beta_0 \cdot I$  (15) компенсационных каналов.

На рис. 7 пунктирными линиями показаны зависимости от объема обучающей выборки K среднего значения  $\overline{\hat{\chi}(K)}$  случайных потерь (14) для этого **АК** с регуляризацией **МП** оценки **ПКМ** компенсационных каналов, а сплошными – для его «нерегуляризованного» прототипа.





Число источников ШП – n = 1 (*a*) n = 4 (*б*), ОПШ в основном канале АК  $h_0 = 35$  дБ, число компенсационных каналов  $M_{comp} = 4$ .

Как и следует из теории, для входа в зону "З дБ потерь" регуляризованному **АК** в условиях рис. 7, *а* (n = 1) требуется  $K \approx 2$ , обучающие выборки, тогда как "нерегуляризованному" его аналогу требуется  $K \approx 2 \cdot M_{comp} = 8$ , т.е. вчетверо больше.

В условиях рис. 7,  $\delta$  (n = 4) требования к объему выборки для них одинаковы (удвоенное число источников равно удвоенному числу компенсационных каналов), в связи с чем соответствующие им зависимости в этих условиях сливаются.

## 4. ЗАЩИТА РЛС ОТ ШП НА ОСНОВЕ АДАПТИВНЫХ РЕШЕТЧАТЫХ ФИЛЬТРОВ

Теоретические достоинства рассмотренных алгоритмов адаптации, основанные на явно вычисленных оценках **ПКМ**  $\hat{\Phi}$  могут оказаться нереализованными на практике. Причиной может быть типичная для реальных условий плохая обусловленность этих явно сформированных оценок, которая при неизбежно конечной разрядности вычислений может приводить к большим ошибкам в значениях элементов обратных матриц  $\hat{\Psi}$  и, как следствие, весовых векторов  $\hat{\mathbf{r}}$  или  $\hat{\mathbf{k}}$  и выходных эффектов  $u_{\Sigma}$  в целом.

Обусловленное этим снижение эффективности адаптивной обработки может не только не компенсироваться, но даже усугубляться увеличением объема обучающей выборки [9].

Этот недостаток существенно ослабляется, если вместо явно сформированных оценочных **ПКМ** и матриц, обратных им, используются их так называемые мультипликативные (факторизованные) представления – в виде произведения слабозаполненных матриц различной структуры. Переход к ним назван в [15, с. 118] "фундаментальной идеей численного анализа больших систем".

Возможность представить произвольную матри-

цу **A** в факторизованной форме  $\mathbf{A} = \prod_{i=1}^{m} \mathbf{B}_{i}$  означает

возможность построить фильтр с требуемой матричной импульсной характеристикой (МИХ) А в виде последовательного соединения *m* ступеней с МИХ *i*-й ступени, равной *i*-му сомножителю  $\mathbf{B}_i$  ( $i \in 1, m$ ) результирующей МИХ. Обучающая выборка используется в этом случае не для явного формирования прямой и обратной матриц, а для определения параметров их сомножителей  $\mathbf{B}_i$  выбранного вида (параметров ступеней фильтра выбранной структуры).

Основные преимущества такой организации обработки порождены несколькими причинами. Наиболее важной из них является существенно лучшая обусловленность сомножителей, чем обратной матрицы в целом, число обусловленности которой зачастую равно произведению чисел обусловленности этих сомножителей. Практически важны также простота и "однородность" сомножителей, упрощающие структуру фильтра и наращивание его порядка. Многоступенчатое построение может оказаться и более экономичным по затратам памяти, поскольку общее число параметров, определяющих сомножители **B**<sub>i</sub>, может быть заметно меньше числа различных элементов

произведения  $\prod_{i=1}^{m} \mathbf{B}_{i}$ .

В вычислительной математике используются различные виды сомножителей факторизованных представлений матриц, порождающие **многоступен-чатые** фильтры различной структуры, в общем случае неравноценные по сложности и эффективности. Для решения задач пространственной и пространственное временной обработки сигналов на фоне помех практически наиболее интересны сомножители "обобщенной факторизации Левинсона" [16], приводящие к адаптивным решетчатым фильтрам (**АРФ**) [16–18], подробно описанным в [19, 20].

Здесь лишь напомним, что обобщенной факторизацией Левинсона (**ОФЛ**) для  $M \times M$  эрмитовой матрицы  $\Phi = (\phi_{i\ell})_{i,\ell=1}^M$  в [16] названо факторизованное представление

$$\mathbf{W}_{1} = \mathbf{D}_{M} \cdot \mathbf{D}_{M-1} \cdots \mathbf{D}_{3} \cdot \mathbf{D}_{2} \cdot \mathbf{V} \cdot \mathbf{S}_{1} \quad (17)$$

 $2 \cdot M \times M$  матрицы  $W_1$ , образованной  $M \times M$  нижней (**H**) и  $M \times M$  верхней (**N**<sup>\*</sup>) треугольными матрицами разложения **Холецкого** [6, 7] матрицы  $\Psi$  (рис. 8):





нижне-верхнее разложения эрмитовой положительно определенной матрицы **Ф** 

Здесь **H** и **N** – **нижние треугольные** матрицы с действительными положительными диагональными элементами, существующие для любых эрмитовых положительно определенных матриц, в том числе **KM** и обратных им.

**ОФЛ** (17) образована диагональной  $M \times M$  матрицей  $\mathbf{S}_1 = \operatorname{diag}(s_1(\ell))_{\ell=1}^N$ ,  $2 \cdot M \times M$  матрицей "раздвоения"  $\mathbf{V} = \mathbf{I}_N \otimes [1,1]^T$  ( $\otimes$  – символ кронекеровского [7] перемножения) и  $2 \cdot M \times 2 \cdot M$  блочнодиагональными матрицами вида

$$\mathbf{D}_{i} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{i-1} & 0 & 0\\ 0 & \mathbf{9}_{ni} & 0\\ 0 & 0 & \mathbf{I}_{i-1} \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{l} \mathbf{\mathfrak{P}}_{ni} = \mathbf{S}_{i} \cdot \mathbf{\mathfrak{P}}_{i}, \\ \mathbf{\mathfrak{P}}_{i} = \operatorname{diag}(\mathbf{\mathfrak{P}}_{i}(\ell))_{\ell=1}^{M+1-i}, \\ \mathbf{S}_{i} = \operatorname{diag}(\mathbf{s}_{i}(\ell))_{\ell=1}^{M_{i}} \otimes \mathbf{I}_{2}, \\ \mathbf{\mathfrak{P}}_{i}(\ell) = \begin{bmatrix} \alpha_{i}(\ell) & 1\\ 1 & \alpha_{i}^{*}(\ell) \end{bmatrix}, \\ i \in 2, M; \quad \ell \in 1, M+1-i. \end{array}$$
(19)

На рис. 9, *а* показан пример M = 4 – входового решетчатого фильтра (**РФ**) с 8×4 **МИХ W**<sub>1</sub> (17), а на рис. 9,  $\delta$  – "зеркальный" ему 2·M = 8 – входовый **РФ** с 4×8 **МИХ** 

$$\mathbf{W}_{2} = \mathbf{W}_{1}^{*} = \underbrace{\mathbf{W}_{1}^{*}}_{\mathbf{N}} = \mathbf{S}_{1} \cdot \mathbf{V}^{T} \cdot \mathbf{D}_{2}^{*} \cdot \mathbf{D}_{3}^{*} \cdots \mathbf{D}_{N-1}^{*} \cdot \mathbf{D}_{N}^{*}.$$
(20)

Они строятся из набора показанных в штриховых рамках "элементарных **РФ**" (ЭРФ) – двухвходовых весовых сумматоров с перекрестными связями с **МИХ** э<sub>ni</sub>( $\ell$ ) (19) и э<sub>ni</sub><sup>\*</sup>( $\ell$ ). Параметрами ЭРФ являются коэффициенты  $\alpha_i(\ell)$ ,  $\alpha_i^*(\ell)$  и определяющиеся ими множители  $s_i(\ell)$ . Число ЭРФ последовательно по ступеням уменьшается на единицу в первом (*a*) и увеличивается во втором (*б*) фильтрах.

Если при этом (действительные) коэффициенты передачи его первой ступени  $s_1(\ell)$  будут нормировать к единице выходную мощность

$$s_1^2(\ell) \cdot \overline{|u_\ell|^2} = s_1^2(\ell) \cdot \varphi_{\ell\ell} = 1, \qquad \ell \in 1, M, \qquad (21)$$

а параметры  $\alpha_i(\ell)$  – взаимно декоррелировать процессы на выходах и регулируемых входах соответствующих **ЭРФ**, а  $s_i(\ell)$  – нормировать к единице их выходные мощности, то  $M \times M$  блоки **H** и **N**<sup>\*</sup> итоговой **МИХ W**<sub>1</sub> удовлетворят равенствам (18). При этом **РФ** рис. 9 объединит два **обеляющих фильтра** [3, 19].

Соединение двух **РФ** рис. 9, *а* и рис. 9, *б* образует **обращающий фильтр** [3, 19] с **МИХ** 

$$\mathbf{W}_2 \cdot \mathbf{W}_1 = \mathbf{W}_1^* \cdot \mathbf{W}_1 = \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H} + \mathbf{N} \cdot \mathbf{N}^* = 2 \cdot \boldsymbol{\Psi} .$$
(22)

В п. 3 была рассмотрена диагональная регуляризация **МП** оценок **ПКМ** шумовых помех, существенно ускоряющая процедуру адаптации при  $n \ll M$  источников **ШП**.

Еще один способ регуляризации заключается в ленточной (band) аппроксимации оценки обратной матрицы [17, 21, 22]. В качестве матрицы, обратной **КМ**, здесь используется ленточная **эрмитова**  $M \times M$  матрица

$$\widehat{\boldsymbol{\Psi}} = \widehat{\boldsymbol{\Psi}}_b = \widehat{\boldsymbol{H}}_b^* \cdot \widehat{\boldsymbol{H}}_b = \widehat{\boldsymbol{N}}_b \cdot \widehat{\boldsymbol{N}}_b^*, \qquad (23)$$

сомножители которой – ленточные **треугольные**  $M \times M$  матрицы с шириной ленты  $m \le M$  (рис. 10).

На рис. 10 затемненными диагональными полосами выделены ненулевые элементы соответствующих диагоналей рассматриваемых матриц.



Рис. 9. Решетчатые фильтры с МИХ (17) (*a*) и МИХ (20) (б)

На рис. 11, *а* показан M = 6 – входовой **РФ** с ленточной  $2 \cdot M \times M$  **МИХ**  $\mathbf{W}_{1b}$ , образованной  $M \times M$  треугольными ленточными нижней ( $\mathbf{H}_b$ ) и верхней ( $\mathbf{N}_b^*$ ) **МИХ** с шириной ленты zz = 3, равной числу используемых ступеней **РФ**.



Рис. 10. Треугольные ленточные верхне-нижнее и нижне-верхнее разложения эрмитовой ленточной матрицы  $\Psi_b$ 

Нижним индексом здесь указан номер ступени, а в скобках – номер ЭРФ с МИХ  $\mathfrak{p}_{ni}(\ell)$  (19) в этой ступени. "Зеркальный"  $2 \cdot M = 12$  – входовой трехступенчатый РФ с  $M \times 2 \cdot M$  МИХ  $W_{1b}^*$  из  $M \times M$ треугольных ленточных верхней ( $\mathbf{H}_b^*$ ) и нижней ( $\mathbf{N}_b$ ) МИХ с той же шириной ленты (zz = 3) показан на рис. 11,  $\delta$ .

Ленточная аппроксимация обратной матрицы приводит к уменьшению числа компенсационных каналов и, соответственно, количества параметров, оцениваемых на этапе адаптации, что может снизить требования к объему обучающей выборки (повысить быстродействие) и одновременно упростить обработку [22].

Целесообразно использовать совместно ленточную и диагональную регуляризацию [21, 22]. Она может быть использована при решении широкого круга задач адаптивной пространственно-временной обработки сигналов, в частности, адаптивной пространственной обработки в условиях ШП.

"Ленточно-диагональная" регуляризация наиболее просто и эффективно реализуется в универсальных адаптивных решетчатых фильтрах, имеющих также важные дополнительные достоинства, обусловленные, в частности, многоступенчатым построением.

Так, здесь явно формируются (оцениваются) только сомножители **МИХ**  $H_b$  и  $N_b^*$  (параметры **ЭРФ** в ступенях **АРФ**). Именно этим объясняется более высокая численная устойчивость **АРФ** по сравнению с процедурами, в которых эти **МИХ** формируются явно.

Покажем это на примере моделирования системы защиты плоской двухмерной ФАР от шумовых помех (рис. 4).



Рис. 11. РФ с ленточными МИХ

Этот эффект наглядно иллюстрируется результатами моделирования, показанными на рис. 12 для  $M_{comp} = 4$  компенсационных каналов и n = 4 источников ШП в зоне боковых лепестков ДН с относи-

тельной интенсивностью в основном канале приема  $h_0 = 25 \text{ дБ}(a)$  и  $h_0 = 35 \text{ дБ}(\delta)$  при вычислениях с ограниченной (одинарной) разрядной сеткой в пакете программ «Matlab».

Видно, что в этих условиях в алгоритмах с явно формируемыми оценками **КМ** или матриц, обратных им, показанная сплошными кривыми эффективность обработки с ростом объема обучающей выборки может не только не увеличиваться, но даже снижаться, и тем сильнее, чем выше интенсивность помех.





от объема обучающей выборки *К* для квазиньютоновского **АК** с регуляризацией **МП** оценки общего вида (сплошные кривые) и **АРФ** (штриховые кривые)

В **АРФ** (штриховые кривые) этот эффект отсутствует, в связи с чем он оказывается существенно эффективнее теоретически эквивалентных методов, в которых оценки используемых матриц формируются явно. В частности, в приведенном иллюстративном примере при объеме обучающей выборки K = 60 выигрыш **АРФ** составляет примерно 13 дБ в условиях рис. 12, *а* и около 18 дБ – в условиях рис. 12, *б*.

Важным достоинством **АРФ** является также простота учета и использования для повышения эффективности обработки априорной информации различного вида о специфике структуры каналов приема и, как следствие, специфике соответствующих **КМ** [3, 16, 19, 20].

Так, следствием эрмитовости КМ является комплексная сопряженность параметров соответствующих ЭРФ (рис. 9, a,  $\delta$ ).

Для ФАР с центрально-симметричным расположением элементов (модулей) следствием **персимметрии** (симметрии элементов матрицы относительно побочной диагонали) **КМ** является априорное равенство параметров

$$s_{1}(\ell) = s_{1}(M+1-\ell), \ \ell \in 1, M, \ \mathfrak{I}_{ni}(\ell) = \mathfrak{I}_{ni}(M_{i}+1-\ell),$$
$$i \in 2, M; \ \ell \in 1, M_{i}; \ M_{i} = M+1-i$$

**РФ** *i*-й ( $i \in 1, M$ ) ступени, симметричных относительно центрального. Это вдвое снижает количество оцениваемых параметров на этапе адаптации и практически вдвое повышает быстродействие адаптивной обработки [23, 24].

Для ФАР с эквидистантным расположением идентичных излучателей (модулей) вдоль главных осей следствием теплицевости (равенства элементов матрицы, расположенных на любой диагонали) КМ является одинаковость параметров всех ЭРФ каждой ступени РФ:

$$s_{1}(\ell) = s_{1}(1) = s_{1}, \ \ell \in 1, M; \ \alpha_{i}(\ell) = \alpha_{i}(1) = \alpha_{i},$$
  
$$s_{i}(\ell) = s_{i}(1) = s_{i}, \ i \in 2, M,$$

что создает предпосылки для резкого повышения быстродействия адаптивной обработки по сравнению с произвольной структурой каналов приема (с КМ общего вида) [3, 20, 25].

Таким образом, **АРФ** может рассматриваться в качестве **наиболее рациональной и эффективной структурно-алгоритмической основы** адаптивной защиты современных и перспективных РЛС от шумовых помех.

На его основе может быть также построена и система пеленгации внешних источников шумовых излучений, наиболее просто и эффективно реализующая современные известные и новые "сверхразрешающие" методы пространственного спектрального анализа, а также система междупериодной обработки сигналов на фоне пассивных помех, решающая задачи СДЦ.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Проанализированы особенности адаптивной обработки в РЛС с ФАР на фоне шумовых помех (ШП) на основе оценок максимального правдоподобия (МП оценок) корреляционной матрицы (КМ) гауссовых ШП общего вида в квазиньютоновском автокомпенсаторе (АК). При таком оценивании по сравнению с градиентными алгоритмами существенно по-

вышается быстродействие **АК**, которое практически не зависит от степени сложности помеховой обстановки (разброса собственных чисел **КМ** помех). При этом в соответствии с "энергетическим" критерием необходимое количество обучающих выборок **ШП** для входа в зону "З дБ потерь" в отношении сигнал/(помеха + шум) (**ОСПШ**) определяется удвоенным количеством управляемых приемных каналов  $K \approx 2 \cdot M_{comp}$ .

Основной недостаток таких алгоритмов **МП** оценивания заключается в невозможности адаптироваться на их основе до набора обучающих выборок объема, равному количеству управляемых приемных каналов приема. Поэтому эффективная адаптация на основе этих оценок возможна только в относительно малоканальных системах обработки, при малом числе источников **ШП**.

2. Рассмотрены особенности адаптации на основе диагональной регуляризации **МП** оценок **КМ**, которая сводится к дополнению такой оценки скалярной (пропорциональной единичной) диагональной матрицей – регуляризатором.

При такой регуляризации адаптация начинается уже с первой обучающей выборки, а быстродействие существенно повышается. Так, вход в зону "З дБ потерь" обеспечивается при выборке объема  $K = 2 \cdot n$ , вдвое большего числа n внешних источников ШП, что в реальных условиях  $n \ll M$  существенно меньше, чем при адаптации на основе нерегуляризованных МП оценок КМ.

3. Проанализированы особенности адаптивной защиты РЛС с ФАР от шумовых помех на основе многоступенчатых адаптивных решетчатых фильтров (**АРФ**).

Показано, что для многоступенчатых **АРФ** характерна высокая численная устойчивость по сравнению с алгоритмами, основанных на явно вычисленных оценках **ПКМ**  $\hat{\Phi}$ . Так, по сравнению с квазиньтоновским **АК** при вычислениях с ограниченной (одинарной) разрядной сеткой в пакете программ «Matlab» выигрыш **АРФ** составил 13 дБ и более.

Учет и использование априорной информации о специфике структуры каналов приема и, как следствие, специфике соответствующих КМ (персимметрии, теплицевости) создает предпосылки для существенного повышения быстродействия адаптивной обработки.

Все это позволяет рассматривать **АРФ** как наиболее рациональную и эффективную структурноалгоритмическую основу для адаптивной защиты современных и перспективных РЛС от шумовых помех.

#### Литература

 Рябуха В.П. Адаптивные системы защиты РЛС от шумовых помех. 1. Корреляционные автокомпенсаторы на основе стохастических градиентных алгоритмов адаптации/ В.П. Рябуха // Прикладная радиоэлектроника. — 2016. — Т. 15, № 1 — С. 11–25.

- [2] Reed I.S. Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays/ I.S. Reed, J.D. Mallett and L.E. Brennan // IEEE Transactions on Aerospace Electronic System. — November 1974. — Vol. AES-10. — P. 853–863.
- [3] Радиоэлектронные системы. Основы построения и теория: Справочник/ Я.Д. Ширман, С.Т. Багдасарян, А.С. Маляренко, Д.И. Леховицкий, С.П. Лещенко, Ю.И Лосев, А.И. Николаев, С.А Горшков, С.В. Москвитин, В.М. Орленко / Под ред. Я.Д. Ширмана. — М.: Радиотехника. — 2007. — 512 с.
- [4] *Монзинго Р.А.* Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию / Р.А. Монзинго, Т.У. Миллер; пер. с англ. — Радио и связь. — 1986. — 448 с.
- [5] Хастингс Н. Справочник по статистическим распределениям / Н. Хастингс, Дж. Пикок. — М.: Статистика. 1980. — 95 с.
- [6] Фаддеев Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры, изд. 2-е / Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева. — М.–Л.: Физматгиз, 1963. — 655 с.
- [7] Воеводин В.В. Матрицы и вычисления / В.В. Воеводин, Ю.А. Кузнецов. — М.: Наука, 1984. — 320 с.
- [8] Абрамович Ю.И. Регуляризованный метод адаптивной оптимизации по критерию максимума отношения сигнал/помеха / Ю.И. Абрамович // Радиотехника и электроника. — 1981. — т. 26, №3. — С. 543–551.
- [9] Абрамович Ю.И. Анализ эффективности адаптивной максимизации отношения сигнал/помеха, использующей обращение оценки корреляционной матрицы/ Ю.И. Абрамович, А.И. Неврев // Радиотехника и электроника.— 1981. — Т. 26, № 12. — С. 2558–2566.
- [10] Черемисин О.П. Эффективность адаптивного алгоритма с регуляризацией выборочной корреляционной матрицы/ О.П. Черемисин // Радиотехника и электроника. — 1982. — Т.27, №10. — С. 1933–1942.
- [11] Abramovich Y.I. A Modified GLRT and AMF Framework for Diagonally Loaded and Fast Maximum-Likelihood Adaptive Detectors / Y.I. Abramovich, Nicolas K. Spenser, Alexei Y. Gorokhov // IEEE Trans. on Aerospace and Electr. Systems. — July, 2007.— Vol. 43, № 3. — PP. 1017—1051.
- [12] Фридландер Б. Решетчатые фильтры для адаптивной обработки данных / Б. Фридландер // ТИИЭР. — 1982. — Т. 70, № 8. — С. 54—91.
- [13] Abramovich Y. Time-varying autoregressive (TVAR) models for multiple radar observations / Y. Abramovich, N. Spencer, M. Turley // IEEE Trans. Sig. Proc. — Apr. 2007.— Vol. 55, No. 4. — PP. 1298–1311.
- [14] Abramovich Y. Band-inverse (TVAR) covariance matrix estimation for adaptive detection. / Y. Abramovich, N. Spencer, B.A. Johnson // IEEE Trans. Aero. Elect. Sys. — submitted 11 Dec 2006 + 15, Aug 2007, accepted 24 Sep 2008.
- [15] Численные методы условной оптимизации / Под ред. Ф. Гилла и У. Мюррея. — М.: Мир, 1977. — 290 с.
- [16] Леховицкий Д.И. Обобщенный алгоритм Левинсона и универсальные решетчатые фильтры / Д.И. Леховицкий // Изв. Вузов. Радиофизика. — 1992. — Т. 35, № 9— 10. — С. 790—808.
- [17] Леховицкий Д.И. Методы адаптивной решетчатой фильтрации в задачах пространственно-временной обработки сигналов / Д. И. Леховицкий, В. И. Зарицкий, И. Д. Раков, Б. Г. Свердлов, М. В. Ратынский // Препринт 8610. — М.: РТИ АН СССР. — 1987. — 30 с.

- [18] Леховицкий Д.И. К тридцатилетию харьковских исследований адаптивных решетчатых фильтров // XVII Международная научно-техническая конференция «Радиолокация, навигация, связь (RLNC\*2011)» / Д.И. Леховицкий// Воронеж: НПФ «САКВОЕЕ», 2011. — Т. 1. — С. 217—228.
- [19] Леховицкий Д.И. Адаптивные решетчатые фильтры. Часть І. Теория решетчатых структур П. / Д.И. Леховицкий, Д.С. Рачков, А.В. Семеняка, В.П. Рябуха, Д.В. Атаманский // Прикладная радиоэлектроника. — 2011. — Т. 10, № 4 — С. 381–404.
- [20] Леховицкий Д.И. Адаптивные решетчатые фильтры. Част. II. Алгоритмы настройки АРФ / Д.И. Леховицкий, Д.С. Рачков, А.В. Семеняка, В.П. Рябуха, Д.В. Атаманский // Прикладная радиоэлектроника. — 2011. — Т. 10, № 4 — С. 405–418.
- [21] Леховицкий Д.И. Универсальные адаптивные решетчатые фильтры. Ч. 2. Адаптация при заданном корне из оценочной корреляционной матрицы / Д.И. Леховицкий, С.Б. Милованов, И.Д. Раков, Б.Г. Свердлов // Изв. Вузов. Радиофизика. — 1992. — Т. 35, №11–12. — С. 969–991.
- [22] Леховицкий Д.И. Ленточно-диагональная регуляризация МП оценок корреляционных матриц в задачах адаптивной обработки на фоне гауссовых помех. / Д.И. Леховицкий, Ю.И. Абрамович, Д.С. Рачков, В.П. Рябуха, Г.А Жуга, Д.С. Рачков, А.В. Семеняка // Прикладная радиоэлектроника. — 2011. — Т.10, № 4. — С. 381–404.
- [23] Nitzberg R. Application of maximum likelihood estimation of persymmetric covariance matrices to adaptive processing / R. Nitzberg // IEEE Trans. Aerosp. And Electr. Syst. 1980. Vol.16, № 1. P. 124–127.
- [24] Зарицкий В.И. Рекуррентные алгоритмы адаптивной обработки при центральной симметрии пространственно-временных каналов приема / В.И. Зарицкий, В.Н. Кокин, Д.И. Леховицкий, В.В. Саламатин // Изв. Вузов. Радиофизика. — 1985. — № 7. — С. 863–871.
- [25] Семеняка А.В. О методах оценивания теплицевых корреляционных матриц в задачах адаптивной пространственно-временной обработки сигналов / А.В. Семеняка, Д.С. Рачков, Д.И. Леховицкий // Прикладная радиоэлектроника. — 2011 — Т.10, № 4. — С. 441–447.
- [26] Robert A. Monzingo. Introduction to Adaptive Arrays / Robert A. Monzingo, Randy L. Haupt, Thomas W. Miller; 2nd Edition — SciTech Publishing. — Inc.Raleigh. — NC 27615. — 2011. — 686 pp.

Поступила в редколлегию 04.04.2016



Рябуха Вячеслав Петрович, канд. техн. наук, доцент, ведущий научный сотрудник научно-исследовательского центра Харьковского национального университета радиоэлектроники. Область научных интересов – радиолокационные системы, обнаружение и измерение параметров сигналов на фоне помех.

#### УДК 621.396.965:621.391.26

Адаптивні системи захисту РЛС від шумових завад. 2. Квазіньютонівські кореляційні автокомпенсатори. Адаптивні решітчасті фільтри / В.П. Рябуха // Прикладна радіоелектроніка: наук. – техн. журнал. – 2016. – Том 15, № 2. – С. 88–99.

Друга стаття циклу статей з адаптивних систем захисту РЛС від маскувальних шумових завад. Розглядаються квазіньютонівські алгоритми адаптації на основі оцінок максимальної правдоподібності (МП оцінок) кореляційних матриць (КМ) завад загального виду, квазіньютонівські алгоритми на основі діагонально регуляризованих МП оцінок КМ, адаптивні решітчасті фільтри (АРФ), що реалізують стрічководіагональну регуляризацію. Показано важливі переваги останніх, що рекомендуються для практичного використання в адаптивних системах просторової обробки сигналів на тлі гауссівських шумових завад.

*Ключові слова:* шумові завади, адаптивні системи, обсяг навчаючої вибірки, швидкодія, оцінки максимальної правдоподібності, регуляризація, адаптивні решітчасті фільтри.

Іл.: 12. Бібліогр.: 26 найм.

UDC 621.396.965:621.391.26

Adaptive radar noise jamming protection systems. 2. Quasi-Newton correlation self-compensators. Adaptive lattice filters. / V.P. Riabukha // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. – 2016. – Vol. 15, № 2. – P. 88 – 99.

This is the second paper of a series on adaptive radar masking noise jamming protection systems. It considers: quasi-Newton adaptation algorithms based on maximum likelihood (ML) estimates of correlation matrices (CM) for jamming of general kind; quasi-Newton algorithms based on diagonally regularized ML estimates of CM; adaptive lattice filters that realize a strip-diagonal regularization. Important advantages of the latter are shown that are recommended to be applied in practice in adaptive systems for spatial processing of signals embedded in Gaussian noise jamming.

*Keywords:* noise jamming, adaptive systems, training sample size, performance, maximum likelihood estimates, regularization, adaptive lattice filters.

Fig.: 12. Ref.: 26 items.