

## МОДЕЛЬ ГАУССОВЫХ ШУМОВЫХ ПОМЕХ С НЕРАВНОМЕРНЫМ ЧАСТОТНЫМ СПЕКТРОМ И ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПОМЕХОЗАЩИТЫ

В. П. РЯБУХА, В. В. ЦИСАРЖ, А. В. СЕМЕНЯКА, Е. А. КАТЮШИН

Статья посвящена разработке алгоритма моделирования выборки гауссовых шумовых помех с неравномерным, в частности, гребенчатым, частотным спектром на выходах пространственных каналов приема в дискретные моменты времени и оценке влияния неравномерности частотного спектра мешающих шумовых излучений внешних источников на эффективность адаптивной обработки сигналов на их фоне.

**Ключевые слова:** математическая модель, шумовые помехи, неравномерный частотный спектр, входная (обучающая) выборка, корреляционная матрица (последовательность), отношение сигнал/(помеха + шум)

### ВВЕДЕНИЕ

РЛС контроля воздушного пространства должны решать стоящие перед ними задачи в условиях воздействия различного рода помех, в частности, маскирующих шумовых помех (ШП), создаваемых точечными по пространству источниками гауссовых независимых непрерывных шумовых излучений (рис. 1). Они маскируют сигналы (рис. 2) и затрудняют тем самым извлечение полезной радиолокационной информации.

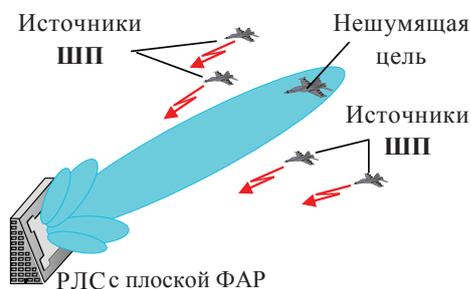


Рис. 1. Источники ШП

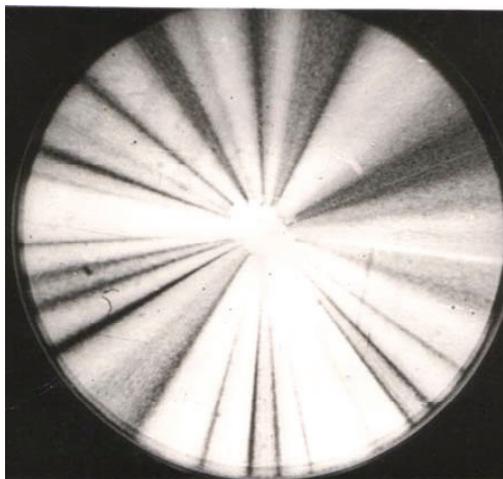


Рис. 2. Вид ИКО РЛС при воздействии ШП

На практике параметры шумовой помехи, в частности, ее пространственная корреляционная матрица  $\Phi$ , как правило, неизвестны и, кроме того, меняются во времени из-за движения источников ШП и (или) обзора пространства самой РЛС. В этих условиях обычно невозможно обеспечить защиту РЛС системами обработки с априори выбранными фиксированными параметрами.

Поэтому большое значение имеет способность системы защиты от помех приспосабливаться к изменяющейся помеховой обстановке, т.е. адаптироваться к ней. Адаптивные системы обработки должны оперативно извлекать и использовать недостающую информацию о параметрах помех непосредственно из входных воздействий.

В подавляющем большинстве теоретических исследований адаптивных систем пространственной обработки сигналов полагается, что создаваемая внешними источниками гауссова шумовая помеха имеет **равномерный** частотный спектр (РЧС), представляющий собой частотный спектр стационарного белого шума. Но современные средства цифрового формирования сигналов позволяют создавать шумовую помеху с **неравномерным** частотным спектром (НЧС), эффективность адаптивной обработки полезных сигналов на фоне которой может отличаться от достижимой в условиях РЧС шумовых излучений [1].

В данной статье поставлены две цели.

1. Разработать рациональный алгоритм моделирования  $N \times K$ -мерной выборки гауссовых шумовых помех с гребенчатым НЧС на выходах  $N$  пространственных каналов приема в  $K$  дискретных эквидистантных моментах времени.

2. На основе разработанной модели оценить влияние неравномерности частотного спектра шумовых помех от внешних источников на эффективность адаптивной пространственной обработки отраженных от целей сигналов на их фоне.

Статья организована следующим образом.

В п. 1 ставится задача моделирования выборки гауссовых шумовых помех с неравномерным частотным спектром и описывается ее решение в общем случае; в п. 2 описывается формирование корреляционной матрицы аддитивной смеси внутреннего шума и внешних шумовых помех, а в п.3 – векторов выборки этой смеси. П. 4 посвящен обоснованию модели этой смеси с уменьшенными вычислительными затратами. В п. 5 приводится корреляционная последовательность смеси внутреннего шума и шумовых помех с гребенчатым частотным спектром. П. 6 посвящен оценке влияния неравномерности частотного спектра шумовых помех от внешних источников на эффективность адаптивной обработки сигналов на их фоне.

**1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЕЕ ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ**

Для достижения первой цели требуется сформировать выборку (рис. 3)

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_i]_{i=1}^K = [\mathbf{y}_1 \ \mathbf{y}_2 \ \dots \ \mathbf{y}_N]$$

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{y}(t_i) = [y_1(t_i) \ y_2(t_i) \dots \ y_N(t_i)]^T = [y_\ell^{(i)}]_{\ell=1}^N, \quad (1)$$

$$i \in 1, K$$

объема  $K$ , образованную  $N$ -мерными комплексными векторами  $\mathbf{y}_i$ , компоненты которых  $y_\ell^{(i)} = y_\ell(t_i)$  должны соответствовать отсчетам аддитивной смеси гауссового внутреннего шума приемника и гауссовых шумовых помех от  $v \geq 1$  внешних источников, в общем случае – с заданными НЧС, интенсивностью и угловыми координатами в  $\ell$ -м ( $\ell \in 1, N$ ) пространственном канале приема в дискретные моменты времени  $t_i = i \cdot \Delta$ ,  $i \in 0, K-1$ , где  $\Delta$  – используемый интервал временной дискретизации. В (1) "T" – знак транспонирования.

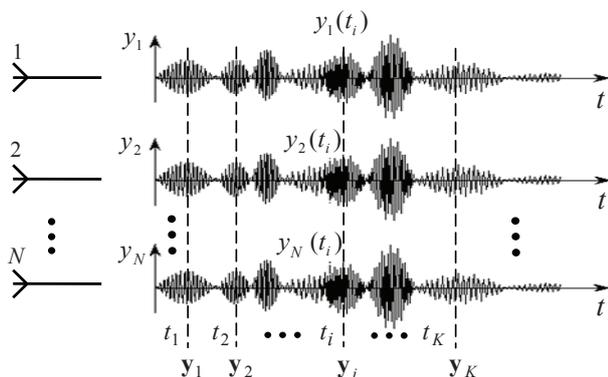


Рис. 3.  $N$ -мерные векторы  $\mathbf{y}_i$  выборки  $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_i]_{i=1}^K$

На рис. 4 показана удобная для создания требуемой выборки (1) схема формирования  $N \times K$ -мерного гауссова вектор-столбца комплексных амплитуд моделируемого процесса

$$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_i]_{i=1}^K = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_K \end{bmatrix} \sim CN(0, \mathbf{R}_u), \quad (2)$$

$$\mathbf{u}_i = [u_\ell^{(i)}]_{\ell=1}^N, \quad i \in 1, K$$

с нулевым вектором средних значений (нвсз) и корреляционной матрицей (КМ)

$$\mathbf{R}_u = \overline{\mathbf{U} \cdot \mathbf{U}^*} = [\mathbf{r}_{pq}]_{p,q=1}^K, \quad (3)$$

$$\mathbf{r}_{pq} = \overline{\mathbf{u}_p \cdot \mathbf{u}_q^*} = [r_{\mu\nu}^{(p,q)}]_{\mu,\nu=1}^N$$

размера  $(N \cdot K) \times (N \cdot K)$ , образованной  $K \cdot K = K^2$  блоками  $\mathbf{r}_{pq}$  размера  $N \times N$ .

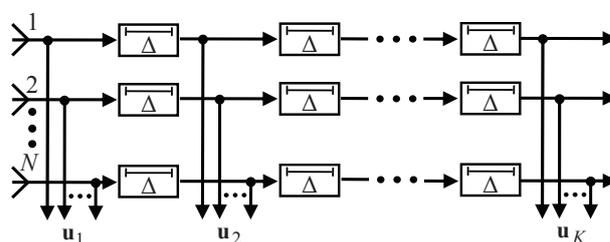


Рис. 4. Структура формирователя помех с НЧС

Здесь и далее  $K$  имеет смысл объема выборки  $N$ -мерных векторов сигналов  $N$  пространственных каналов приема, в каждый из которых включена  $K$ -отводная линия задержки с временными интервалами между отводами

$$\Delta = T_{comp} / n = 1 / (n \cdot F_{comp}), \quad (4)$$

где  $T_{comp}$  – длительность полезного сигнала после согласованной фильтрации в приемнике,  $F_{comp} = 1 / T_{comp}$  – ширина спектра зондирующего сигнала,  $n \geq 1$  – задаваемое число отсчетов процесса на интервале  $T_{comp}$ .

При  $n \leq 1$  векторы выборки практически некоррелированы. При  $n > 1$  они взаимно коррелированы, и тем сильнее, чем больше  $n$  (чем меньше временной интервал  $\Delta$  между ними). Их корреляционная функция зависит от формы спектральной плотности мощности (частотного спектра)  $c(f)$  смеси шума и внешней помехи.

Поставленная задача в целом может решаться традиционным способом, в соответствии с которым вектор (2) можно формировать по соотношению

$$\mathbf{U} = \mathbf{T}_u \cdot \xi_u, \quad (5)$$

где

$$\xi_u = [\xi_\ell^{(u)}]_{\ell=1}^{N \cdot K} \sim CN(0, \mathbf{I}_{NK}) - \quad (6)$$

$N \cdot K$ -мерный комплексный гауссов вектор отсчетов шума с **нвсз** и единичной  $(N \cdot K) \times (N \cdot K)$  **КМ**  $\mathbf{I}_{NK}$ ,  $\mathbf{T}_u$  –  $(N \cdot K) \times (N \cdot K)$  "корень" **КМ** (3), удовлетворяющий равенству (рис. 5)

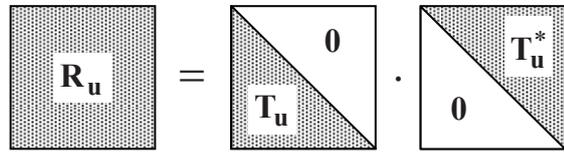
$$\mathbf{T}_u \cdot \mathbf{T}_u^* = \mathbf{R}_u \quad (7)$$


Рис. 5. Треугольное ниже-верхнее разложение Холецкого эрмитовой положительно определённой матрицы  $\mathbf{R}_u$

Тем самым решаемая далее задача сводится к отысканию **КМ**  $\mathbf{R}_u$  (3) вектора  $\mathbf{U}$  (3), "корня"  $\mathbf{T}_u$  (7) из нее и умножению этого корня на вектор шума  $\xi_u$  (6), формируемый датчиком компьютера.

## 2. КОРРЕЛЯЦИОННАЯ МАТРИЦА СМЕСИ ВНУТРЕННЕГО ШУМА И ВНЕШНИХ ШУМОВЫХ ПОМЕХ С НЕРАВНОМЕРНЫМ ЧАСТОТНЫМ СПЕКТРОМ

Искомая **КМ** строится в предположении, что каждый из  $N$ -мерных подвекторов  $\mathbf{u}_i$  вектора (2) в  $i$ -м отводе линий задержки (рис. 4) равен сумме

$$\mathbf{u}_i = \left[ u_{\ell}^{(i)} \right]_{\ell=1}^N = \mathbf{u}_{ni} + \mathbf{u}_{ai}, \quad i \in 1, K, \quad (8)$$

взаимно некоррелированных (независимых)  $N$ -мерных гауссовых векторов комплексных амплитуд внутреннего шума (noise)  $\mathbf{u}_{ni}$  и внешних (активных) излучений  $\mathbf{u}_{ai}$  с **нвсз**, т.е.

$$\mathbf{u}_{ni} \sim CN(0, \mathbf{r}_{ni}), \quad \mathbf{u}_{ai} \sim CN(0, \mathbf{r}_{ai}). \quad (9)$$

В этих условиях  $N \times N$  блоки

$$\mathbf{r}_{pq} = \overline{\mathbf{u}_p \cdot \mathbf{u}_q^*} = \left[ r_{\mu\nu}^{(p,q)} \right]_{\mu,\nu=1}^N, \quad p, q \in 1, K \quad (10)$$

**КМ**  $\mathbf{R}_u$  (3) в силу независимости слагаемых в (8) равны сумме

$$\mathbf{r}_{pq} = \mathbf{r}_{npq} + \mathbf{r}_{apq} \quad (11)$$

соответствующих **КМ**

$$\mathbf{r}_{npq} = \overline{\mathbf{u}_{np} \cdot \mathbf{u}_{nq}^*}, \quad \mathbf{r}_{apq} = \overline{\mathbf{u}_{ap} \cdot \mathbf{u}_{aq}^*},$$

слагаемых в (8). Для этих **КМ** далее используются модели

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{npq} &= \mathbf{I}_N \cdot \delta(p, q), \\ \mathbf{r}_{apq} &= \rho_{pq} \cdot \mathbf{R}_a, \quad \mathbf{R}_a = \left[ r_{pq}^{(a)} \right]_{p,q=1}^N, \\ \delta(p, q) &= \begin{cases} 1, & p = q, \\ 0, & p \neq q, \end{cases} \quad p, q \in 1, K. \end{aligned} \quad (12)$$

Первая вытекает из естественного предположения о некоррелированности внутренних шумов с принятой за единицу мощностью в **различных** пространственных каналах приема как в совпадающих, так и в различных отводах линии задержки. Во втором равенстве  $N \times N$  матрица  $\mathbf{R}_a$  представляет собой **КМ** активных излучений в  $N$  пространственных каналах, одинаковую во всех **совпадающих** отводах линии задержки, а скалярный множитель  $\rho_{pq}$  учитывает в общем случае ненулевую временную корреляцию  $N$ -мерных векторов излучений  $N$  пространственных каналов в  $p$ -м и  $q$ -м отводах.

Из (10) – (12) следует, что искомая **КМ**  $\mathbf{R}_u$  (3) в целом равна

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_u &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_N & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{I}_N \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} \rho_{11} \cdot \mathbf{R}_a & \rho_{12} \cdot \mathbf{R}_a & \dots & \rho_{1K} \cdot \mathbf{R}_a \\ \rho_{21} \cdot \mathbf{R}_a & \rho_{22} \cdot \mathbf{R}_a & \dots & \rho_{2K} \cdot \mathbf{R}_a \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{K1} \cdot \mathbf{R}_a & \rho_{K2} \cdot \mathbf{R}_a & \dots & \rho_{KK} \cdot \mathbf{R}_a \end{bmatrix} = \quad (13) \\ &= \mathbf{I}_K \otimes \mathbf{I}_N + \mathbf{R}_t \otimes \mathbf{R}_a, \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{R}_t = \left[ \rho_{pq} \right]_{p,q=1}^K, \quad \rho_{pp} = 1, \quad p \in 1, K - \quad (14)$$

положительно определенная  $K \times K$  матрица полного ранга ( $(\text{rank}(\mathbf{R}_t) = K)$ ) коэффициентов временной корреляции внешних шумовых излучений в  $N$  пространственных каналах в  $p$ -м и  $q$ -м отводах линии задержки (рис. 2),  $p, q \in 1, K$ ;  $\otimes$  – символ кронекеровского перемножения [2, 3].

## 3. ВЕКТОРЫ ВЫБОРКИ СМЕСИ ВНУТРЕННЕГО ШУМА И ШУМОВЫХ ПОМЕХ С НЕРАВНОМЕРНЫМ ЧАСТОТНЫМ СПЕКТРОМ

Запишем матрицы  $\mathbf{R}_t$  (14) и  $\mathbf{R}_a$  (12) через их "корни"  $\mathbf{T}_t$  и  $\mathbf{T}_a$ :

$$\mathbf{R}_t = \mathbf{T}_t \cdot \mathbf{T}_t^*, \quad \mathbf{R}_a = \mathbf{T}_a \cdot \mathbf{T}_a^*, \quad (15)$$

откуда в силу (13)

$$\mathbf{R}_u = \mathbf{I}_{KN} + \mathbf{T}_t \cdot \mathbf{T}_t^* \otimes \mathbf{T}_a \cdot \mathbf{T}_a^*. \quad (16)$$

Используя известное свойство кронекеровского произведения [2, 3]

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} \cdot \mathbf{C} \otimes \mathbf{D} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{C} \otimes \mathbf{B} \cdot \mathbf{D}, \quad (17)$$

перепишем (16) в виде

$$\mathbf{R}_u = \mathbf{I}_{KN} + \mathbf{T}_t \otimes \mathbf{T}_a \cdot \mathbf{T}_t^* \otimes \mathbf{T}_a^* \quad (18)$$

Рассмотрим  $N \cdot K$ -мерный гауссов вектор

$$\mathbf{G} = [\mathbf{g}_i]_{i=1}^K = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 \\ \mathbf{g}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_K \end{bmatrix} = \xi_1 + \mathbf{T}_t \otimes \mathbf{T}_a \cdot \xi_2, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \xi_1 &= [\xi_{1i}]_{i=1}^K \sim CN(\mathbf{0}, \mathbf{I}_{NK}), \\ \xi_2 &= [\xi_{2i}]_{i=1}^K \sim CN(\mathbf{0}, \mathbf{I}_{NK}), \\ \xi_1 \cdot \xi_2^* &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

с КМ

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_g &= \overline{\mathbf{G} \cdot \mathbf{G}^*} = \overline{(\xi_1 + \mathbf{T}_t \otimes \mathbf{T}_a \cdot \xi_2) \cdot (\xi_1^* + \xi_2^* \cdot \mathbf{T}_t^* \otimes \mathbf{T}_a^*)} = \\ &= \mathbf{I}_{N \cdot K} + \mathbf{T}_t \cdot \mathbf{T}_t^* \otimes \mathbf{T}_a \cdot \mathbf{T}_a^* \end{aligned}$$

Отсюда следует, что введенный гауссов вектор (19) с **нвсз** имеет ту же **КМ** (16), которую должен иметь подлежащий формированию гауссов вектор  $\mathbf{U}$  (2) с **нвсз**. Такие гауссовы векторы статистически эквивалентны, что в принципе позволяет моделировать требуемый вектор по соотношению (19)

$$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_i]_{i=1}^K = \xi_1 + \mathbf{T}_t \otimes \mathbf{T}_a \cdot \xi_2 \quad (20)$$

Очевидно, однако, что способ моделирования, основанный на непосредственном использовании (20) и требующий явного формирования матрицы  $\mathbf{T}_t \otimes \mathbf{T}_a$  размера  $(N \cdot K) \times (N \cdot K)$  и затем умножения ее на  $N \cdot K$ -мерный вектор  $\xi_2$ , может оказаться неприемлемо сложным по вычислительным затратам уже при относительно небольших значениях  $N \geq 10$ ,  $K \geq 50$ .

#### 4. СОКРАЩЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАТРАТ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ СМЕСИ ВНУТРЕННЕГО ШУМА И ШУМОВЫХ ПОМЕХ С НЕРАВНОМЕРНЫМ ЧАСТОТНЫМ СПЕКТРОМ

Вычислительные затраты (20) можно существенно уменьшить, используя специфику структуры матрицы  $\mathbf{T}_t \otimes \mathbf{T}_a$ . Покажем это для случая, когда в роли "корня"  $\mathbf{T}_t$  матрицы  $\mathbf{R}_t$  используется нижняя треугольная  $K \times K$  матрица

$$\mathbf{T}_t = [t_{pq}]_{p,q=1}^K, \quad t_{pq} = 0 \text{ при } q > p, \quad (21)$$

существующая для любой положительной определенной матрицы полного ранга, и, следовательно, для матрицы  $\mathbf{R}_t$  (14). В этом случае вектор (20) равен

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= [\mathbf{u}_i]_{i=1}^K = \\ &= \begin{bmatrix} \xi_{11} \\ \xi_{12} \\ \dots \\ \xi_{1K} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_{11} \cdot \mathbf{T}_a & 0 & \dots & 0 \\ t_{21} \cdot \mathbf{T}_a & t_{22} \cdot \mathbf{T}_a & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_{K1} \cdot \mathbf{T}_a & t_{K2} \cdot \mathbf{T}_a & \dots & t_{KK} \cdot \mathbf{T}_a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \xi_{21} \\ \xi_{22} \\ \dots \\ \xi_{2K} \end{bmatrix}, \quad (22) \end{aligned}$$

откуда следует, что  $i$ -й вектор формируемой выборки может рассчитываться по существенно более простой по сравнению с (20) формуле

$$\mathbf{u}_i = \xi_{1i} + \mathbf{T}_a \cdot \left( \sum_{\ell=1}^i t_{i\ell} \cdot \xi_{2\ell} \right) \sim CN(0, \mathbf{R}_{sp}), \quad (23)$$

$$\mathbf{R}_{sp} = \overline{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{u}_i^*} = \mathbf{I}_N + \mathbf{R}_a, \quad i \in 1, K,$$

связывающей искомые векторы с "корнями"  $\mathbf{T}_a$  и  $\mathbf{T}_t$  пространственной и временной КМ  $\mathbf{R}_a$  (12) и  $\mathbf{R}_t$  (14).

Первая из них легко находится из известного равенства для **КМ**  $v \geq 1$  внешних источников активных излучений, имеющей вид

$$\mathbf{R}_a = \mathbf{F} \cdot \mathbf{h} \cdot \mathbf{F}^*, \quad (24)$$

где  $\mathbf{F} = [\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_v]$  –  $N \times v$  матрица,  $N$ -мерные столбцы которой представляют собой амплитудно-фазовое распределение (**АФР**) на апертуре АР излучений соответствующего источника,  $\mathbf{h} – v \times v$  взаимная **КМ** этих излучений.

В частном случае независимых **ШП** от различных источников матрица

$$\mathbf{h} = \text{diag}[h_\ell]_{\ell=1}^v \quad (25)$$

представляет собой диагональную матрицу относительных (по отношению к шуму каналов приема) мощностей внешних активных источников.

Очевидно, что "корнем" матрицы  $\mathbf{R}_a$  (24) может служить матрица

$$\mathbf{T}_a = \mathbf{F} \cdot \mathbf{h}^{1/2}, \quad \mathbf{h}^{1/2} \cdot \mathbf{h}^{(1/2)*} = \mathbf{h}, \quad \mathbf{T}_a \cdot \mathbf{T}_a^* = \mathbf{R}_a. \quad (26)$$

Перейдем теперь к заданию корня  $\mathbf{T}_t$  матрицы  $\mathbf{R}_t$  (14) для шумовых помех с гребенчатым частотным спектром.

#### 5. КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ СМЕСИ ШУМА И АКТИВНЫХ ПОМЕХ С ГРЕБЕНЧАТЫМ ЧАСТОТНЫМ СПЕКТРОМ

Теплицева матрица

$$\mathbf{R}_t = [\rho_{pq}]_{p,q=1}^K, \quad \rho_{pp} = 1, \quad p \in 1, K$$

полностью определяется своим первым столбцом – нормированной корреляционной последовательностью (**КП**) анализируемого процесса, образованной

отсчетами его корреляционной функции (**КФ**)  $r(\tau_i)$  в равноотстоящих точках  $\tau_i = i \cdot \Delta$  временной оси. Эта КФ полностью определяется энергетическим спектром  $c(f)$  анализируемой смеси, с которым она связана преобразованием Фурье

$$r(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} c(f) \cdot e^{j2\pi f\tau} df. \quad (27)$$

В качестве примера рассмотрим внешние шумовые помехи с "гребенчатым" спектром  $c(f)$  вида

$$c(f) = \sum_{k=-3}^4 \alpha_{k+4} \cdot s(f - k \cdot \Delta_\varphi), \quad (28)$$

образованным совокупностью из восьми взаимно смещенных по частоте на расстояние  $\Delta_\varphi = 0.5$  МГц прямоугольных "подспектров"  $s(f)$  шириной  $\delta_\varphi = 0.1$  МГц и амплитудой  $\alpha_{k+4}$  ( $k \in -3, 4$ ), "установленных" на равномерном спектре собственного шума каналов приема (рис. 6). Такой спектр был задан авторам Заказчиком одной из НИР.

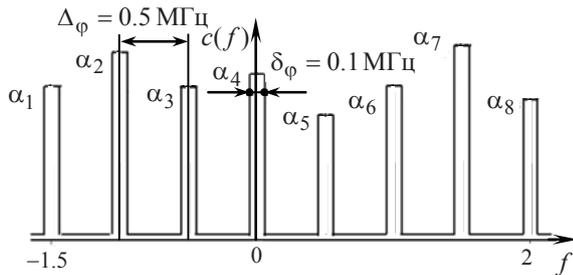


Рис. 6. Аппроксимация частотного спектра смеси шума и шумовых помех в каждом пространственном канале приема

В условиях (28) **КФ** (27) равна

$$r(\tau) = \sum_{k=-3}^4 \alpha_{k+4} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} s(f - k\Delta_\varphi) \cdot e^{j2\pi f\tau} df = g(\tau) \cdot S(\tau), \quad (29)$$

где

$$g(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(f) \cdot e^{j2\pi f\tau} df = 1 + \eta_1 \frac{\sin \pi \delta_\varphi \tau}{\pi \delta_\varphi \tau}, \quad (30a)$$

$$S(\tau) = \sum_{k=-3}^4 \alpha_{k+4} \cdot e^{j2\pi k \Delta_\varphi \tau}. \quad (30b)$$

В последней формуле  $\eta_1$  – отношение мощности каждого "подспектра" к единичной мощности шума в полосе  $F$ , равной полной ширине спектра активных излучений (в аппроксимации рис. 6  $F = 4$  МГц).

В условиях (30)

$$g(0) = 1 + \eta_1; \quad S(0) = s_0 = \sum_{k=1}^8 \alpha_k, \quad (31)$$

$$r(0) = g(0) \cdot S(0) = (1 + \eta_1) \cdot s_0 = 1 + \eta,$$

где  $\eta$  – отношение суммарной мощности всех "подспектров" активных излучений к той же единичной мощности шума.

Из последнего равенства следует, что заданное значение  $\eta$  обеспечивается выбором  $\eta_1$  из равенства

$$\eta_1 = \frac{1 + \eta}{s_0} - 1, \quad (32)$$

в силу которого из (29), (30) получим

$$\begin{aligned} r(\tau) &= \left( 1 + \left( \frac{1 + \eta}{s_0} - 1 \right) \cdot \sin c(\pi \delta_\varphi \tau) \right) \cdot S(\tau), \\ \rho(\tau) &= \frac{r(\tau)}{r(0)} = \\ &= \frac{1}{1 + \eta} \cdot \left( 1 + \left( \frac{1 + \eta}{s_0} - 1 \right) \cdot \sin c(\pi \delta_\varphi \tau) \right) \cdot S(\tau), \\ \sin c(x) &= \sin(x)/x. \end{aligned} \quad (33)$$

Перейдем от нормированной **КФ** (29) к нормированной **КП** для набора значений общей ширины спектра

$$F_n = F/n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (34)$$

Такое преобразование фактически означает сжатие в  $n$  раз масштаба частотной оси на рис. 6, в результате которого ширина  $\delta_{\varphi n}$  каждого "подспектра" и расстояние  $\Delta_{\varphi n}$  между смежными "подспектрами" станут равными

$$\delta_{\varphi n} = \delta_\varphi / n, \quad \Delta_{\varphi n} = \Delta_\varphi / n, \quad (35)$$

но их относительные (по отношению к  $F_n$ ) значения останутся такими же, как и без сжатия масштаба ( $n = 1$ ). Для заданных параметров спектра (рис. 6)

$$\frac{\delta_{\varphi n}}{F_n} = \frac{\delta_\varphi}{F} = \frac{0.1}{4.0} = \frac{1}{40}, \quad \frac{\Delta_{\varphi n}}{F_n} = \frac{0.5}{4.0} = \frac{1}{8}. \quad (36)$$

Используя эти равенства, перепишем второе равенство в (2.33) в виде

$$\begin{aligned} \rho_n(\tau) &= \\ &= \frac{1}{1 + \eta} \cdot \left( 1 + \left( \frac{1 + \eta}{s_0} - 1 \right) \cdot \sin c \left( \pi \frac{\delta_{\varphi n}}{F_n} F_n \tau \right) \right) \cdot S_n(\tau) = \\ &= \frac{1}{1 + \eta} \cdot \left( 1 + \left( \frac{1 + \eta}{s_0} - 1 \right) \cdot \sin c \left( \frac{\pi}{40} \cdot \frac{F\tau}{n} \right) \right) \cdot S_n(\tau), \end{aligned} \quad (37)$$

$$S_n(\tau) = \sum_{k=-3}^4 \alpha_{k+4} \cdot \exp(j2\pi k \frac{\Delta_{\varphi n}}{F_n} F_n \tau) =$$

$$= \sum_{k=-3}^4 \alpha_{k+4} \cdot \exp\left(j \frac{2\pi k F \tau}{8 n}\right).$$

Отсчеты  $\rho_n(\tau)$ , определяющие нормированную **КП**, будем брать в моменты времени  $\tau = \tau_p$ , в которых произведение  $F \cdot \tau_p = p$  равно целым числам

$$p = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$$

В частности, коэффициенту корреляции смежных отсчетов ( $p=1$ ) соответствует момент времени  $\tau_1 = 1/F$ . При таком условии **КФ** (37) преобразуется в **КП**

$$\rho_n(p) = \frac{1}{1+\eta} \cdot \left(1 + \left(\frac{1+\eta}{s_0} - 1\right) \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi p}{40 n}\right)\right) \cdot S_n(p), \quad (38)$$

$$S_n(p) = \sum_{k=-3}^4 \alpha_{k+4} \cdot \exp\left(j \frac{\pi k p}{4 n}\right), \quad s_0 = \sum_{k=1}^8 \alpha_k,$$

а элементы  $\rho_{pq}$  матрицы  $\mathbf{R}_t$  (14) равны

$$\rho_{pq}(n) = \rho_n(p - q), \quad p, q \in 1, K. \quad (39)$$

Чтобы завершить расчет матрицы  $\mathbf{R}_t$ , необходимо задать случайные значения множителей  $\alpha_k$ . Мы будем задавать их в виде

$$\alpha_k = 1 + \zeta_k, \quad \zeta_k \sim \text{uniform}(-1/2, 1), \quad k \in 1, 8, \quad (40)$$

где  $\zeta_k$  – действительная случайная величина, равномерно распределенная на интервале  $(-1/2, 1)$ . При таком задании максимально возможное значение  $\alpha_{k \max} = 2$  больше минимального значения  $\alpha_{k \min} = 1/2$  в 4 раза (на 6 дБ).

На рис. 7 показаны модули нормированных **КП** (38) смеси шума и внешних помех с **НЧС** (28) (рис. 6) при  $\eta = 10^5$  и интервале между смежными отсчетами  $\Delta = T_{\text{comp}} / n$  (4) при  $n=1$  и  $n=5$ .

Поведение этих **КП** легко объяснить, если учесть, что при имеющемся сравнительно малом разбросе значений  $\alpha_k$ , для которых можно допустить

приближения  $\alpha_k \approx 1, k \in 1, 8, s_0 = \sum_{k=1}^8 \alpha_k \approx 8$ , функция

$S_n(p)$  в (38) приближенно равна

$$S_n(p) \approx \frac{\sin\left(\frac{\pi p}{n}\right)}{\sin\left(\frac{\pi p}{8 n}\right)} \cdot \exp\left(j \frac{\pi p}{8 n}\right), \quad (41a)$$

так что для модуля **КП** (38) в рассматриваемых условиях  $\eta = 10^5 \gg 1$  допустимо приближенное равенство

$$|\rho_n(p)| \approx \left| \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi p}{40 n}\right) \cdot C_n(p) \right|, \quad (41b)$$

$$C_n(p) = \frac{1}{s_0} \cdot S_n(p) = \frac{1}{8} \cdot \frac{\sin(\pi p / n)}{\sin(\pi p / (8n))}.$$

Функция  $C_n(p)$  периодична с периодом  $p = 8n$ . Точки  $p = 8 \cdot n \cdot k, k = \pm 0, 1, 2, \dots$  являются точками ее максимумов, равных единице.

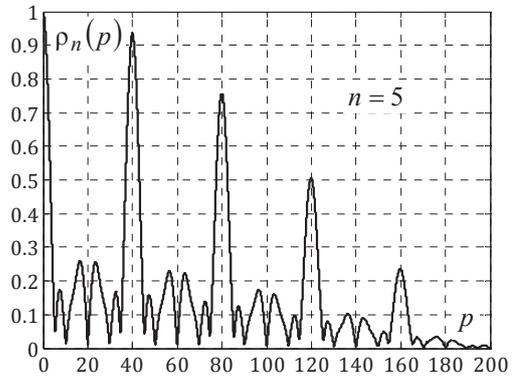
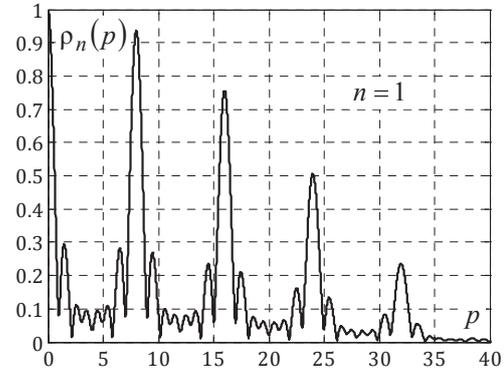


Рис. 7. Модуль **КП** (38) процессов с **НЧС** (28) при  $n=1$  и  $n=5$

По мере роста модуля  $k$  они уменьшаются в этих точках по закону  $\left| \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi p}{40 n}\right) \right| = \left| \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi k}{5}\right) \right|$ . Уровни максимумов  $|\rho_n(p)|$  в диапазоне значений  $|k| \leq 5$  определяются значениями главного лепестка функции  $\operatorname{sinc}(x)$  в точках  $x = \frac{\pi}{5} k$ , при  $|k| > 5$  – значениями этой функции в зоне соответствующих боковых лепестков. Значения  $|\rho_n(p)|$  при целых значениях  $p$  в промежутках между точками максимумов лежат в пределах от нуля до 0.3.

На рис. 8 показано семейство модулей нормированной **КП**  $\rho_n(p)$  (38) при  $p \leq 10, \eta = 10^5$  и интервале между смежными отсчетами  $\Delta = T_{\text{comp}} / n$  (4) для набора значений  $n \in 1, 6$ . Цифрами указаны значения модуля коэффициента взаимной корреляции смежных ( $p=1$ ) отсчетов смеси шума и **ШПС** с **НЧС** (28).

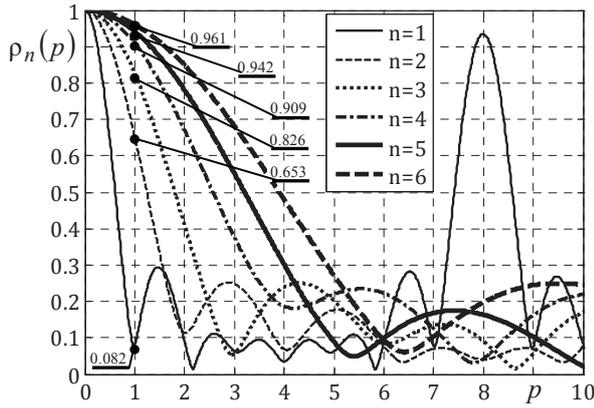


Рис. 8. Модули КП (38) процессов с НЧС (28) при  $n \in 1, 6$

Они количественно иллюстрируют естественный рост этого коэффициента при уменьшении временно-го интервала между смежными отсчетами стационарного процесса, в рассматриваемом случае – смеси шума и ШП с НЧС (28).

Эти свойства нормированной КП (38) используются ниже при анализе влияния неравномерности (гребенчатости) спектра мешающих излучений в каналах приема (временной корреляции мешающих излучений) на эффективность адаптивной пространственной обработки сигналов на их фоне.

### 6. ЭФФЕКТИВНОСТЬ АДАПТИВНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ШУМОВЫХ ПОМЕХ С НЕРАВНОМЕРНЫМ ЧАСТОТНЫМ СПЕКТРОМ

Оценим влияние неравномерности частотного спектра мешающих излучений внешних источников на эффективность адаптивной обработки полезных сигналов на их фоне. Это влияние оценим путем сравнения эффективности двух разновидностей адаптивной обработки

$$\begin{aligned} \varepsilon 1(K) &= \widehat{\mathbf{w}}1^*(K) \cdot \mathbf{y} = \sum_{\ell=1}^N \widehat{\mathbf{w}}1_{\ell}^*(K) \cdot y_{\ell}, \\ \varepsilon 2(K) &= \widehat{\mathbf{w}}2^*(K) \cdot \mathbf{y} = \sum_{\ell=1}^N \widehat{\mathbf{w}}2_{\ell}^*(K) \cdot y_{\ell} \end{aligned} \quad (42)$$

одного и того же проверяемого на наличие сигнала входного  $N$ -мерного вектора

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= [y_{\ell}]_{\ell=1}^N = \mathbf{y}_{noise} + \mathbf{y}_{jam} + \beta \cdot \mathbf{x}(\alpha_s), \\ \mathbf{y}_{noise} &= [y_{\ell}^{(noise)}]_{\ell=1}^N \sim CN(0, \mathbf{I}_N), \\ \mathbf{y}_{jam} &= [y_{\ell}^{(jam)}]_{\ell=1}^N \sim CN(0, \mathbf{R}_a), \\ \beta &\sim CN(0, h_s) \end{aligned} \quad (43)$$

аддитивной смеси взаимно независимых  $N$ -мерных гауссовых комплексных векторов с нвсз собственного шума  $\mathbf{y}_{noise}$  каналов приема, мешающих излучений

внешних источников, а также пространственного когерентного сигнала  $\beta \cdot \mathbf{x}(\alpha_s)$  цели с направления  $\alpha_s$  со случайным гауссовым амплитудным множителем  $\beta$  с нулевым средним значением и относительной (по отношению к единичной дисперсии шума) дисперсией (мощностью)  $|\beta|^2 = h_s$ .

Алгоритмы (42) различаются весовыми векторами обработки  $\widehat{\mathbf{w}}1(K)$  и  $\widehat{\mathbf{w}}2(K)$ . Первый из них строится по формуле

$$\widehat{\mathbf{w}}1(K) = \widehat{\mathbf{R}}1^{-1}(K) \cdot \mathbf{x}(\alpha_s), \quad (44a)$$

$$\widehat{\mathbf{R}}1(K) = \frac{1}{K} \cdot \sum_{i=1}^K \mathbf{u}1_i \cdot \mathbf{u}1_i^*, \quad \mathbf{u}1_i = \xi 1_i + \mathbf{T}_a \cdot \xi 2_i, \quad (44b)$$

$$\begin{aligned} \overline{\xi 1_i \cdot \xi 2_i^*} &= 0, \\ \overline{\mathbf{u}1_i \cdot \mathbf{u}1_j^*} &= \begin{cases} \mathbf{R}_{sp} = \mathbf{I}_N + \mathbf{R}_a, & i = j, \\ 0 & i \neq j, \end{cases} \quad i, j \in 1, K \end{aligned} \quad (44b)$$

Второй весовой вектор

$$\widehat{\mathbf{w}}2(K) = \widehat{\mathbf{R}}2^{-1}(K) \cdot \mathbf{x}(\alpha_s), \quad (45a)$$

$$\widehat{\mathbf{R}}2(K) = \frac{1}{K} \cdot \sum_{i=1}^K \mathbf{u}2_i \cdot \mathbf{u}2_i^*, \quad (45b)$$

$$\mathbf{u}2_i = \xi 1_i + \mathbf{T}_a \cdot \left( \sum_{\ell=1}^i t_{i\ell} \cdot \xi 2_{\ell} \right),$$

$$\begin{aligned} \overline{\xi 1_i \cdot \xi 2_{\ell}^*} &= 0, \\ \overline{\mathbf{u}2_i \cdot \mathbf{u}2_j^*} &= \begin{cases} \mathbf{R}_{sp} = \mathbf{I}_N + \mathbf{R}_a, & i = j, \\ \rho_{ij}(n) \cdot \mathbf{R}_a & i \neq j, \end{cases} \quad i, j \in 1, K. \end{aligned} \quad (45b)$$

В первом случае обучающую выборку образуют взаимно независимые векторы, тогда как во втором – взаимно коррелированные (зависимые).

В качестве критерия эффективности обработки будем использовать зависимость от объема выборки  $K$  отношений сигнал/помеха + шум (ОСПШ)

$$\widehat{\mu}1(K) = \frac{h_s \cdot |\widehat{\mathbf{w}}1^*(K) \cdot \mathbf{x}(\alpha_s)|^2}{\widehat{\mathbf{w}}1^*(K) \cdot \mathbf{R}_{sp} \cdot \widehat{\mathbf{w}}1(K) \cdot \mu_{max}}, \quad (46a)$$

$$\widehat{\mu}2(K) = \frac{h_s \cdot |\widehat{\mathbf{w}}2^*(K) \cdot \mathbf{x}(\alpha_s)|^2}{\widehat{\mathbf{w}}2^*(K) \cdot \mathbf{R}_{sp} \cdot \widehat{\mathbf{w}}2(K) \cdot \mu_{max}} \quad (46b)$$

на выходе адаптивных весовых сумматоров, реализующих обработку (42).

Зависимости (46) характеризуют важнейший параметр адаптивной системы обработки – ее быстродействие, мерой которого служит объем выборки  $K$ , при котором значения критериев (46) уступают не

больше допустимой величины (обычно – 3 дБ) их максимальному значению

$$\mu_{\max} = h_s \cdot \mathbf{x}^*(\alpha_s) \cdot \mathbf{R}_{sp}^{-1} \cdot \mathbf{x}(\alpha_s), \quad (47)$$

достижимому в гипотетических условиях известной пространственной **КМ**  $\mathbf{R}_{sp}$ , используемой в весовом векторе (44а) вместо оценочной **КМ**  $\hat{\mathbf{R}}_1(K)$  (44б).

На рис. 9 приведено семейство критериев (46) для  $N = 5$  – канальной линейной антенной решетки (**АР**), усредненных по 500 реализациям угловых положений четырех источников **ШП** с **НЧС** (28) (рис. 4) в каждом канале приема. Параметром семейства служит значение коэффициента сжатия  $n \geq 1$  исходного временного интервала

$$\Delta = \mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_i = \mathbf{u}_{2i+1} - \mathbf{u}_{2i} = T_{comp} = 1 / F_{comp}$$

между смежными обучающими выборками в интервал  $\Delta_n = T_{comp} / n$ .

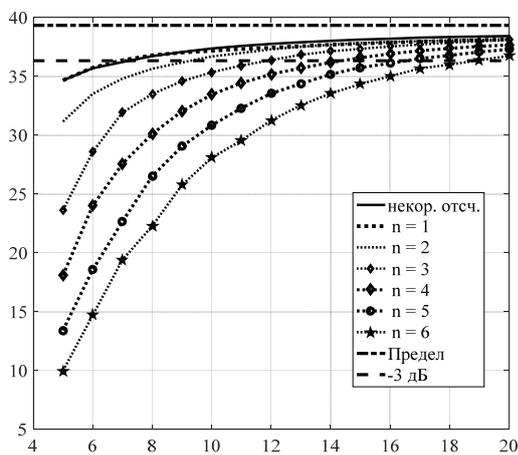


Рис. 9. Влияние корреляции обучающих векторов на быстродействие адаптивной обработки

Горизонтальная штрихпунктирная прямая характеризует максимальное **ОСПШ** (47) для сигнала единичной амплитуды, отраженного от точечной цели, расположенной в направлении нормали к апертуре **АР**. Штриховая горизонтальная прямая проходит ниже штрихпунктирной на 3 дБ. Сплошная кривая соответствует критерию  $\hat{\mu}l(K)$  (46), рассчитанному в условиях (44) отсутствия взаимной корреляции (44в) обучающих выборок. Различными пунктирными кривыми, проходящими ниже сплошной, показаны значения критерия  $\hat{\mu}2(K)$  (46) в условиях их взаимной корреляции  $\rho_{ij}(n) = \rho_n(i - j)$  (38), (39) при различных значениях  $n \in 1, 6$ .

Как показано еще в [4], при взаимно некоррелированных обучающих векторах вход в зону "3 дБ потеря" среднего значения критерия  $\hat{\mu}l(K)$  (46) обеспечивается выборкой объема  $K = 2 \cdot N - 3$ , который при  $N = 5$  равен  $K = 7$ , что полностью согласуется с ре-

зультатами математического эксперимента (см. сплошную кривую на рис. 9). При  $n = 1$  такой же выборки достаточно, чтобы в эту зону вошло значение  $\hat{\mu}2(K)$  (46). Этот результат вполне естественен, поскольку в этом случае большинство значений **КП**  $\rho_1(p)$  близко к нулю (см. рис. 7, 8, кривая  $n = 1$ ), так что в этом случае обучающие векторы могут считаться практически некоррелированными (независимыми).

По мере роста  $n$  (уменьшения временного интервала  $\Delta = T_{comp} / n$  между смежными обучающими векторами) быстродействие адаптивной обработки снижается (требующийся для вхождения в зону "3 дБ потеря" объем выборки  $K = K_n$  растет). Так, при  $n = 6$  он увеличивается до  $K = K_6 \approx 19$ , что почти втрое больше, чем при практически некоррелированных обучающих векторах.

Здесь проявляется хорошо известный из теории информации результат, в соответствии с которым количество информации о каком-либо явлении, полученное по  $K$  зависимым измерениям (наблюдениям), меньше полученного по  $K$  независимым. В последнем случае оно в  $K$  раз больше полученного по одному наблюдению, тогда как в случае полной зависимости (одинаковости результатов всех  $K$  наблюдений) оно не больше полученного по одному (любому) из них.

Заметим, что временной интервал  $T = T_n$ , в течение которого может быть набрана выборка объема  $K = K_n$ , необходимого для входа в зону "3 дБ потеря", равен  $T_n = (1/n) \cdot T_{comp} \cdot K_n$ . Он в  $\gamma_n = (T_1 / T_n) = n \cdot (K_1 / K_n)$  раз меньше временного интервала  $T_1 = T_{comp} \cdot K_1$  набора некоррелированных векторов, обеспечивающего тот же уровень потерь. В частности, при  $n = 6$  значение  $\gamma_6 \approx 2$ . Это означает, что режим " $n = 6$ " по сравнению с режимом " $n = 1$ " может обеспечить режим "3 дБ потеря" при примерно вдвое меньшем интервале временной стационарности **ШП** с **НЧС** (28) (рис. 6). Это важное достоинство режима " $n = 6$ " покупается, однако, ростом требований к производительности используемых вычислительных средств.

Значения параметра  $\gamma_n$  "экономии времени набора обучающей выборки" в общем случае зависит от **НЧС ШП** в каналах приема и выбранного значения  $n$ .

В качестве примера на рис. 10 и 11 приведены семейства **КП** процессов авторегрессии (**АР**-процессов) порядков  $p = 3$  и  $p = 5$  с унимодальными спектрами мощности и коэффициентами взаимной корреляции (обозначены как  $\rho(1)$ ) смежных векторов обучающей выборки, совпадающими с аналогичными

коэффициентами  $\rho_n(1)$  (38), (39) ШП с "гребенчатым" спектром (28) (рис. 6) при различных значениях  $n \in 1, 6$  (см. рис. 9). Отличия между ними сравнительно невелики и заметны только на низком уровне, в связи с чем небольшой должна быть и разница быстродействия адаптивной обработки (42), (45) на их фоне.

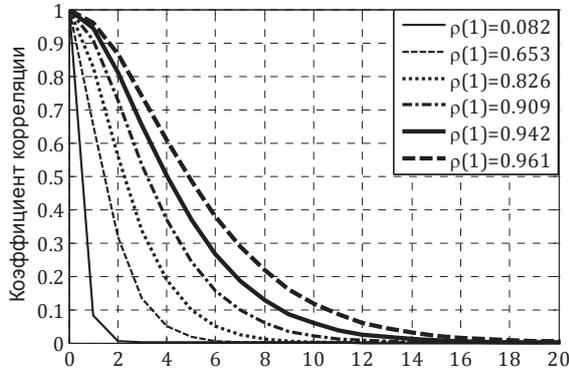


Рис. 10. Разность номеров обучающих векторов,  $p = 3$

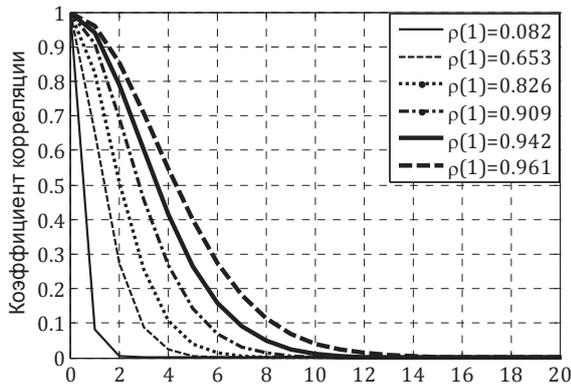


Рис. 11. Разность номеров обучающих векторов,  $p = 10$

Это подтверждают результаты непосредственно расчета критериев (46) для указанных выше процессов, приведенные на рис. 12. Видно, что быстродействие адаптивной обработки по этим критериям практически одинаково ( $K_1 = 7, K_6 \approx 19$ ) для всех упомянутых выше процессов, для которых в связи с этим достижима та же "экономия времени набора обучающей выборки"  $\gamma_6 \approx 2$ .

Эта "экономия" может увеличиваться при дальнейшем увеличении  $n$  (уменьшении временного интервала между смежными векторами обучающей выборки, увеличивающем коэффициент корреляции между ними).

Это наглядно видно из результатов расчета критерия  $\hat{\mu}_2(K)$  (46), приведенных на рис. 13. Здесь он рассчитан как для упомянутых выше процессов, так и для АР процесса порядка  $p = 1$  (с экспоненциальной КП) при значении  $n = 50$ , при котором коэффициент корреляции смежных векторов обучающей выборки  $\rho(1) = 0.9994$ .

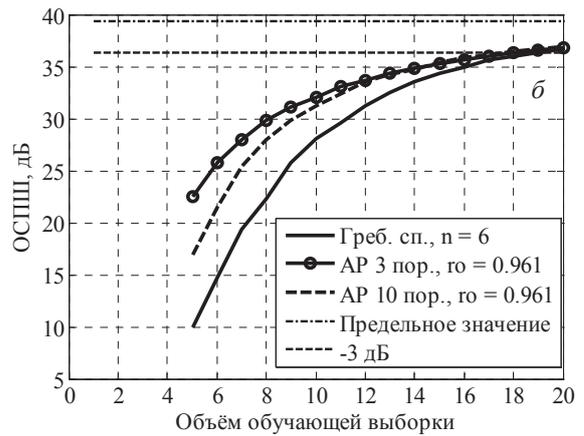
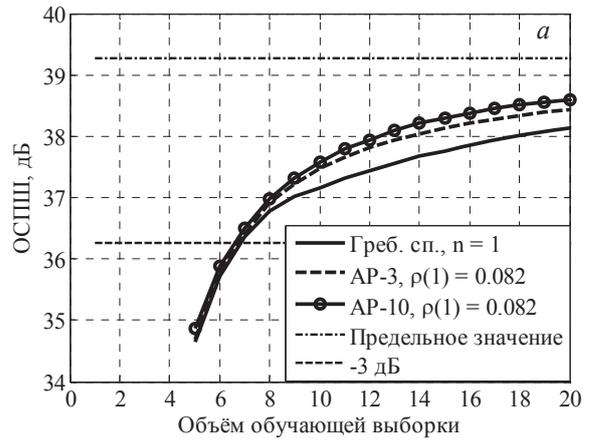


Рис. 12. Влияние корреляции обучающих векторов на быстродействие адаптивной обработки

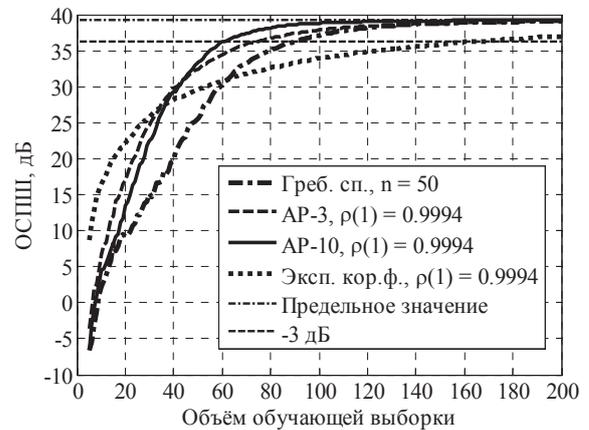


Рис. 13. Влияние корреляции обучающих векторов на быстродействие адаптивной обработки

Из анализа приведенных кривых следует, что параметр "экономии"  $\gamma_{50} = 5.8, 4.7, 4$  и  $2.3$  раза для процессов АР-10, АР-3, с "гребенчатым" спектром (28) (рис. 6) и АР-1 соответственно. Минимальное быстродействие в условиях АР-1 процесса связано с минимальной скоростью спадания его КП (рис. 14) с ростом разности номеров векторов обучающей выборки по сравнению со скоростью спадания КП остальных процессов, приведенных на рис. 8, 10, 11.

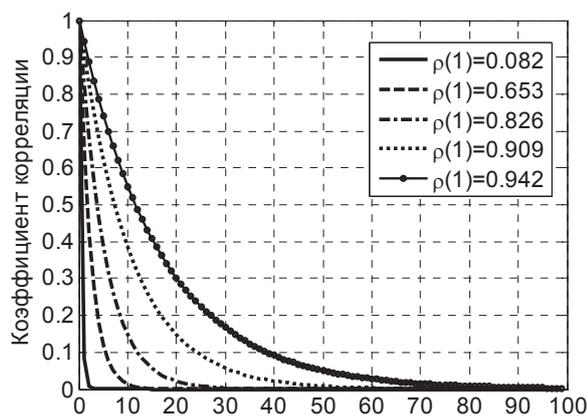


Рис. 14. Разность номеров обучающих векторов,  $p = 1$

Отметим еще раз, что указанная "экономия" порождает необходимость обрабатывать обучающие выборки, объем которых в  $n/\gamma_n$  раз больше, чем требуемый при  $n=1$  (при временном интервале  $\Delta = T_{comp} = 1/F_{comp}$  (4) между смежными векторами обучающей выборки).

Эта задача на сегодняшний день может быть неразрешимой, если весовые векторы (45) должны формироваться в каждом периоде зондирования, но вполне разрешимой, если они обновляются один раз за несколько интервалов зондирования ("замораживаются" на интервал межпериодной обработки), что часто используется в современных РЛС [5].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан алгоритм моделирования  $N \times K$ -мерной выборки гауссовых шумовых помех с неравномерным частотным спектром (НЧС) на выходах  $N$  пространственных каналов приема в  $K$  дискретных эквидистантных моментах времени. В этом алгоритме  $i$ -й ( $i \in 1, K$ ) вектор выборки формируется путем

преобразования линейной комбинации  $\left( \sum_{\ell=1}^i t_{i\ell} \cdot \xi_{2\ell} \right)$

гауссовых взаимно независимых векторов белого шума  $\xi_{2\ell}$  ( $\ell \in 1, i$ ) в фильтре с матричной импульсной характеристикой, равной "корню"  $\mathbf{T}_a$  пространственной  $N \times N$  корреляционной матрицы (КМ)  $\mathbf{R}_a = \mathbf{T}_a \cdot \mathbf{T}_a^*$  шумовых излучений внешних источников. Коэффициентами линейной комбинации выступают элементы  $t_{i\ell}$   $i$ -й ( $i \in 1, K$ ) строки нижней треугольной матрицы  $\mathbf{T}_t = [t_{i\ell}]_{i,\ell=1}^K$ , ( $t_{i\ell} = 0, \ell > i$ ) – корня теплицевой матрицы  $\mathbf{R}_t = \mathbf{T}_t \cdot \mathbf{T}_t^*$  коэффициентов корреляции векторов формируемой выборки, зависящей от частотного спектра мощности шумовых излучений внешних источников в пространственных каналах приема.

Для введенной аппроксимации (28) (рис. 6) заданного "гребенчатого" спектра мощности найдена

корреляционная последовательность (КП) (38), полностью определяющая матрицу  $\mathbf{R}_t$  и, тем самым, корень  $\mathbf{T}_t$  из нее. Рассчитаны графики КП при различных значениях временного интервала  $\Delta_n = T_{comp} / n$  (4) между векторами формируемой выборки (рис. 7, рис. 8); продемонстрированы их особенности, порожденные спецификой использованной аппроксимации заданного "гребенчатого" спектра мощности.

Исследовано влияние неравномерности частотного спектра мешающих излучений в пространственных каналах приема на эффективность (быстродействие) адаптивной обработки (42) – (45) на их фоне сигналов нешумящих точечных целей.

Основной результат этого исследования заключается в том, что при выборе временного интервала между смежными векторами обучающей выборки  $\Delta > T_{comp} = 1/F_{comp}$ , где  $F_{comp}$  – ширина частотного спектра мешающих излучений в пространственных каналах приема, характер неравномерности (форма) этого спектра не имеет никакого значения – быстродействие адаптивной обработки остается таким же, как и при равномерном спектре мешающих излучений в пространственных каналах приема. Этот результат физически очевиден – при этом условии векторы обучающей выборки взаимно некоррелированы, т.е. удовлетворяют тому же условию (44в), которому они удовлетворяют при равномерном частотном спектре мешающих излучений в пространственных каналах приема.

Неравномерность частотного спектра влияет на быстродействие адаптивной обработки (42) – (45) при временном интервале между смежными векторами обучающей выборки  $\Delta_n = T_{comp} / n < \Delta_1 = 1/F_{comp}$ , при котором обучающие выборки становятся взаимно коррелированными. При любых значениях  $n > 1$  быстродействие адаптивной обработки снижается (требования к объему  $K$  обучающей выборки, обеспечивающему вход в зону "3 дБ потерь", растут), однако степень снижения быстродействия зависит от значения  $n > 1$  и формы частотного спектра.

Требования к объему  $K$  обучающей выборки тем выше, чем шире КП процесса с соответствующим спектром. Из рассмотренных их разновидностей эти требования наиболее велики при самой широкой из них экспоненциальной КП (рис. 13).

Показано, что при  $n > 1$  время набора обучающих выборок увеличенного объема  $K = K_n$  с временным интервалом  $\Delta_n = T_{comp} / n$  между смежными векторами, который требуется для входа в зону "3 дБ потерь", может быть в  $\gamma_n = n \cdot (K_1 / K_n)$  раз меньше, чем время набора выборок меньшего объема  $K = K_1$  при временном интервале  $\Delta_1 = T_{comp}$  между ее смежными векторами. В частности, для процессов с нерав-

номерными спектрами значение  $\gamma_n$  при  $n = 50$  лежит в пределах от 5.8 до 2.3 раз. Такая "экономия" времени набора обучающей выборки позволяет рассчитывать на более эффективную адаптивную обработку в условиях мешающих излучений с меньшим интервалом временной стационарности.

Однако для реализации этого резерва требуется обрабатывать обучающие выборки, объем которых в  $n/\gamma_n$  раз больше, чем требуемый при  $n=1$  (при временном интервале  $\Delta = T_{comp} = 1/F_{comp}$  (4) между смежными векторами обучающей выборки). Эта задача на сегодняшний день может быть неразрешимой, если весовые векторы (45) пространственной обработки должны формироваться в каждом интервале зондирования, но вполне разрешимой, если они обновляются один раз за несколько интервалов зондирования ("замораживаются" на интервал между периодической обработкой) для того, чтобы предотвратить междупериодную декорреляцию пассивных помех, обусловленную междупериодными флуктуациями случайного весового вектора пространственной обработки.

#### Литература

- [1] Леховицкий Д. И. Эффективность пространственной обработки сигналов при временной корреляции обучающих выборок / Д. И. Леховицкий, И. Д. Раков // Радиоэлектроника. — 1986. — №9. — С. 60–63.
- [2] Воеводин В. В. Матрицы и вычисления / В. В. Воеводин, Ю. А. Кузнецов. — М.: Наука, Главная ред. физико-математической литературы, 1984. — 320 с.
- [3] Беллман Р. Введение в теорию матриц / Пер. с англ. под ред. Лидского В. Б. — М.: Наука. — 1976. — 367 с.
- [4] Reed I. S. Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays / I. S. Reed, J. D. Mallett and L. E. Brennan // IEEE Transactions on Aerospace Electronic System. — November 1974. — Vol. AES-10. — P. 853–863.
- [5] Рябуха В. П. Оценка интервала фиксации пространственно-временного весового вектора при последовательной пространственно-временной обработке сигналов на фоне комбинированных помех / В. П. Рябуха, Д. С. Рачков, А. В. Семеняка, Е. А. Катюшин // Изв. вузов. Радиоэлектроника. — 2012. — Т. 55, № 10. — С. 25–34.

Поступила в редколлегию 28.05.2018



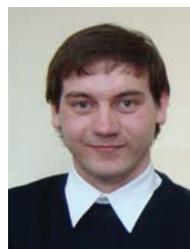
**Рябуха Вячеслав Петрович**, кандидат технических наук, доцент, заместитель начальника отделения Государственного предприятия «Научно-исследовательский институт радиолокационных систем «Квант-Радио-локация». Область научных интересов – радиолокационные системы, обнаружение и измерение параметров сигналов на фоне помех.



**Цисарж Вячеслав Викторович**, кандидат технических наук, заместитель директора по науке Государственного предприятия «Научно-исследовательский институт радиолокационных систем «Квант-Радио-локация». Область научных интересов – радиолокационная системотехника, интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации.



**Семеняка Андрей Викторович**, кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник Государственного предприятия «Научно-исследовательский институт радиолокационных систем «Квант-Радио-локация». Область научных интересов – унифицированные процессоры и системы адаптивной обработки сигналов на фоне помех.



**Катюшин Евгений Анатольевич**, научный сотрудник Государственного предприятия «Научно-исследовательский институт радиолокационных систем «Квант-Радио-локация». Область научных интересов – моделирование адаптивных систем пространственно-временной обработки сигналов на фоне помех.

УДК 621.396.965:621.391.26

Рябуха В. П. **Модель гауссовых шумовых завад з нерівномірним частотним спектром і оцінка ефективності завадозахисту** / В. П. Рябуха, В. В. Цисарж, А. В. Семеняка, Е. А. Катюшин // Прикладна радіоелектроніка: наук. – техн. журнал. – 2018. – Том 17, № 1, 2. – С. 3–13.

Стаття присвячена розробці алгоритму моделювання вибірки гауссових шумових завад з нерівномірним, зокрема гребінчастим, частотним спектром на виходах просторових каналів приймання у дискретних моментах часу й оцінці впливу нерівномірності частотного спектра шумових випромінювань зовнішніх джерел на ефективність адаптивної обробки сигналів на їх фоні.

**Ключові слова:** математична модель, шумові завади, нерівномірний частотний спектр, вхідна (навчача) вибірка, кореляційна матриця (послідовність), відношення сигнал/(завада + шум).

Лл. 14. Бібліогр.: 5 найм.

UDC 621.396.965:621.391.26

Riabukha V. P. **Model of nonuniform gaussian noise jamming and assessment of jamming-protection effectiveness** / V. P. Riabukha, V. V. Tsisarzh, A. V. Semenyaka, E. A. Katyushin // Applied Radio Electronics: Sci. Journ. – 2018. – Vol. 17, № 1, 2. – P. 3–13.

The article deals both with the development of an algorithm for modelling samples of Gaussian noise jamming with a nonuniform, in particular, comblike, spectrum at the outputs of spatial receiving channels at discrete time instants and with assessment of the influence of the external source interfering noise radiation frequency spectrum nonuniformity on the effectiveness of adaptive processing of signals against the background of noise jamming.

**Keywords:** mathematical model, noise jamming, nonuniform frequency spectrum, input (training) sample, correlation matrix (sequence), signal-to-jamming-plus-noise ratio.

Fig. 14. Ref.: 5 items.